СООТВЕТСТВУЕТ ФГОС

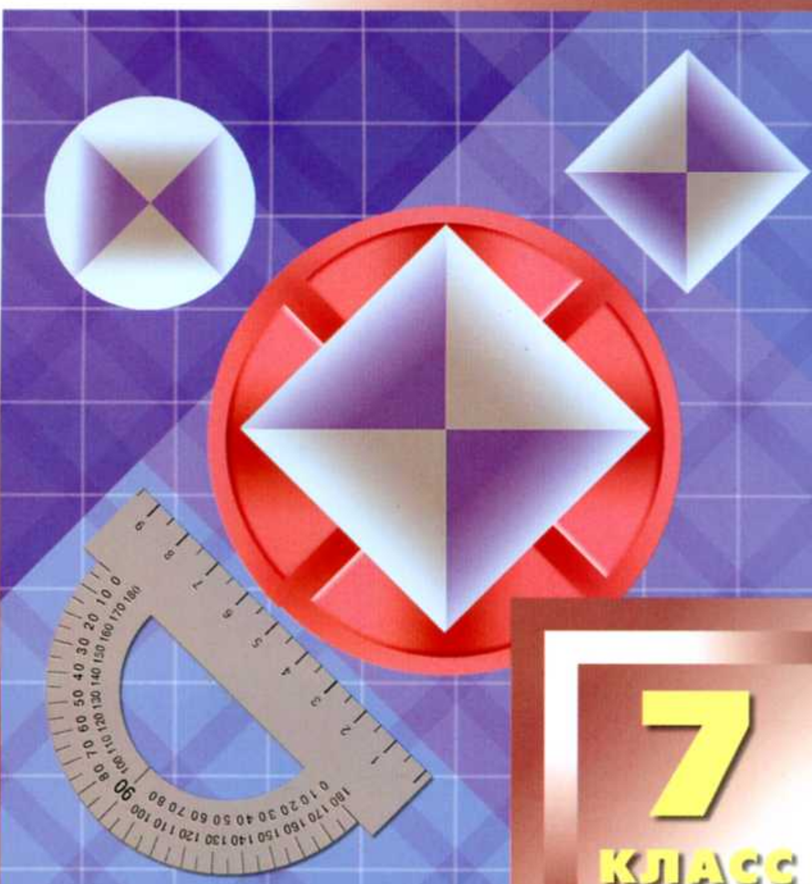
В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Н.Ф. ГАВРИЛОВА

ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ

ПО ГЕОМЕТРИИ

к УМК Л.С. Атанасяна и др.



7 КЛАСС

ФГОС В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Н. Ф. ГАВРИЛОВА

ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ ПО ГЕОМЕТРИИ

к УМК Л.С. Атанасяна и др.
(*М.: Просвещение*)

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ

7 класс

МОСКВА • «ВАКО» • 2018

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21
Г12

Гаврилова Н.Ф.

Г12 Поурочные разработки по геометрии. 7 класс. – 2-е изд. – М.: ВАКО, 2018. – 368 с. – (В помощь школьному учителю).

ISBN 978-5-408-03691-2

В данном пособии учитель найдет все, что необходимо для подготовки к урокам: подробные поурочные разработки, методические советы и рекомендации, тексты самостоятельных и контрольных работ, тестовые задания, дополнительные задачи по каждой теме, задачи повышенной сложности. Особенностью пособия является дифференцированный подход к планированию, позволяющий проводить уроки в классах разного профиля и уровня подготовки. Издание содержит справочные материалы, обобщающие таблицы и карточки для индивидуальной работы.

Пособие адресовано прежде всего учителям, работающим с учебным комплектом Л.С. Атанасяна и др. (М.: Просвещение). Полноценно может использоваться практически со всеми учебниками для основной школы.

УДК 372.8:514
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-408-03691-2

От автора

Предлагаемое вам пособие представляет собой переработанное и дополненное в соответствии с требованиями ФГОС издание подробных поурочных планов по геометрии для 7 класса и ориентированное прежде всего на работу с учебным комплектом:

- *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.* Геометрия. 7–9 классы. Учебник для общеобразовательных организаций. М.: Просвещение;
- *Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. и др.* Геометрия. 7 класс. Рабочая тетрадь. М.: Просвещение.

Перед автором была поставлена задача – максимально обеспечить подготовку учителя к уроку и организацию работы на уроке.

В данной книге учитель сможет найти подробные поурочные разработки, методические советы и рекомендации, тексты самостоятельных и контрольных работ, тестовые задания, дополнительные задачи по каждой теме, задачи повышенной сложности. Практически все задачи, проверочные работы сопровождаются указаниями для обучающихся, ответами и краткими или подробными решениями для экономии времени учителя при подготовке к уроку, эффективной работы над ошибками, организации дифференцированной работы.

Уроки включают различные виды деятельности обучающихся: практическую работу, работу в парах и в группах, самостоятельную работу с использованием различных форм проверки.

Планирование предусматривает достижение не только предметных результатов, но и личностных (формирование представлений о математике как о части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества; развитие логического и критического мышления, умения работать в группе, команде; уважение мнения товарищей) и метапредметных (умения анализировать и осмысливать текст задачи, извлекать из текста необходимую информацию, моделировать с помощью схем, рисунков, реальных предметов.

строить логическую цепочку, оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль, доказывать и опровергать утверждения с помощью контрпримеров, классифицировать, исследовать простейшие закономерности).

Пособие будет полезно в первую очередь начинающему учителю, который сможет позаимствовать полностью предлагаемые сценарии уроков, а также опытному педагогу для использования их частично, встраивая в собственный план урока.

Для удобства работы предлагается почасовое тематическое планирование учебного материала в соответствии с данным пособием, а также в начале каждой главы курса дается выписка из тематического планирования учебного материала программы для общеобразовательных школ.

Поурочные разработки в своей основе ориентированы на организацию работы класса по технологии дифференцированного обучения. Каждый урок начинается с организационного момента, сообщения темы и целей урока. Практически в каждом сценарии урока присутствуют задачи на готовых чертежах. Наличие уже готовых рисунков поможет учителю наиболее рационально использовать рабочее время на уроке. Эти задачи решаются, как правило, устно, но по мере необходимости можно порекомендовать учащимся записать краткое решение задачи. Тестовые задания позволяют своевременно выявить затруднения учащихся и предупредить устойчивые пробелы в их знаниях.

В пособии достаточно дополнительных задач для организации работы с одаренными учащимися, которые также можно использовать в качестве задач для организации внеурочной деятельности по предмету.

Контрольные и самостоятельные работы даны в трех уровнях сложности, что позволяет осуществить дифференцированный контроль. Первый уровень соответствует обязательным программным требованиям, второй – среднему уровню сложности, задания третьего уровня предназначены для учащихся, проявляющих повышенный интерес к математике, а также для использования в классах и школах повышенного уровня. Для каждого уровня приведено два расположенных рядом равноценных варианта. Практически все самостоятельные и контрольные работы сопровождаются решениями, указаниями для учащихся или ответами для эффективной организации работы над ошибками.

В целях экономии времени при проверке знаний обучающихся возможно использование тестовых работ из издания:

- Контрольно-измерительные материалы. Геометрия. 7 класс / Сост. Н.Ф. Гаврилова. М.: ВАКО, 2015.

Все поурочные разработки, содержащиеся в данном пособии, являются примерными. В зависимости от степени подготовленности и уровня развития как целого класса, так и конкретных учащихся, учитель может и должен вносить коррективы как в методику проведения урока, так и в саму структуру урока, включая подбор заданий для организации классной, самостоятельной и домашней работы.

Примечание: знаком * в самостоятельных и контрольных работах обозначены задания повышенного уровня сложности.

Тематическое планирование учебного материала

№ урока	Тема урока
Глава I. Начальные геометрические сведения (11 ч)	
1	Прямая и отрезок
2	Луч и угол
3	Сравнение отрезков и углов
4	Измерение отрезков
5	Решение задач по теме «Измерение отрезков»
6	Измерение углов
7	Смежные и вертикальные углы
8	Перпендикулярные прямые
9	Решение задач. Подготовка к контрольной работе
10	Контрольная работа № 1
11	Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе
Глава II. Треугольники (18 ч)	
12	Треугольники
13	Первый признак равенства треугольников
14	Решение задач на применение первого признака равенства треугольников
15	Медианы, биссектрисы и высоты треугольников
16	Свойства равнобедренного треугольника
17	Решение задач по теме «Равнобедренный треугольник»
18	Второй признак равенства треугольников
19	Решение задач на применение второго признака равенства треугольников
20	Третий признак равенства треугольников

№ урока	Тема урока
21	Решение задач на применение третьего признака равенства треугольников
22	Окружность
23	Примеры задач на построение
24	Решение задач на построение
25	Решение задач на применение признаков равенства треугольников
26	Решение задач
27	Решение задач. Подготовка к контрольной работе
28	Контрольная работа № 2
29	Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе
Глава III. Параллельные прямые (13 ч)	
30, 31	Признаки параллельности прямых
32	Практические способы построения параллельных прямых
33	Решение задач по теме «Признаки параллельности прямых»
34	Аксиома параллельных прямых
35, 36	Свойства параллельных прямых
37, 38, 39	Решение задач по теме «Параллельные прямые»
40	Подготовка к контрольной работе
41	Контрольная работа № 3
42	Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе
Глава IV. Соотношения между сторонами и углами треугольника (20 ч)	
43	Сумма углов треугольника
44	Сумма углов треугольника. Решение задач
45, 46	Соотношения между сторонами и углами треугольника
47	Неравенство треугольника
48	Решение задач. Подготовка к контрольной работе
49	Контрольная работа № 4
50	Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе
51	Прямоугольные треугольники и некоторые их свойства
52	Решение задач на применение свойств прямоугольных треугольников
53	Признаки равенства прямоугольных треугольников
54	Прямоугольный треугольник. Решение задач
55	Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми

№ урока	Тема урока
56, 57	Построение треугольника по трем элементам
58	Построение треугольника по трем элементам. Решение задач
59	Решение задач на построение
60	Решение задач. Подготовка к контрольной работе
61	Контрольная работа № 5
62	Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе
Повторение (6 ч)	
63	Повторение темы «Начальные геометрические сведения»
64	Повторение темы «Признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник»
65	Повторение темы «Параллельные прямые»
66	Повторение темы «Соотношения между сторонами и углами треугольника»
67	Повторение темы «Задачи на построение»
68	Итоговая контрольная работа

Глава I
НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Формируемые УУД: *предметные:* иметь понятие о предмете геометрия, планиметрии как о разделе геометрии, об основных геометрических фигурах, о равенстве фигур на основе понятия наложения; знать определение отрезка, свойства отрезков, уметь решать задачи на использование определения отрезка и их свойств; знать определения угла, смежных и вертикальных углов, свойства углов, уметь решать задачи на использование определений различных углов и их свойств; знать определение перпендикулярных прямых, уметь их строить; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал, уметь извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; уметь доказывать и опровергать утверждения, используя очевидные или известные из курса математики 1—6 классов геометрические факты; моделировать с помощью схематических рисунков, строить логические цепочки; оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей; воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 1. Прямая и отрезок

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания о взаимном расположении точек и прямых; познакомить со свойством прямой (через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну); рассмотреть прием практического проведения прямых на плоскости (провешивание).

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

Чтобы жить в гармонии с природой, нужно понимать языки, с помощью которых мы могли бы общаться с ней. Г. Галилей говорил: «Природа говорит языком математики: буквы этого языка – круги, треугольники и иные математические фигуры». О какой науке идет речь?

II. Знакомство с предметом

Геометрия – одна из наиболее древних наук. Первые геометрические сведения найдены в вавилонских клинописных таблицах и египетских папирусах (III тысячелетие до н. э.), а также в других источниках. Название науки «геометрия» древнегреческого происхождения, оно составлено из двух древнегреческих слов: *ge* – земля и *metreo* – измеряю (землю измеряю).

Появление и развитие геометрических знаний связано с практической деятельностью людей. Это отразилось и в названиях многих геометрических фигур. Например, название фигуры *трапеция* происходит от греческого слова *trapezion* – столик, от которого произошло также слово *«трапеза»*. Термин *линия* возник от латинского слова *linum* – лен, льняная нить. Практические потребности людей (сооружение жилищ, храмов, желание украсить одежду, рисовать картины) способствовали приобретению и накоплению геометрических сведений, которые изначально передавались в устной форме из поколения в поколение. Новые сведения и факты добывались опытным путем, выводились некоторые правила (например, правило вычисления площадей), и данная наука не являлась точной. И только в VI в. до н. э. древнегреческий ученый Фалес начал получать новые геометрические сведения с помощью доказательств. В III в. до н. э. греческий ученый Евклид написал сочинение «Начала», и почти два тысячелетия геометрия изучалась по этой книге, а наука в честь ученого была названа евклидовой геометрией.

В настоящее время геометрия – это наука, занимающаяся изучением геометрических фигур.

Ответьте на вопросы и выполните задания (работа в парах или группах).

– Какие геометрические фигуры вам известны?

(Возможные ответы учащихся записать на доске.)

– Распределите их на две группы.

– По какому принципу данные геометрические фигуры вы записали в двух различных группах?

– Попробуйте дать название каждой группе фигур.

(Ожидаемый вариант распределения.)

Фигуры, существующие на плоскости	**Фигуры, существующие в пространстве**
Прямая Ломаная Отрезок Луч Угол Прямоугольник Треугольник Многоугольник	Куб Параллелепипед Цилиндр Шар Конус Пирамида Призма

Вывод. Часть геометрии, в которой рассматриваются фигуры на плоскости, называется планиметрией, а та часть, в которой рассматриваются фигуры в пространстве, называется стереометрией. Мы начнем изучение геометрии с планиметрии.

III. Работа по теме урока

(При изучении нового материала желательно опираться на имеющиеся у учащихся знания по данной теме за курс математики 5–6 классов. В ходе решения задач учитель постепенно вводит новые понятия, определения, символы и т. д. Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

1. Начертите прямую (рис. 1.1). Как ее можно обозначить? (*Прямая a или AB.*)

2. Отметьте точку C, не лежащую на данной прямой, и точки D, E, K, лежащие на этой же прямой (рис. 1.2).

В математике существуют специальные символы, позволяющие кратко записать какое-либо утверждение. Символы $\in$ и $\notin$ означают соответственно «принадлежит» и «не принадлежит» и называются **символами принадлежности**.

3. Используя символы принадлежности, запишите предложение «Точка D принадлежит прямой AB, а точка C не принадлежит прямой a». ($D \in AB$, $C \notin a$.)

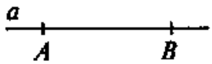


Рис. 1.1

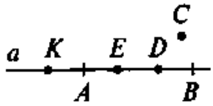


Рис. 1.2

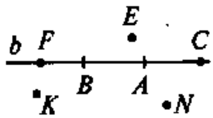


Рис. 1.3

4. Используя рис. 1.3 и символы, запишите, какие точки принадлежат прямой b, а какие – нет. ($F, B, A, C \in b$; $K, E, N \notin b$.)

– Сколько прямых можно провести через заданную точку A? (*Через заданную точку A можно провести множество прямых.*)

– Сколько прямых можно провести через две точки? (*Одну прямую.*)

– Через любые две точки можно провести прямую? (*Да.*)

Свойство прямой: Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну.

5. Начертите прямые XY и MK, пересекающиеся в точке O (рис. 1.4).

Для того чтобы кратко записать, что прямые XY и MK пересекаются в точке O, используют символ $\cap$ и записывают так: $XY \cap MK = O$.

– Сколько общих точек может быть у двух прямых? (*Две прямые могут иметь или одну общую точку, или ни одной общей точки.*)

(Для решения задач 6–8 учитель делит класс на группы или пары. Учащиеся выполняют рисунки, обдумывают ответ 1–2 мин, а затем обсуждают различные варианты ответов.)

6. На прямой a отметьте последовательно точки A, B, C, D. Запишите все получившиеся отрезки. (*Получились отрезки AB, BC, CD, AC, AD, BD* (рис. 1.5).)

7. Начертите прямые a и b, пересекающиеся в точке M. На прямой a отметьте точку N, отличную от точки M.

а) Являются ли прямые MN и a различными прямыми?

б) Может ли прямая b проходить через точку N?

Решение:

а) Прямая MN и прямая a совпадают, то есть это одна и та же прямая (рис. 1.6).

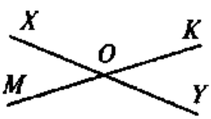


Рис. 1.4

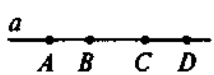


Рис. 1.5

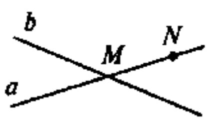


Рис. 1.6

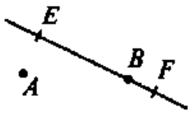


Рис. 1.7

б) Прямая b не может проходить через точку N, так как она уже проходит через точку M, а через точки M и N можно провести прямую, и притом только одну (это прямая a).

8. Дана прямая EF, $A \notin EF$, $B \in EF$. Может ли прямая AB не пересекать отрезок EF? (*Не может* (рис. 1.7).)

IV. Работа с учебником

– Прочитайте п. 2 на с. 6, 7 учебника и подготовьте ответы на вопросы.

1. В чем заключается смысл приема «провешивание прямой»?
2. Где на практике используется прием провешивания прямой?
3. Можно ли в учебной деятельности использовать прием провешивания прямой?

V. Закрепление изученного материала

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

1. Решить задачи № 2, 5 (учебник) (фронтальная работа в группах).

2. Решить самостоятельно задачу № 6 (учебник) в парах с последующим обсуждением решения задачи.

II уровень сложности

Решить задачи (работа в группах по 3–4 человека).

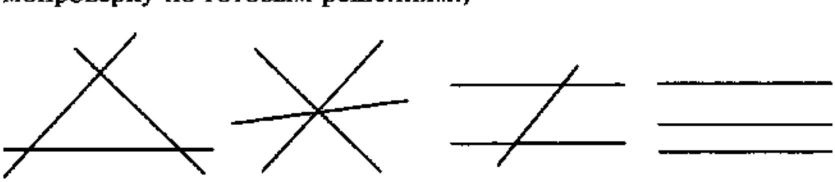
1) Сколько точек пересечения могут иметь три прямые? Рассмотрите все возможные случаи и сделайте соответствующие рисунки.

(*Ответ:* см. рис. 1.8: а) 3 точки пересечения; б) 1 точка пересечения; в) 2 точки пересечения; г) ни одной точки пересечения.)

2) На плоскости даны три точки. Сколько прямых можно провести через эти точки так, чтобы на каждой прямой лежали хотя бы две из данных точек? Рассмотрите все возможные случаи и сделайте рисунки.

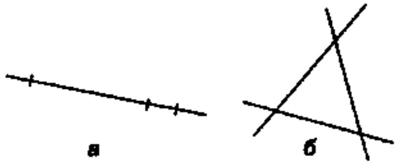
(*Ответ:* см. рис. 1.9: а) 1 прямая; б) 3 прямые.)

(В конце урока обсудить решение задач или выполнить самопроверку по готовым решениям.)



а б в г

Рис. 1.8



а б

Рис. 1.9

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Как называется наука, изучающая геометрические фигуры?
2. Как называется часть геометрии, изучающая фигуры на плоскости (в пространстве)?
3. Что означают символы $\in$, $\notin$, $\cap$?
4. Сколько прямых можно провести через две точки?
5. Сколько точек пересечения могут иметь две прямые?

Домашнее задание

1. § 1, 2, вопросы 1–3.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 1–4 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 1, 3, 4, 7.
3. Решить дополнительную задачу.

Сколько различных прямых можно провести через четыре точки? Рассмотрите все случаи и сделайте рисунки.

(Ученики должны самостоятельно ознакомиться с п. 2 учебника «Провешивание прямой на местности». Задачи № 1, 3, 4, 7 решить в тетради всем учащимся, а дополнительную задачу – желающим. За правильное решение дополнительной задачи можно получить хорошую оценку. Такие же напоминания можно сделать еще на нескольких уроках.)

Урок 2. Луч и угол

Основные дидактические цели урока: повторить, что такое луч, начало луча, угол, его стороны и вершины; ввести понятие внутренней и внешней областей неразвернутого угла; научить обозначать лучи и углы различными способами.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 1–3.
2. Ответить на вопросы.

– Как называется прием для «проведения» длинных отрезков прямых на местности?

– Для чего и как он используется?

3. Проверить тетради учащихся, выполнявших домашнее задание I уровня сложности: № 1–4 (рабочая тетрадь).

4. Проверить письменную часть домашнего задания учащихся, выполнявших задания II уровня сложности: № 3, 4 и дополнительной задачи.

(Три ученика заранее записывают решение на доске.)

5. Проверить устно задачу № 7.

Задача № 3 (рис. 1.10)

а) $a \cap b = O$, $b \cap c = O$, $c \cap a = O$. Получилась одна точка пересечения.

б) $a \cap b = M$, $b \cap c = K$, $c \cap a = P$. Получились три точки пересечения.

Задача № 4

4 прямые: AC, BD, CD, AD (рис. 1.11).

Задача № 7

На рисунке всего 6 отрезков: AB, AC, AD, BC, BD, CD.

а) точка C лежит на отрезках AC, AD, BC, BD, CD.

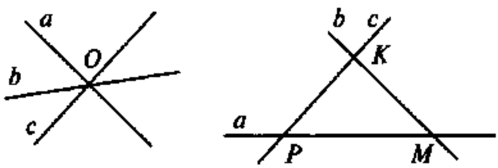
б) точка B не лежит на отрезке CD.

Дополнительная задача

Через четыре точки можно провести одну, четыре или шесть прямых (рис. 1.12).

III. Актуализация знаний обучающихся

(Учитель делит класс на группы для решения задач в зависимости от уровня усвоения темы предыдущего урока.)



а б

Рис. 1.10

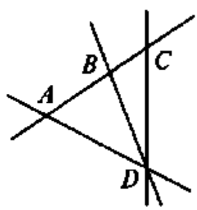
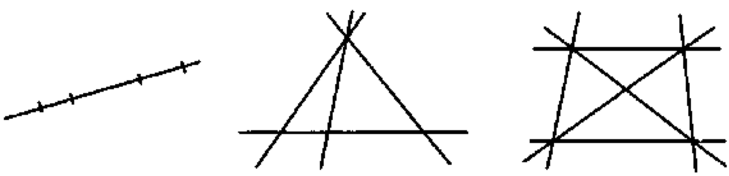


Рис. 1.11



а б в

Рис. 1.12

Задание для первой группы: индивидуальная работа в рабочих тетрадях.

(Четыре ученика решают задачи № 5–8 и сдают тетради на проверку до начала изучения нового материала.)

Задача № 5

Прямые m и n пересекаются в точке C, а точка H, отличная от точки C, лежит на прямой m. Лежит ли точка H на прямой n? Ответ объясните.

Решение: $H \notin n$, так как по условию задачи прямые m и n имеют общую точку C, а двух общих точек две пересекающиеся прямые иметь не могут.

(*Ответ:* Точка H не лежит на прямой n.)

Задача № 6

Отметьте на прямой MK (рис. 1.13) две точки: точку A, лежащую на отрезке MK, и точку B, которая не лежит на отрезке MK. Какая из точек – A или B – лежит между точками M и K?

(*Ответ:* Между точками M и K лежит точка A.)

Задача № 7

Пересекаются ли на рис. 1.14: а) отрезки EH и AB, EH и BC, HK и AB; б) отрезок EH и прямая BC, отрезок HK и AB?

(*Ответ:* а) Отрезки EH и AB пересекаются; отрезки EH и BC не пересекаются; б) Отрезок EH и прямая BC пересекаются; отрезок HK и прямая AB не пересекаются.)

Задача № 8

Выпишите все отрезки, изображенные на рисунке к задаче № 7:

а) на которых точка B лежит, но не является их концом;

б) концом которых является точка B.

(*Ответ:* а) AC, OC; б) BC, BO, AB.)

Задание для второй группы: математический диктант с последующей проверкой.

(Учащиеся записывают ответы в тетрадях, которые проверяют сами в конце диктанта по ответам одного из учеников.)

а) Назовите все отрезки (рис. 1.15).

(*Ответ:* AB, BD, AD, DC, BC, DM, AM.)

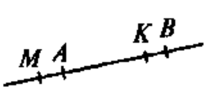


Рис. 1.13

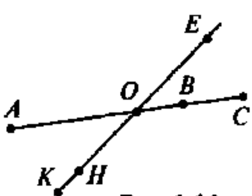


Рис. 1.14

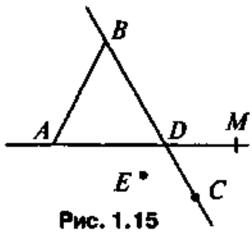


Рис. 1.15

б) Назовите все прямые.

(*Ответ:* AD, BC.)

в) Какие точки принадлежат прямой AD, а какие не принадлежат? Ответ запишите, используя математические символы.

(*Ответ:* A, D, $M \in$ прямой AD; B, E, $C \notin$ прямой AD.)

г) Какие точки принадлежат отрезку BD, а какие не принадлежат? Ответ запишите, используя математические символы.

(*Ответ:* B, $D \in$ отрезку BD; A, M, E, $C \notin$ отрезку BD.)

д) Укажите такую точку, которая принадлежит и прямой BC, и прямой AM. Как еше можно назвать указанную точку?

(*Ответ:* D; D – точка пересечения прямых BC, AM.)

Задание для третьей группы: самостоятельное решение задач повышенного уровня сложности.

(Учащиеся по желанию сдают тетради на проверку в конце урока.)

1. Сколько точек надо взять между точками A и B (рис. 1.16), чтобы вместе с отрезком AB получилось шесть различных отрезков?

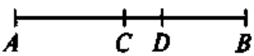


Рис. 1.16

(*Ответ:* 2 точки: C и D. Получаются отрезки AB, AC, AD, CD, CB, DB.)

2. Сколько точек пересечения могут иметь четыре попарно пересекающиеся прямые? Для каждого случая сделайте рисунок.

(*Ответ:* рис. 1.17: а) 6 точек пересечения; б) 4 точки пересечения; в) 1 точка пересечения.)

IV. Работа по теме урока

(Тема «Луч и угол» рассматривалась в курсе математики 5–6 классов. В ходе решения задач учитель постепенно вводит новые понятия.)

1. Решить задачи 1, 5, 8.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

Рис. 1.17

2. Решить устно задачи 2, 3, 4, 6.

Задача 1

Начертите прямую *a* и отметьте на ней точку *O*. Как называется часть прямой, состоящая из всех точек, лежащих по одну сторону от точки *O*? Как называется точка *O*?

(*Ответ:* Луч, *O* – начало луча.)

На доске и в тетрадях учащихся рисунок (рис. 1.18).

Задача 2

Назовите лучи, изображенные на рис. 1.19.

(*Ответ:* Лучи *a*, *AB*, *AC*, *EK*.)

(Учителю необходимо обратить внимание учащихся на то, что в случае обозначения луча двумя большими латинскими буквами первая буква обозначает начало луча, а вторая – какую-нибудь точку на луче.)

Задача 3

Сколько лучей, выходящих из точки *A*, изображено на рис. 1.20? Какие лучи совпадают? Какие лучи вместе с их общим началом составляют прямую?

(*Ответ:* 3 луча: *AK*, *AB*, *AE*; совпадают лучи *AB* и *AE*, *AD* и *AC*; прямую, вместе с их общим началом, составляют лучи *AK* и *AE*, *BK* и *BE*.)

Задача 4

– Как называется фигура, изображенная на рис. 1.21? (*Угол.*)
– Из каких геометрических фигур состоит угол? (*Угол – это геометрическая фигура, состоящая из точки и исходящих из нее двух лучей.*)
– Как называется точка, из которой исходят данные лучи? Как она обозначена на рисунке? (*Вершина угла, точка O.*)
– Как называются лучи, исходящие из вершины угла? Назовите указанные лучи на рисунке. (*Стороны угла, OA и OB.*)

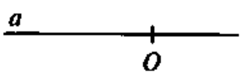


Рис. 1.18

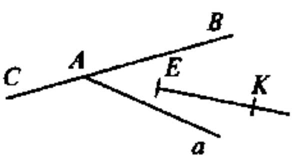


Рис. 1.19

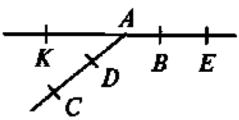


Рис. 1.20

Рис. 1.21

– Как обозначается угол, изображенный на рисунке? (*AOB*.)

– Угол можно обозначить еще одним способом: *ab*, где лучи *a*, *b* – стороны угла.

Задача 5

Начертите развернутый и неразвернутый углы. Чем они отличаются друг от друга?

(*Ответ:* Стороны развернутого угла с вершиной угла составляют одну прямую, каждая сторона развернутого угла является продолжением другой стороны.)

Задача 6

На сколько частей делится плоскость сторонами угла? (*На две.*)

У неразвернутого угла стороны делят плоскость на **внутреннюю** и **внешнюю** область данного угла. У развернутого угла любая из двух частей может считаться его внутренней областью.

(На доске и в тетрадях учащихся рис. 1.22, рис. 1.23.)

Задача 7

По рис. 1.24 назовите точки, принадлежащие:

а) внешней области угла;

б) внутренней области угла;

в) сторонам угла.

(*Ответ:* а) *D*, *P*, *N*; б) *E*, *K*, *M*; в) *A*, *B*, *O*, *C*.)

Задача 8

Начертите угол *MNK* и проведите луч *NE*, исходящий из вершины данного угла и проходящий внутри угла. На сколько углов поделил этот луч данный угол? Сколько всего углов получилось?

(*Ответ:* Луч поделил данный угол на два угла (рис. 1.25). Всего получилось 3 угла: *MNK*, *MNE*, *ENK*.)

Рис. 1.22

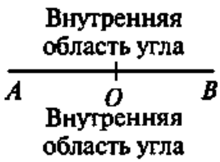


Рис. 1.23

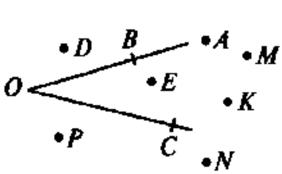


Рис. 1.24

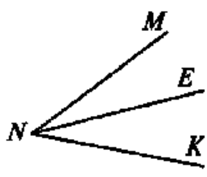


Рис. 1.25

V. Закрепление изученного материала

(Закрепление изученного материала целесообразно организовать дифференцированно. Изучение нового материала построено таким образом, что большинству учащихся можно предложить задания II уровня сложности для самостоятельного решения.)

I уровень сложности

(Учащиеся, недостаточно усвоившие новый материал, решают задачи № 9–12 (рабочая тетрадь) при консультативной помощи учителя.)

II уровень сложности

1. Решить задачи № 8, 9, 10, 12 (учебник).
2. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Дан неразвернутый угол ABC. Проведите лучи с началом в точке B так, чтобы образовалось шесть углов, один из которых был бы развернутым.

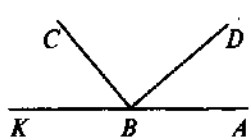


Рис. 1.26

(*Ответ:* Проведены лучи BD и BK (рис. 1.26). Образовались углы: $\angle ABD$, $\angle ABC$, $\angle ABK$, $\angle DBC$, $\angle DBK$, $\angle CBK$; $\angle ABK$ – развернутый).

Задача 2

Сколько неразвернутых углов образуют три прямые?

(*Ответ:* Возможны различные случаи в зависимости от расположения прямых (рис. 1.27): а) 12 неразвернутых углов: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$, $\angle EOF$, $\angle FOA$, $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle COE$, $\angle DOF$, $\angle EOA$, $\angle FOB$; б) 12 неразвернутых углов; в) 8 неразвернутых углов; г) ни одного неразвернутого угла.)

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Как называется часть прямой, состоящая из всех точек, лежащих по одну сторону от заданной точки? Какая точка называется началом луча?
2. Как называется фигура, состоящая из точки и исходящих из нее двух лучей?

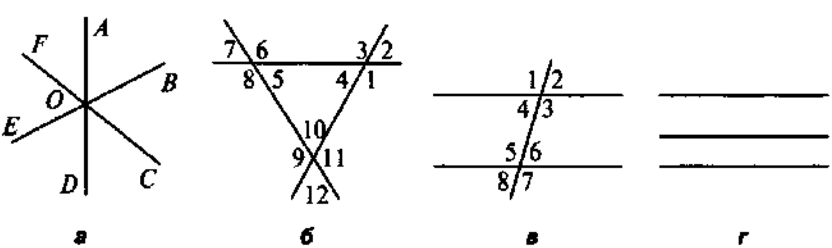


Рис. 1.27

3. Как называется точка, из которой исходят данные лучи? Как называются лучи, исходящие из вершины угла?
4. Какой угол называется развернутым?
5. На сколько частей делится плоскость сторонами угла? Как называются эти части плоскости?

Домашнее задание

1. § 2, вопросы 4–6.
2. Решить задачи. I уровень сложности: задачи № 13–16 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 11, 13, 14.
3. Решить дополнительные задачи № 71, 72.

Урок 3. Сравнение отрезков и углов

Основные дидактические цели урока: ввести понятия равенства геометрических фигур, середины отрезка и биссектрисы угла; научить сравнивать отрезки и углы.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 4–6.

2. Проверить решение задач № 11, 13, 14 у части учащихся, собрав тетради.

3. Проверить решение дополнительных задач № 71, 72.

(Справившиеся с заданием учащиеся заранее записывают решение на доске.)

Задача № 71

(*Ответ:* 6 прямых (рис. 1.28).)

Задача № 72

(*Ответ:* 6 точек пересечения (рис. 1.29).)

III. Работа по теме урока

(Изучение нового материала проводится в форме творческой работы в группах. На работу отводится 7–8 мин, после чего заслушиваются ответы.)

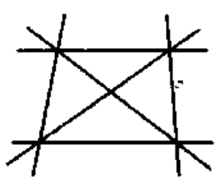


Рис. 1.28

Рис. 1.29

Оборудование, материалы и инструменты для работы в группах:

- 2 прямоугольника (равные на первый взгляд по размеру), вырезанные из разных материалов;
- 2 треугольника (равные на первый взгляд по размеру), изображенные на одном листе бумаги;
- рис. 1.30 и 1.31, изображенные на двух листах бумаги;
- линейка без делений;
- шарнирная модель угла;
- рисунки с различными углами (среди которых есть равные), изображенные на листах бумаги.

1. Творческая работа в группах.

1) Сравните два прямоугольника. (*Ответ:* Чтобы сравнить два прямоугольника, надо один прямоугольник наложить на другой, если из-за верхнего прямоугольника будет виден нижний, значит, верхний прямоугольник меньше нижнего, и наоборот. А если они совместятся, то данные прямоугольники равны.)

2) Сравните треугольники. (*Ответ:* Для этого нужно скопировать один треугольник на кальку и наложить на второй.)

3) Какие две геометрические фигуры можно назвать равными? (*Ответ:* Две геометрические фигуры называются равными, если при наложении они совмещаются.)

4) Сравните отрезки AB и CD, изображенные на рис. 1.30, с помощью линейки без делений. Выполните соответствующие записи, используя знаки $<$, $>$, $=$. (*Ответ:* а) наложить линейку на отрезок AB и отметить начало и конец данного отрезка; б) наложить линейку на отрезок CD так, чтобы отмеченное начало отрезка AB совпадало с точкой C. Если отмеченный конец отрезка AB совпадает с точкой D, то отрезки AB и CD равны. Если отмеченный конец отрезка AB будет лежать на отрезке CD, то отрезок AB меньше отрезка CD, а если будет лежать на прямой CD, но не на отрезке CD, то отрезок AB больше отрезка CD. Если отрезки AB и CD равны, пишут $AB = CD$. Если отрезок AB меньше (больше) отрезка CD, пишут $AB < CD$ ($AB > CD$).)

5) На рис. 1.31 точка C – середина отрезка MN. Что можно сказать об отрезках MC и CN? А об отрезке MN? (*Ответ:* $MC = CN$, $MN = 2MC = 2CN$.)

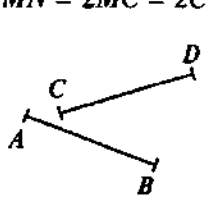


Рис. 1.30

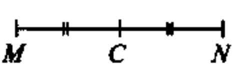


Рис. 1.31

6) Сравните углы, изображенные на рисунке, без использования транспортира. Выполните соответствующие записи, используя знаки <, >, =. (*Ответ:* а) зафиксировать с помощью шарнирной модели угла один из углов; б) наложить зафиксированную модель на другой угол таким образом, чтобы у них совпали вершины и по одной стороне. Если вторая сторона модели угла будет проходить между сторонами второго угла, то первый угол меньше второго. Если вторая сторона модели угла не будет проходить между сторонами второго угла, а будет во внешней области второго угла, то первый угол больше второго. Если вторая сторона модели угла совместится со второй стороной другого угла, то данные углы равны.)

7) Как называется луч, исходящий из вершины углы и делящий его на два равных угла? (*Ответ:* Луч – исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла, называется биссектрисой угла.)

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Научимся сравнивать геометрические фигуры, отрезки, углы и т. д.)

Да, сегодня мы должны научиться сравнивать отрезки, углы, решать задачи на сравнение отрезков и углов; узнаем, что значит «середина отрезка», «биссектриса угла».

3. Решить задачу (фронтальная работа).

(Рисунок к задаче подготовить на доске заранее (рис. 1.32).)

1) *Дано: OA* – биссектриса угла. *Сравните:* $\angle AOC$ и $\angle BOA$.

2) С помощью какого инструмента и как можно построить биссектрису данного угла? (*Примерный ответ.* Биссектрису угла можно построить с помощью транспортира. Для этого нужно изменить градусную меру данного угла и провести луч, исходящий из вершины этого угла, так, чтобы градусные меры образовавшихся углов были равны.)

3) Постройте $\angle AOB = 118°$, $\angle MNK = 68°$ и биссектрисы этих углов с помощью транспортира.

4) Постройте неразвернутый угол $\angle CED$ и на глаз проведите его биссектрису. Результат построения проверьте с помощью транспортира.

IV. Закрепление изученного материала

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить самостоятельно задачи № 19, 21, 22 (учебник) при консультативной помощи учителя.

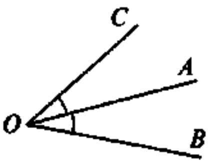


Рис. 1.32

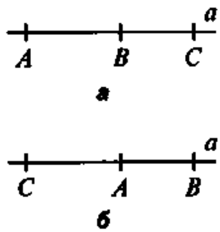


Рис. 1.33

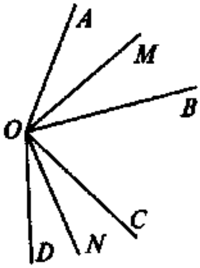


Рис. 1.34

(*Ответ:* № 19 а) Да; б) Нет. № 21 $\angle AOB > \angle AOC$. № 22 а) Да; б) Нет.)

II уровень сложности

Решить самостоятельно дополнительные задачи с последующим обсуждением за 3–5 мин до конца урока.

Задача 1

На прямой a от точки A отложены два отрезка AB и AC, причем $AB < AC < 1{,}99AB$. Сравните отрезки BC и AB (рис. 1.33).

(*Ответ:* а) $AC < 1{,}99AB$, $AC < AB + 0{,}99AB$, тогда $BC < 0{,}99AB$, следовательно, $BC < AB$; б) AB – часть BC, поэтому $BC < AB$.)

Задача 2

На рис. 1.34 $\angle AOC = \angle BOD$, OM и ON – биссектрисы углов AOB и COD. Сравните углы MON и AOC.

(*Ответ:* $\angle AOB = \angle COD$, так как $\angle AOC = \angle BOD$, а $\angle BOC$ – общая часть углов AOC и BOD.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какими способами можно сравнить две геометрические фигуры?
2. Какие две геометрические фигуры можно назвать равными?
3. Какая точка называется серединой отрезка?
4. Точка C – середина отрезка BC. Какую соответствующую запись можно выполнить?
5. Что называют биссектрисой угла?
6. Продолжи утверждение: «Если OA – биссектриса угла AOB, то...»

Домашнее задание

1. § 3, вопросы 7–11.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 18, 19, 22, 23 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 18, 20, 23 (учебник), дополнительная задача.

Задача № 18

На луче, исходящем из точки A, отмечены три точки K, M и P так, что точка M лежит между точками A и P и точка K лежит между точками A и M (рис. 1.35). Сравните отрезки AK и AP. Сделайте чертеж и объясните ответ.

Решение: По условию задачи $A - M - P$, поэтому отрезок AM – часть отрезка AP. Аналогично $A - K - M$, поэтому отрезок AK – часть отрезка AM. Следовательно, $AK < AP$.

(*Ответ:* $AK < AP$.)

Задача № 19

а) С помощью циркуля сравните отрезки AB и CD, AB и BD, AC и CD (рис. 1.36). Запишите результат сравнения и выясните, какая из точек – B или C – служит серединой отрезка AD.

б) На прямой AD отметьте точку M так, чтобы точка C была серединой отрезка DM.

(*Ответ.* а) $AB \le CD$, $AB = BD$, $AC < CD$; середина отрезка AD – точка B.)

Задача № 22

Луч AM делит угол BAC на два угла (рис. 1.37). Сравните углы BAM и BAC. Сделайте чертеж и объясните ответ.

Решение: Углы BAM и BAC имеют общую сторону AB, луч AM делит угол BAC на два угла, поэтому луч AM проходит внутри угла BAC, значит, угол BAM – часть угла BAC, поэтому $\angle BAM < \angle BAC$.

(*Ответ:* $\angle BAM < \angle BAC$.)

Задача № 23

Три луча h, k и m исходят из точки O, луч h является продолжением луча k. Сравните углы hk и km (рис. 1.38). Сделайте чертеж и объясните ответ.

Решение: По условию задачи луч h является продолжением луча k, значит, угол hk – развернутый. Угол km – неразвернутый, поэтому он составляет часть угла hk, т. е. $\angle hk > \angle km$.

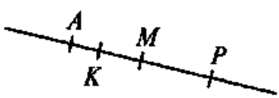


Рис. 1.35

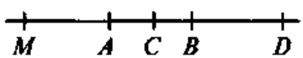


Рис. 1.36

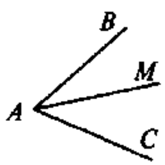


Рис. 1.37

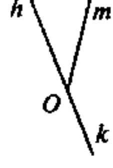


Рис. 1.38

(*Ответ:* $hk > km$.)

Дополнительная задача

OC – луч, принадлежащий внутренней области угла AOB. Как нужно провести луч OD, чтобы $\angle AOD = \angle COB$? Покажите на рисунке возможные варианты.

Урок 4. Измерение отрезков

Основные дидактические цели урока: ввести понятие длины отрезка; рассмотреть свойства длин отрезков; сформировать умение использовать понятие длины отрезка и свойства длин отрезков при решении задач; познакомить с различными единицами измерения и инструментами для измерения отрезков.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний обучающихся

1. Провести теоретический опрос по вопросам 7–11.
2. Решить устно задачи № 20, 21, 24 (рабочая тетрадь).

III. Самостоятельная работа обучающего характера

Вариант 1

1. На прямой a от точки A в одном направлении отложены два отрезка AB и AC так, что $AC > AB$. От точки C на этой прямой отложите такой отрезок CE, чтобы $AC = BE$. Сравните отрезки CE и AB.

Решение: $AC = BE$, BC – общая часть AC и BE, значит, $AB = CE$ (рис. 1.39).

2. *Дано:* $\angle AOC = \angle BOD$, OM – биссектриса $\angle AOB$ (рис. 1.40).

Доказать: OM – биссектриса $\angle COD$.

Решение: так как OM – биссектриса $\angle AOB$, то $\angle AOM = \angle BOM$. По условию задачи $\angle AOC = \angle BOD$, значит, части углов $\angle AOM$ и $\angle BOM$ равны, т. е. $\angle COM = \angle DOM$ и OM – биссектриса $\angle COD$.

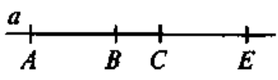


Рис. 1.39

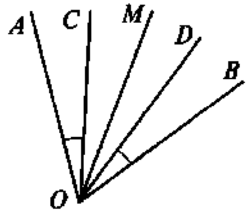


Рис. 1.40

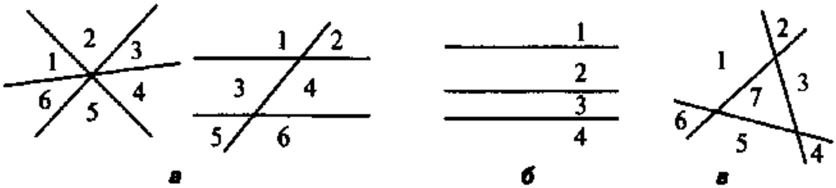


Рис. 1.41

3*. На сколько частей могут разделить плоскость три прямые (рис. 1.41)?

(*Ответ.* а) на 6 частей; б) на 4 части; в) на 7 частей.)

Вариант 2

1. На прямой a от точки A отложены два отрезка так, что $AC > AB$ и точка A лежит между точками B и C. От точки C отложен отрезок CM так, что $BM = AC$. Сравните отрезки MC и AB.

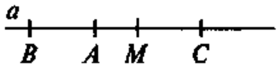


Рис. 1.42

Решение: $BM = AC$, AM – общая часть BM и AC, значит, $AB = MC$ (рис. 1.42).

2. *Дано:* $\angle AOC = \angle BOC$, $\angle AOE = \angle BOF$ (рис. 1.43).

Доказать: OC – биссектриса $\angle EOF$.

Решение: так как $\angle AOC = \angle BOC$ и $\angle AOE = \angle BOF$, то $\angle EOC =$ $= \angle FOC$, значит OC – биссектриса $\angle EOF$.

3*. Даны три прямые, каждая из которых пересекает хотя бы одну другую. Сколько всего точек пересечения могут иметь такие прямые (рис. 1.44)?

(*Ответ.* а) 1 точка пересечения; б) 2 точки пересечения; в) 3 точки пересечения.)

(После окончания самостоятельной работы выполняется самопроверка по готовым решениям и самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 2 задания;
- оценка «4» – одно из заданий выполнено правильно, а при решении второго задания допущены незначительные ошибки;

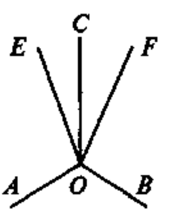


Рис. 1.43

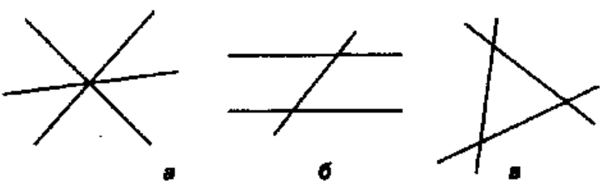


Рис. 1.44

- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – правильно выполненных заданий нет.
- за правильное решение третьей задачи ставится дополнительная оценка.

IV. Работа по теме урока

Герои одного мультфильма измеряли длину удава в попугаях. А английский король Генрих I ввел в качестве единицы длины ярд – расстояние от кончика своего носа до большого пальца вытянутой руки. На Руси в старину мерами длины были пядь, шаг, локоть. Большие расстояния измерялись полетом стрелы.

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Научимся измерять длину; узнаем единицы измерения длины и т. д.)

Да, сегодня мы рассмотрим единицы измерения длины, свойство измерения отрезков; научимся использовать свойство измерения отрезков при решении задач.

2. Прочитать самостоятельно § 4 «Измерение отрезков» и подготовить ответы на вопросы.

– Какие основные единицы измерения длины нам известны? А дополнительные? (*Примерный ответ.* Основные единицы измерения длины отрезка: миллиметр, сантиметр, дециметр, метр, километр. Дополнительные единицы измерения длины отрезка: световой год (путь, который проходит свет в течение одного года), морская миля (1,852 км). Старинные единицы измерения длины: аршин (0,7112 м), сажень (2,1336 м), косая сажень (2,48 м), маховая сажень (1,76 м), локоть (0,45 м) и др.)

– Как найти длину отрезка, если точка делит его на два отрезка, длины которых известны? (*Если точка делит отрезок на два отрезка, то длина всего отрезка равна сумме длин этих двух отрезков.*)

– Какими инструментами пользуются для измерения расстояний? (*Для измерения расстояний используются масштабная миллиметровая линейка, штангенциркуль, рулетка.*)

(Ответы на вопросы заслушать через 4–5 мин.)

V. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 25, 26 (рабочая тетрадь), задачу № 26 (учебник).

Задача № 26 (учебник). (*Ответ:* а) $CD = 6KL$; $EF = 5KL$; $PQ = 3KL$; $AB = 2KL$; б) $CD = 3AB$; $EF = 2{,}5AB$; $PQ = 1{,}5AB$; $KL = \frac{1}{2}AB$.)

2. Решить задачу № 32 (учебник) с последующим обсуждением (работа в парах).

Дано: A, B, $C \in a$, $AB = 12$ см, $BC = 13{,}5$ см.

Найти: AC.

Решение: на прямой a отметим точки A, B, C.

Возможны случаи (рис. 1.45):

а) Точка B лежит между точками A и C, тогда $AC = AB + BC$, $AC = 12$ см $+ 13{,}5$ см $= 25{,}5$ см.

б) Точка A лежит между точками B и C, тогда $AC = CB - AB$, $AC = 13{,}5$ см $-$ 12 см $= 1{,}5$ см.

в) Точка C не может лежать между точками A и B, так как $AB < BC$.

(*Ответ:* 25,5 см или 1,5 см.)

3. Решить самостоятельно задачи.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить задачи № 28, 27, 31, 34 (учебник).

II уровень сложности

Решить задачи № 27, 34 и дополнительные задачи 1, 2.

Задача № 27

Решение: Примем за единицу измерения отрезок AB и отложим его на луче от его начала, отметим 1 (рис. 1.46). Тогда $2AB = OC = 2$, $\frac{1}{2}AB = OK = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}AB = OD = \frac{1}{4}$.

Задача № 31

Дано:

а) $B \in AC$, $AB = 3{,}7$ см, $AC = 7{,}2$ см;

б) $B \in AC$, $AB = 4$ мм, $AC = 4$ см.

Найти: BC.

Наводящие вопросы к задаче.

– Известно ли, какая из точек делит отрезок на два отрезка?
– Как найти длину отрезка, если точка делит его на два отрезка, длины которых известны?

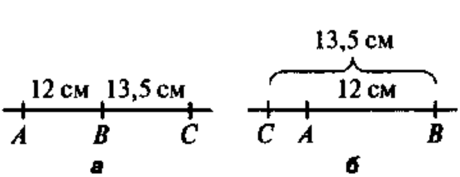


Рис. 1.45

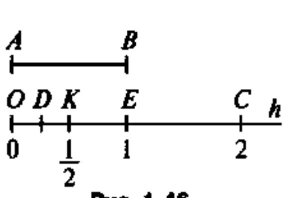


Рис. 1.46

Решение: Так как $B \in AC$, то $AB + BC = AC$, $BC = AC - AB$ (рис. 1.47).

а) $BC = 7{,}2$ см $- 3{,}7$ см $= 3{,}5$ см;

б) $BC = 4$ см $- 4$ мм $= 3{,}6$ см.

(*Ответ:* а) $BC = 3{,}5$ см; б) $BC = 3{,}6$ см.)

Задача № 34

Дано: $AB = 64$ см, C – середина AB, D лежит на луче CA, $CD = 15$ см.

Найти: BD, DA.

Наводящие вопросы к задаче.

– Известно ли точное расположение точки D?

– Может ли точка D лежать левее точки A? Почему?

– Как найти длины отрезков AC и CB, если C – середина AB?

– Как найти длины отрезков BD и DA, если известны длины отрезков CD, AC, CB?

Решение: $AB = 64$ см, C – середина AB, тогда $AC = CB = 32$ см. $CD = 15$ см, $DA = AC - DC = 32$ см $- 15$ см $= 17$ см. $BD = DC + CB = 15$ см $+ 32$ см $= 47$ см (рис. 1.48).

(*Ответ:* $BD = 47$ см, $DA = 17$ см.)

Дополнительные задачи

Задача 1

Длина отрезка AB равна 14 см. Найдите на прямой все такие точки D, для которых $DA = 3DB$.

Наводящие вопросы к задаче.

– Известно ли точное расположение точки D?

– Каким может быть расположение точек A, B и D?

Решение:

а) Если $D \in AB$, то $AD + DB = AB$ (рис. 1.49, а). Так как $DA = 3DB$, $AB = 14$ см, то $3DB + DB = 14$ см, $DB = 3{,}5$ см, тогда $AD = 10{,}5$ см.

б) Если $B \in AD$, то $AB + BD = AD$ (рис. 1.49, б). Так как $DA = 3DB$, $AB = 14$ см, то $14 + DB = 3DB$, $DB = 7$ см, тогда $AD = 21$ см.

в) Точка $A \notin BD$, так как $DA > DB$ по условию задачи.

(***Ответ:*** Если DAB, то $AD = 10{,}5$ см, $DB = 3{,}5$ см; если BAD, то $DB = 7$ см, $AD = 21$ см.)

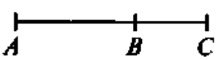


Рис. 1.47

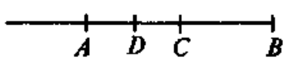


Рис. 1.48

Рис. 1.49

Задача 2

Точки A, B и C лежат на одной прямой, причем длина отрезка BC больше длины отрезка AC в 3 раза, а длина AB меньше длины BC на 3,6 см. Найдите длину отрезка AC.

Наводящие вопросы к задаче.

– Можно ли определить взаимное расположение точек A, B и C?
– Можно ли выразить какие-либо два отрезка через третий?
– Как найти длину отрезка, если точка делит его на два отрезка, длины которых известны?

Решение: Так как по условию задачи $BC = 3AC$, $BC = AB + 3{,}6$, то BC больше AC и больше AB, поэтому точка A лежит между B и C и выполняется равенство $BA + AC = BC$. Так как $BC = 3AC$, то $AC = \frac{1}{3}BC$; $BC = AB + 3{,}6$, то $AB = BC - 3{,}6$; тогда $BC - 3{,}6 + \frac{1}{3}BC = BC$, $BC = 10{,}8$ см, $AC = 3{,}6$ см.

(*Ответ:* $AC = 3{,}6$ см.)

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь. В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Назовите основные единицы измерения длины.
2. Как найти длину отрезка, если точка делит его на два отрезка, длины которых известны?
3. Какими инструментами пользуются для измерения расстояний?

Домашнее задание

1. § 4, вопросы 12, 13.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 27, 28, 29 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 25, 29, 33 (учебник), дополнительная задача.

Задача № 27

На рис. 1.50 с помощью масштабной линейки отметьте на прямой AB точку M так, чтобы $BM = 20$ мм.

а) Сколько таких точек можно отметить на прямой AB?

б) Измерьте в миллиметрах длину отрезка AM в каждом из случаев.

(*Ответ:* а) две; б) $AM = 10$ мм или $AM = 30$ мм.)

Задача № 28

Точки K, P и O лежат на одной прямой. Каким может быть расстояние KO, если $KP = 3$ см, $PO = 1{,}5$ см?

Решение: Расстоянием между точками K и O называется длина отрезка KO.

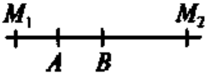


Рис. 1.50

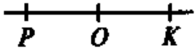


Рис. 1.51

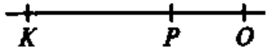


Рис. 1.52

Возможны два случая:

а) Точка O лежит на луче PK (сделайте чертеж (рис. 1.51)). В этом случае $KO + OP = KP$, т. е. $KO + 1{,}5 = 3$, откуда $KO = 1{,}5$ см.

б) Точка O лежит на продолжении луча KP (сделайте чертеж (рис. 1.52)). В этом случае $KP + PO = KO$, т. е. $KO = 4{,}5$ см.

(*Ответ:* $KO = 1{,}5$ см или $KO = 4{,}5$ см.)

Задача № 29

Длина отрезка BC на рисунке равна a. Известно, что точка – M середина отрезка OC. Отметьте точки M и K на рисунке. Найдите расстояние MK.

Решение: По условию задачи точка M – середина отрезка BO, поэтому $MO = \frac{1}{2}BO$; точка K – середина отрезка OC, поэтому $OK = \frac{1}{2}OC$. $MK = MO + OK = \frac{1}{2}BO + \frac{1}{2}OC = \frac{1}{2}(BO + OC) = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a$.

(*Ответ:* $MK = \frac{1}{2}a$.)

Дополнительная задача

Дано: $AF = FB$, $BK = KC$, $AC = 5$ см (рис. 1.53).

Найти: FK.

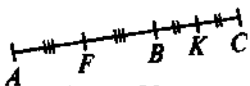


Рис. 1.53

Урок 5. Решение задач по теме «Измерение отрезков»

Основные дидактические цели урока: сформировать умение решать задачи на нахождение длины части отрезка или всего отрезка; научить логически мыслить; проверить знания и навыки решения задач по изученной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Проверить решение дополнительной домашней задачи.

(Справившийся с заданием учащийся заранее записывает решение на доске.)

Решение: По условию задачи $AF = FB$, $BK = KC$, тогда $AF + FB + BK + KC = AC$, $2FB + 2BK = 5$ см, $FB + BK = 2{,}5$ см, $FB + BK = FK$, поэтому $FK = 2{,}5$ см.

(*Ответ:* $FK = 2{,}5$ см.)

2. Решить устно задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее).

а) $BC = 2{,}5$ см (рис. 1.54).

Найти: AC.

(*Ответ:* $AC = 5$ см.)

б) $AD = 42$ см, $BC = 11$ см (рис. 1.55).

Найти: AB.

(*Ответ:* $AB = 20$ см.)

в) $AC = 18$ дм. $AB : AC = 5 : 4$ (рис. 1.56).

Найти: AB.

(*Ответ:* $AB = 10$ дм.)

3. Решить задачи № 38, 40 (работа в парах).

Задача № 38

Дано: O, A, B лежат на одной прямой, $OA = 12$ см, $OB = 9$ см.

Найти: Расстояние между серединами отрезков OA и OB, если: а) $O \in AB$; б) $O \notin AB$.

Решение: Пусть M – середина отрезка OA, N – середина отрезка OB.

Возможны два случая (рис. 1.57):

а) Если точка O лежит на отрезке AB, то $MO = AO : 2 = 6$ см, $NO = BO : 2 = 4{,}5$ см. Расстояние между серединами отрезков OA и OB равно длине отрезка MN, а $MN = MO + ON = 6$ см + + 4,5 см = 10,5 см.

б) Если точка O не лежит на отрезке AB, то $MO = AO : 2 = 6$ см, $NO = BO : 2 = 4{,}5$ см. $MN = MO - ON = 6$ см $-$ 4,5 см $= 1{,}5$ см.

(*Ответ:* а) 10,5 см; б) 1,5 см.)

Наводящие вопросы к задаче (часть а).

– Что вы можете сказать об отрезках AM и MO? Чему равны их длины?

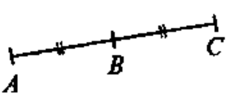


Рис. 1.54

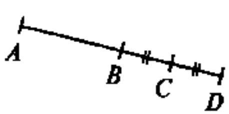


Рис. 1.55

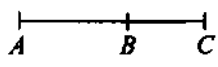
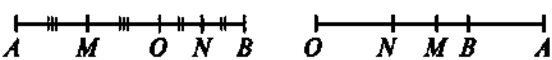


Рис. 1.56



а б

Рис. 1.57

– Чему равны длины отрезков *ON* и *NB*?
– Чему равно расстояние между серединами отрезков *OA* и *OB*?

Наводящие вопросы к задаче (часть б).

– Какая из трех точек *O*, *A* или *B* лежит между двумя другими, если точка *O* не лежит на отрезке *AB*, $OA = 12$ см, $OB = 9$ см?
– Где расположены точки *M* и *N*? Почему?
– Как найти длину отрезка *MN*?

Задача № 40

Дано: $AB = 28$ см, $C, D \in AB$, *M* – середина *AC*, *N* – середина *DB*. $MN = 16$ см.

Найти: *CD*.

Решение: $AB = AM + MN + NB$, $NB = 28$ см – 16 см = 12 см. *M* – середина *AC*, значит $AM = MC$, *N* – середина *BD*, значит $BN = ND$. Так как $AM + NB = 12$ см, $AM = MC$, $BN = ND$, то $MC + DN =$ $= 12$ см. $MN = MC + CD + DN = 16$ см, $MC + DN = 12$ см, значит $CD = MN - (MC + DN) = 16$ см – 12 см = 4 см (рис. 1.58).

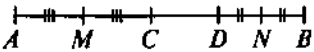


Рис. 1.58

(*Ответ:* 4 см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– На сколько отрезков разбит отрезок *AB* точками *M*, *N*, *C*, *D*?
– Что вы можете сказать об этих отрезках? Есть ли среди данных отрезков равные?
– Длина какого отрезка равна 16 см?
– Чему равна сумма длин отрезков *AM* и *NB*? А сумма длин отрезков *MC* и *DN*?
– Как можно найти длину отрезка *CD*?

III. Рефлексия учебной деятельности

1. Как найти длину отрезка, если точка делит его на два отрезка, длины которых известны?
2. Как определить, какая из трех точек лежит на прямой между двумя другими, если известны длины всех трех образовавшихся отрезков? Например, точки *A*, *B* и *C* лежат на одной прямой, $AB = 6$ см, $AC = 4$ см, $BC = 10$ см.
3. Каким может быть взаимное расположение точек *A*, *B* и *C* на прямой? Как найти длину отрезка *AB* в каждом случае? Например, $AC = 7$ см, $BC = 5$ см.

IV. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. На отрезке AB взяты точки C и D. Найдите длину отрезка CD, $AB = 12$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см.

2. На отрезке AB длиной 36 см взята точка K. Найдите длину отрезков AK и BK, если AK больше BK на 4 см.

3. На прямой отмечены точки A, B, C так, что $AB = 27$ м, $AC = 11$ м, $BC = 16$ м. Какая из этих точек лежит между двумя другими?

Вариант 2

1. На отрезке AB взяты точки C, а на отрезке CB – точка D. Найдите длину отрезка BD, если $AB = 15$ см, $CD = 7$ см, $AC = 6$ см.

2. На отрезке AB длиной 36 см взята точка K. Найдите длину отрезков AK и BK, если AK больше BK в 3 раза.

3. На прямой отмечены точки A, B, C так, что $AB = 7$ м, $AC = 21$ м, $BC = 28$ м. Какая из этих точек лежит между двумя другими?

II уровень сложности

Вариант 1

1. На отрезке AB взяты точки M и N. Известно, что $AB = 12$ см, $AM = 8$ см, $BN = 10$ см. Найдите длину отрезка MN.

2. На отрезке AB длиной 36 см взята точка K. Найдите длину отрезков AK и BK, если $AK : BK = 4 : 5$.

3. Дан отрезок $AB = 16$ см. Точка M – середина отрезка AB, точка K – середина отрезка MB. Найдите длину отрезка AK.

Вариант 2

1. На отрезке AB длиной 12 см взяты точки C так, что $AC = 10$ см, и точка D так, что $CD = 5$ см. Найдите длину отрезка BD.

2. На отрезке MN длиной 36 см взята точка K. Найдите длину отрезков MK и NK, если $MK : NK = 7 : 5$.

3. Точка M – середина отрезка AB, точка K – середина отрезка MB. Найдите длину отрезка AK, если $BK = 3$ см.

III уровень сложности

Вариант 1

1. На отрезке AB взята точка C. Известно, что $AB = 9$ см, $BC = 4$ см. Какую длину может иметь отрезок AC?

2. На отрезке AB длиной 36 см взята точка K. Найдите длину отрезков AK и BK, если $\frac{1}{2}AK$ равна $\frac{1}{4}BK$.

3. На отрезке $AB = 40$ см взята точка P. Найдите расстояние между серединами отрезков AP и PB.

Вариант 2

1. На отрезке AB взята точка C. Известно, что $AB = 5$ см, $AC = 7$ см. Какую длину может иметь отрезок BC?

2. На отрезке AB длиной 21 см взята точка K. Найдите длину отрезков AK и BK, если $\frac{1}{4}AK$ равна $\frac{1}{3}BK$.

3. На отрезке AB взята точка P. Расстояние между серединами отрезков AP и PB равно 20 см. Найдите длину отрезка AB.

Домашнее задание

1. Решить задачи № 35, 36, 37, 39.
2. Решить дополнительную задачу.

Длина отрезка $AB = 6$ см. Внутри отрезка взята точка M. Найдите длину отрезка BM, если:

а) $AM = 2BM$;
б) $2AM = 3BM$;
в) $AM : BM = 1 : 5$;
г) $AM : BM = 3 : 4$;
д) $AM - BM = 2$;
е) $2BM + 3AM = 14$.

Решение: $M \in AB$, значит, $AM + MB = AB$, $AB = 6$ см, следовательно, $AM + MB = 6$.

а) $AM = 2BM$, тогда $2BM + MB = 6$; $MB = 2$ см.

б) $2AM = 3BM$, тогда $AM = 1{,}5BM$, $1{,}5BM + BM = 6$, $MB = 2{,}4$ см.

в) $AM : BM = 1 : 5$, значит, $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{5}$, $AM = \frac{1}{5}BM$, тогда $\frac{1}{5}BM + BM = 6$, $BM = 5$ см.

г) $AM : BM = 3 : 4$, значит, $\frac{AM}{BM} = \frac{3}{4}$, $AM = \frac{3}{4}BM$, тогда $\frac{3}{4}BM + BM = 6$, $BM = 3 \cdot \frac{3}{7}$ см.

д) $AM - BM = 2$, значит, $AM = BM + 2$, тогда $BM + 2 + BM = 6$, $BM = 2$ см.

е) $2BM + 3AM = 14$, тогда $2 \cdot (AM + BM) + AM = 14$. Так как $AB = AM + MB = 6$, то $2 \cdot 6 + AM = 14$, $AM = 2$, $BM = 4$ см.

Урок 6. Измерение углов

Основные дидактические цели урока: ввести понятие градуса и градусной меры угла; рассмотреть свойства градусных мер угла, свойство измерения углов; сформировать умение использовать свойство измерения углов при решении задач; повторить виды углов; ознакомить с приборами для измерения углов на местности.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

(Самопроверка решения дополнительной домашней задачи. Обсуждение решения задачи по готовым чертежам с использованием интерактивной доски.)

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

1. Провести общий анализ самостоятельной работы.

2. Провести работу над ошибками с использованием готовых ответов к задачам самостоятельной работы.

(Учащимся, справившимся с заданиями самостоятельной работы, можно предложить задания более высокого уровня сложности или назначить консультантами учащихся, допустивших наибольшее количество ошибок при решении задач.)

Решение задач самостоятельной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $AB = AC + CD + DB$. Так как $AB = 12$ см, $AC = 3$ см, $BD = 4$ см, то $CD = 12 - (3 + 4) = 5$ см (рис. 1.59).

(*Ответ:* $CD = 5$ см.)

2. $AK + KB = AB$. Так как $AB = 36$ см, а AK больше BK на 4 см, то $AK = BK + 4$, тогда $BK + 4 + BK = AB$, $2BK + 4 = 36$, $BK = 16$. Так как $BK = 16$ см, то $AK = 20$ см (рис. 1.60).

(*Ответ:* $BK = 16$ см, $AK = 20$ см.)

3. Так как $AB = 27$ м, $AC = 11$ м, $BC = 16$ м, то $AB = AC + BC$, т. е. C лежит между точками A и B.

(*Ответ:* C лежит между точками A и B.)

Вариант 2

1. $AB = AC + CD + DB$. Так как $AB = 15$ см, $CD = 7$ см, $AC = 6$ см, то $BD = 15 - (7 + 6) = 2$ см (рис. 1.61).

(*Ответ:* $BD = 2$ см.)

2. $AK + KB = AB$. Так как AK больше BK в 3 раза, то $AK = 3BK$. $AB = 36$ см, тогда $3BK + BK = 36$, $BK = 9$ см, $AK = 27$ см (рис. 1.62).

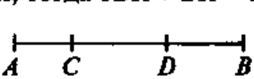


Рис. 1.59

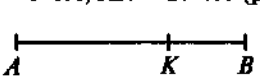


Рис. 1.60

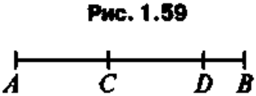


Рис. 1.61

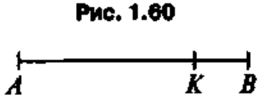


Рис. 1.62

(*Ответ:* $BK = 9$ см, $AK = 27$ см.)

3. Так как $AB = 7$ м, $AC = 21$ м, $BC = 28$ м, то $BC = AB + AC$, т. е. точка A лежит между точками B и C.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Так как $AB = 12$ см, $BN = 10$ см, $AM = 8$ см, то точки A, B, N и M расположены так, как показано на рис. 1.63. $AB - AM = MB$, $MB = 12 - 8 = 4$ см. $MN = BN - MB = 10 - 4 = 6$ см.

(*Ответ:* $MN = 6$ см.)

2. $AK + KB = AB$. Так как $AK : BK = 4 : 5$, то $AK = 4x$, $BK = 5x$, $AB = 36$ см, тогда $4x + 5x = 36$ см, $x = 4$ см, значит, $AK = 16$ см, $BK = 20$ см (рис. 1.64).

(*Ответ:* $AK = 16$ см, $BK = 20$ см.)

3. Так как $AB = 16$ см, а M – середина AB, то $AM = 8$ см. Так как K – середина MB, то $MK = 4$ см. $AK = AM + MK = 8 + 4 = 12$ см (рис. 1.65).

(*Ответ:* $AK = 12$ см.)

Вариант 2

1. Так как $AB = 12$ см, $AC = 10$ см, $CD = 5$ см, то точка D лежит между A и C. $CB = AB–AC = 12 - 10 = 2$ см. $DC + CB = BD$, значит, $BD = 2 + 5 = 7$ см (рис. 1.66).

(*Ответ:* $BD = 7$ см.)

2. $MK + KN = MN$. Так как $MK : NK = 7 : 5$, то $MK = 7x$ см, $NK = 5x$ см, $MN = 36$ см, тогда $7x + 5x = 36$ см, $x = 3$ см, значит, $MK = 21$ см, $NK = 15$ см (рис. 1.67).

(*Ответ:* $MK = 21$ см, $NK = 15$ см.)

3. K – середина MB, $BK = 3$ см, тогда $MB = 6$ см. Так как M – середина AB, то $AM = MB = 6$ см. $AK = AM + MK = 6 + 3 = 9$ см (рис. 1.68).

(*Ответ:* $AK = 9$ см.)

III уровень сложности

Вариант 1

1. Возможные случаи (рис. 1.69):

а) $AC = AB - BC = 9 - 4 = 5$ см.

б) $AC = AB + BC = 9 + 4 = 13$ см.

(*Ответ:* 5 см или 13 см.)

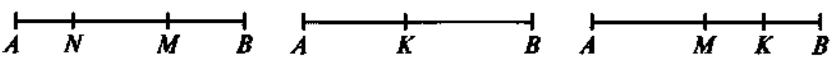


Рис. 1.63 Рис. 1.64 Рис. 1.65

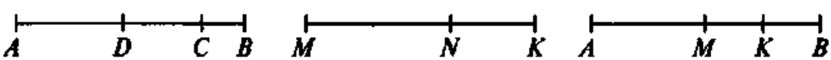


Рис. 1.66 Рис. 1.67 Рис. 1.68

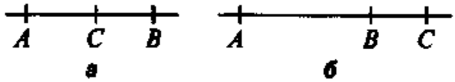


Рис. 1.69

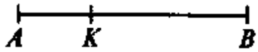


Рис. 1.70

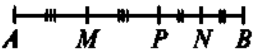


Рис. 1.71

2. Так как $\frac{1}{2}AK = \frac{1}{4}BK$, то $AK = \frac{1}{2}BK$. $AK + KB = AB$, $AB = 36$ см, значит, $\frac{1}{2}KB + KB = 36$ см, $KB = 24$ см, тогда $AK = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ см (рис. 1.70).

(*Ответ:* $AK = 12$ см, $BK = 24$ см.)

3. Если M – середина AP, N – середина PB, то $AM = MP$, $PN = NB$, $AB = AM + MP + PN + NB = 2MP + 2PN = 2(MP + PN) = 2MN$. $AB = 40$ см, тогда $MN = 20$ см (рис. 1.71).

(*Ответ:* Расстояние между серединами отрезков AP и PB равно 20 см.)

Вариант 2

1. Возможные случаи (рис. 1.72):

а) $BC = AC - AB = 7 - 5 = 2$ см.

б) $BC = BA + AC = 7 + 5 = 12$ см.

(*Ответ:* 2 см или 12 см.)

2. $\frac{1}{4}AK = \frac{1}{3}BK$. Тогда $AK = \frac{4}{3}BK$. $AK + KB = AB$, $AB = 21$ см, значит $\frac{4}{3}KB + KB = 21$ см, $BK = 9$ см, $AK = 12$ см (рис. 1.73).

(*Ответ:* $BK = 9$ см, $AK = 12$ см.)

3. Если M – середина AP, N – середина PB, то $AM = MP$, $PN = NB$, $AB = AM + MP + PN + NB = 2MP + 2PN = 2(MP + PN) = 2MN$. $MN = 20$ см, тогда $AB = 40$ см (рис. 1.74).

(*Ответ:* $AB = 40$ см.)

IV. Работа по теме урока

(При изучении нового материала желательно опираться на имеющиеся у учащихся знания по данной теме за курс мате-

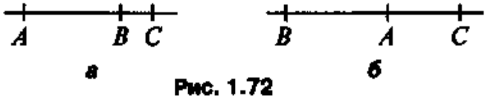


Рис. 1.72

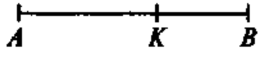


Рис. 1.73

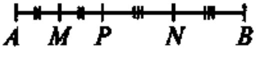


Рис. 1.74

матики 5–6 классов. Учащиеся отвечают на вопросы викторины, ответы записывают в тетрадях, а затем все вместе проверяют.)

1. Выполните задания викторины.

1) Единица измерения углов. (*Градус.*)

2) Положительное число, которое показывает, сколько раз градус и его части укладываются в данном угле. (*Градусная мера угла.*)

3) $\frac{1}{180}$ часть развернутого угла. (*Градус.*)

4) $\frac{1}{60}$ часть градуса. (*Минута.*)

5) $\frac{1}{60}$ часть минуты. (*Секунда.*)

6) Градусная мера развернутого угла. (*180°.*)

7) Градусная мера прямого угла. (*90°.*)

8) Градусная мера неразвернутого угла. (*Меньше 180°.*)

9) Угол, градусная мера которого меньше 90°. (*Острый.*)

10) Угол, градусная мера которого больше 90°, но меньше 180°. (*Тупой.*)

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Научимся измерять углы; узнаем, какие виды углов существуют; узнаем единицы измерения углов и т. д.)

Да, сегодня мы повторим понятие градуса и градусной меры угла; рассмотрим свойства градусных мер углов, свойство измерения углов; научимся использовать свойство измерения углов при решении задач; повторим виды углов; ознакомимся с приборами для измерения углов на местности.

В ходе изучения нового материала необходимо рассмотреть свойства:

- Равные углы имеют равные градусные меры.
- Меньший угол имеет меньшую градусную меру.
- Если луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов.

3. Решить устно задачи.

(Условия задач подготовить на доске заранее.)

1) $\angle A = \angle B$, $\angle A = 50°$, $\angle B = ?$

2) Сформулируйте свойство о градусной мере равных углов.

3) Известно, что $\angle O$ меньше $\angle K$. Сравните градусные меры $\angle O$ и $\angle K$.

4) $\angle B$ больше $\angle A$. Сравните градусные меры $\angle B$ и $\angle A$.

5) Сформулируйте свойство о градусной мере меньшего угла.

6) Рис. 1.75.

а) *Дано:* $\angle AOC = 72°$, $\angle COB = 37°$.

Найти: $\angle AOB$.

б) *Дано:* $\angle AOB = 46°$, $\angle COB = 29°$.

Найти: $\angle AOC$.

7) Как найти градусную меру угла, если некоторым лучом он делится на два угла, градусные меры которых известны?

V. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 32, 33, 34, 37, 38 из рабочей тетради (фронтальная работа).

2. Решить задачи № 44, 47 (б) (работа в парах).

Задача № 44

(Учитель проверяет решение задачи у каждой пары.)

Задача № 47 (б)

$\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB$, $\angle AOE = 12°37'$, $\angle EOB = 108°25'$, значит, $\angle AOB = 120°62' = 121°2'$.

3. Решить самостоятельно задачи.

(Рекомендуется дифференцированная работа. Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

I уровень сложности

Решить задачи № 47 (а), 49, 51, 53 (учебник).

Задача № 49

$\angle AOC$ на 15° больше $\angle COB$, значит $\angle AOC = \angle COB + 15°$. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB = 155°$, тогда $\angle COB + \angle COB + 15° = 155°$, $\angle COB = 70°$. $\angle AOC = 70° + 15° = 85°$ (рис. 1.76).

(*Ответ:* $\angle AOC = 85°$.)

Задача № 51

$\angle AOD$ – прямой, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 30°$, так как $\angle AOD = 90°$. Пусть OM – биссектриса $\angle AOB$, а ON – биссектриса $\angle COD$, тогда $\angle MOB = 15°$, $\angle CON = 15°$, $\angle MON = \angle MOB + \angle BOC + \angle CON = 15° + 30° + 15° = 60°$.

(*Ответ:* 60°.)

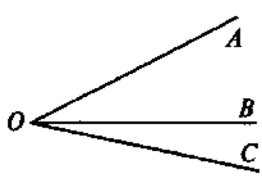


Рис. 1.75

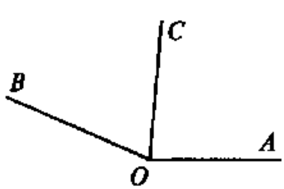


Рис. 1.76

Задача № 53

Градусная мера неразвернутого угла hk меньше 180°. Луч l, являясь его биссектрисой, делит угол hk на два равных угла, градусные меры которых меньше 90°, т. е. на два острых угла. Поэтому угол hl не может быть прямым или тупым.

(*Ответ:* Не может.)

II уровень сложности

Решить задачи № 49, 51, 53 (учебник), дополнительные задачи.

Дополнительные задачи

Задача 1

Угол AOB принадлежит внутренней области угла COD; $\angle COD = 140°$, $\angle AOB = 100°$. Найдите угол, образованный биссектрисами углов AOC и BOD.

Решение: Пусть OM и ON – биссектрисы углов AOC и BOD соответственно, тогда $\angle COM = \angle AOM$, $\angle DON = \angle BON$. $\angle COD = \angle COA + \angle AOB + \angle BOD$, тогда $\angle COA + \angle BOD = \angle COD - \angle AOB = 140° - 100° = 40°$. Но $\angle COA + \angle BOD = 2\angle AOM + 2\angle BON = 2(\angle AOM + \angle BON)$, тогда $\angle AOM + \angle BON = 20°$. $\angle MON = \angle AOM + \angle AOB + \angle BON = 100° + 20° = 120°$ (рис. 1.77).

(*Ответ:* 120°.)

Задача 2

Прямой угол разделен лучом, исходящим из его вершины, на два угла, таких, что половина одного угла равна трети другого. Найдите эти углы.

Решение: $\angle BOA = 90°$. $\frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{3}\angle AOC$, тогда $\angle BOC = \frac{2}{3}\angle AOC$. $\angle BOC + \angle AOC = \frac{2}{3}\angle AOC + \angle AOC = \frac{5}{3}\angle AOC$, но $\angle BOC + \angle AOC = \angle AOB = 90°$, тогда $\frac{5}{3}\angle AOC = 90°$, $\angle AOC = 54°$, $\angle BOC = 36°$ (рис. 1.78).

(*Ответ:* 54° и 36°.)

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Что вы можете сказать о градусных мерах равных углов?

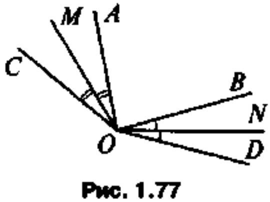


Рис. 1.77

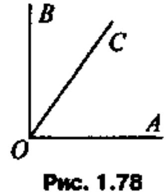


Рис. 1.78

2. Градусная мера какого угла больше: меньшего из углов или большего?
3. Как найти градусную меру угла, если луч делит этот угол на два угла?

Домашнее задание

1. § 5, вопросы 14–16;
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 35, 36, 39, 40 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 42, 46, 48, 52 (учебник).
3. Решить дополнительную задачу (рис. 1.79).

Дано: $\angle DRQ = 130°$, $\angle DRF = \angle FRM$, $\angle MRN = \angle NRQ$.

Найти: FRN.

Решение: $\angle DRF = \angle FRM$, $\angle MRN = \angle NRQ$, $\angle DRQ = 130°$, тогда $\angle DRQ = \angle DRF + \angle FRM + \angle MRN + \angle NRQ = 2\angle FRM + 2\angle MRN =$ $= 2(\angle FRM + \angle MRN) = 2\angle FRN = 130°$, отсюда $\angle FRN = 65°$.

(***Ответ:*** $\angle FRN = 65°$.)

Задача № 35

С помощью транспортира отложите от луча *OA* угол *AOC*, равный 35° (рис. 1.80).

а) Сколько таких углов можно отложить от луча *OA*?

б) Измерьте угол *COB* в каждом из случаев.

(***Ответ:*** а) два угла; б) $COB = 25°$ или $COB = 95°$.)

Задача № 36

Луч *AB* делит угол *KAP* на два угла так, что угол *KAB* тупой. Сделайте чертеж (рис. 1.81). Может ли угол *BAP* быть тупым или прямым?

Решение: Так как луч *AB* делит угол *KAP* на два угла, то $\angle KAP = \angle KAB + \angle BAP$. Предположим, что угол *BAP* тупой или прямой. Тогда $\angle KAP > 180°$, что невозможно. Значит, угол *BAP* – острый.

(***Ответ:*** Не может.)

Задача № 39

С помощью транспортира постройте биссектрисы углов *KMC* и *CMT* (рис. 1.82). Измерьте угол, образованный построенными биссектрисами, и запишите результат измерения.

(***Ответ:*** 90°.)

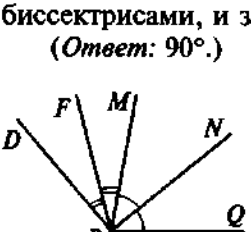


Рис. 1.79

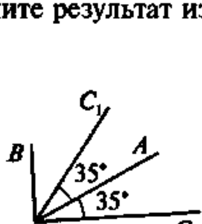


Рис. 1.80

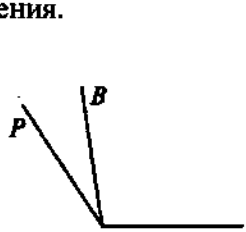


Рис. 1.81

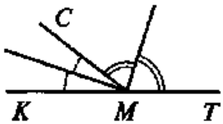


Рис. 1.82

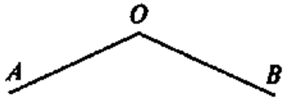


Рис. 1.83

Задача № 40

С помощью транспортира разделите угол AOB на три равных угла (рис. 1.83).

Урок 7. Смежные и вертикальные углы

Основные дидактические цели урока: познакомить с понятиями смежных и вертикальных углов, рассмотреть их свойства; научить строить угол, смежный с данным углом, изображать вертикальные углы, находить на рисунке вертикальные и смежные углы; сформировать навыки решения задач на использование определений и свойств смежных и вертикальных углов.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

1. Проверить решение дополнительной домашней задачи и задачи № 52.

(Справившиеся с заданием учащиеся заранее записывают решение на доске.)

Задача № 52

OV – биссектриса $\angle ZOY$, тогда $\angle ZOV = \angle YOV$. OU – биссектриса $\angle XOY$, тогда $\angle XOU = \angle YOU$. $\angle ZOX = \angle ZOV + \angle YOV + \angle XOU + \angle YOU = 2\angle YOV + 2\angle YOU = 2(\angle YOV + \angle YOU) = 2\angle VOU$. Так как $\angle VOU = 80°$, то $\angle ZOX = 160°$.

(*Ответ:* 160°.)

III. Самостоятельная тестовая работа

(Рекомендуется дифференцированная работа. Учащиеся пишут ответы на листочках и сдают учителю на проверку. Решение в тетрадях учащиеся проверяют по готовым ответам после выполнения самостоятельной работы.)

Решить задачи с последующей самопроверкой.

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle AOB = 122°$, $\angle AOD = 19°$, $\angle COB = 23°$ (рис. 1.84).

Найти: $\angle COD$.

а) 90°; б) 80°; в) 164°.

2. Луч OC проходит между сторонами угла AOB, равного 120°. Найдите $\angle AOC$, если $\angle AOC$ меньше $\angle COB$ в 2 раза.

а) 80°; б) 60°; в) 40°.

3. Может ли луч c проходить между сторонами $\angle ab$, если $\angle ab = 130°$, $\angle ac = 40°$, $\angle cb = 90°$?

а) да;

б) нет;

в) недостаточно условий.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle AOD = 22°$, $\angle DOC = 47°$, $\angle AOB = 132°$ (рис. 1.85).

Найти: $\angle COB$.

а) 63°; б) 53°; в) 157°.

2. Луч OC проходит между сторонами угла AOB, равного 120°. Найдите $\angle COB$, если $\angle AOC$ на 30° больше $\angle COB$.

а) 75°; б) 90°; в) 45°.

3. Может ли луч c проходить между сторонами $\angle ab$, если $\angle ab = 50°$, $\angle ac = 120°$, $\angle cb = 70°$?

а) да;

б) нет;

в) недостаточно условий.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle AOB = 53°$, $\angle BOC = 91°$ (рис. 1.86).

Найти: $\angle COD$.

а) 36°; б) 142°; в) 46°.

2. Между сторонами угла BOC, равного 160°, проходит луч OK. Найдите $\angle BOK$, если разность углов $\angle BOK$ и $\angle KOC$ равна 48°.

а) 112°; б) 56°; в) 104°.

3. Какой из лучей a, b или c проходит между двумя другими, если $\angle ab = 122°$, $\angle ac = 34°$, $\angle cb = 78°$?

а) a;

б) b;

в) c.

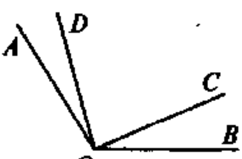


Рис. 1.84

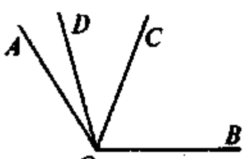


Рис. 1.85

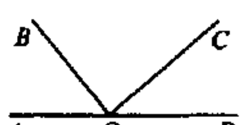


Рис. 1.86

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle AOB = 34°$, $\angle DOC = 27°$ (рис. 1.87).

Найти: $\angle BOC$.

а) 129°; б) 119°; в) 173°.

2. Между сторонами угла BOC, равного 160°, проходит луч OK. Найдите $\angle KOC$, если $\angle BOK$ меньше $\angle KOC$ на 12°.

а) 86°; б) 74°; в) 148°.

3. Какой из лучей a, b и c проходит между двумя другими, если $\angle ab = 65°$, $\angle ac = 91°$, $\angle cb = 26°$?

а) a; б) b; в) c.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle AOD = 140°$, $\angle AOC = 94°$, $\angle BOD = 76°$ (рис. 1.88).

Найти: $\angle BOC$.

а) 18°; б) 15°; в) 30°.

2. Между сторонами угла AOB, равного 120°, проведен луч OC. Найдите $\angle AOC$, если разность углов $\angle AOC$ и $\angle COB$ составляет $\frac{1}{6}$ часть их суммы.

а) 20°; б) 70°; в) 50°.

3. Какое наибольшее число лучей можно провести из одной точки, чтобы все углы, ограниченные соседними лучами, были тупыми?

а) 3; б) 2; в) 4.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle BOC = 30°$, $\angle AOC = 78°$, $\angle BOD = 69°$ (рис. 1.89).

Найти: $\angle AOD$.

а) 107°; б) 117°; в) 87°.

2. Между сторонами угла AOB, равного 120°, взята точка C. Найдите $\angle AOC$, если известно, что разность углов $\angle AOC$ и $\angle COB$ меньше их суммы в 4 раза.

а) 75°; б) 45°; в) 30°.

3. Какое наименьшее число лучей можно провести из одной точки, чтобы все углы, ограниченные соседними лучами, были острыми?

а) 6; б) 4; в) 5.

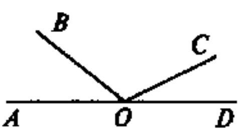


Рис. 1.87

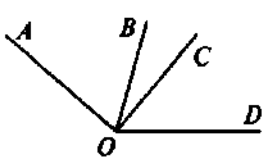


Рис. 1.88

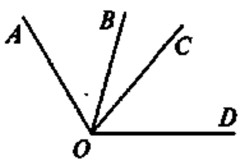


Рис. 1.89

Ответы к тестам:

Задание	I уровень сложности		II уровень сложности		III уровень сложности	
	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 1	Вариант 2
1	б	а	а	а	в	б
2	в	в	в	б	б	а
3	а	б	в	б	а	в

IV. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

– Разделите углы, изображенные на рис. 1.90, на две группы. По какому принципу вы их разделили? (*Ответ:* На рисунках *а* и *б* углы, одна сторона у которых общая, а две другие образуют развернутый угол; на рисунках *в* и *г* углы, образованные при пересечении двух прямых.)

Да, сегодня мы повторим (узнаем), как называются такие углы и какими свойствами они обладают.

1) Понятие смежных углов.

Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются **смежными** (рис. 1.91).

$\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные. Лучи OB и OA образуют одну прямую.

2) Свойство смежных углов.

(Учитель объясняет свойство смежных углов в ходе выполнения следующих упражнений.)

– Сколько углов изображено на рисунке? Какие это углы? (*Ответ:* 3 угла, $\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные, а $\angle AOB$ – развернутый.)

– Существует ли какая-нибудь взаимосвязь между этими углами? (*Ответ:* Да, $\angle AOC + \angle COB = \angle AOB$.)

– Как по-другому можно записать данное равенство? Почему? (*Ответ:* $\angle AOC + \angle COB = 180°$, так как $\angle AOB$ – развернутый и его градусная мера равна 180°.)

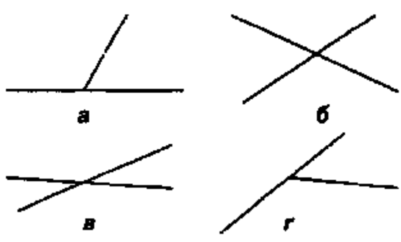


Рис. 1.90

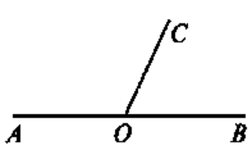


Рис. 1.91

– Для всякой ли пары смежных углов выполняется это равенство? (*Да.*)

– Данные равенства – математическая запись свойства смежных углов. Сформулируйте само свойство смежных углов.

Свойство смежных углов: Сумма смежных углов равна 180°.

3) Понятие вертикальных углов.

(Учитель объясняет понятие вертикальных углов в ходе выполнения следующих упражнений.)

– Начертите неразвернутый угол *MOK*.

– Проведите лучи *OC* и *OD*, являющиеся продолжениями сторон угла *MOK*.

– Сколько неразвернутых углов получилось? (*Ответ:* 4 угла – $\angle MOK$, $\angle MOC$, $\angle COD$, $\angle KOD$.)

– Назовите углы, которые не являются смежными. ($\angle MOK$ и $\angle COD$, $\angle MOD$ и $\angle KOC$.)

– Запишите в тетради: $\angle MOK$ и $\angle COD$ – вертикальные; $\angle MOD$ и $\angle KOC$ – вертикальные.

Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

– Попробуйте сформулировать свойство вертикальных углов и доказать его, т. е. найдите взаимосвязь между вертикальными углами.

(Учитель предлагает учащимся подумать в течение 3–5 мин, а затем идет обсуждение вариантов ответов.)

Свойство вертикальных углов: Вертикальные углы равны.

Доказательство:

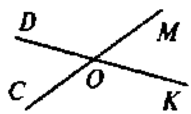


Рис. 1.92

$\angle MOK + \angle DOM = 180°$, так как $\angle MOK$ и $\angle DOM$ – смежные и их сумма равна 180°, отсюда $\angle MOK = 180° - \angle DOM$. $\angle COD + \angle DOM = 180°$, так как $\angle COD$ и $\angle DOM$ – смежные и их сумма равна 180°, отсюда $\angle COD = 180° - \angle DOM$ (рис. 1.92). Получили, что $\angle MOK = 180° - \angle DOM$ и $\angle COD = 180° - \angle DOM$, значит $\angle MOK = \angle COD$, а это вертикальные углы. Итак, вертикальные углы равны.

V. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи № 41, 43, 44 (рабочая тетрадь) и № 59, 60, 63 (учебник).

Задача № 59

(*Ответ:* Прямым.)

Задача № 60

(*Ответ:* Да.)

Задача № 63

(*Ответ:* Да.)

2. Решить задачи № 62, 65(а) с последующим обсуждением и самопроверкой.

Задача № 62

Дано: $\angle BOD = \angle COD$, $\angle COB = 148°$.

Найти: $\angle AOD$.

Решение: Так как $\angle BOD = \angle COD$, $\angle COB = \angle COD + \angle DOB = 148°$, то $\angle COD = 148° : 2 = 74°$. $\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные, значит, $\angle AOC = 180° - \angle COB = 180° - 148° = 32°$. $\angle AOD = \angle AOC + \angle COD = 32° + 74° = 106°$. (*Ответ:* $\angle AOD = 106°$.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Представьте угол AOD в виде суммы двух углов.

– Можно ли вычислить градусную меру угла COD? Как?

– Что вы можете сказать об углах AOC и COD?

– Чему равна градусная мера угла AOC? А угла AOD?

Задача № 65(а)

Дано: $AB \cap CD = O$ (рис. 1.93).

Сумма двух углов равна 114°.

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

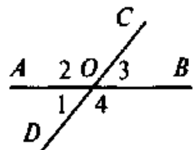


Рис. 1.93

Решение: Сумма двух смежных углов равна 180°, значит, данные углы не являются смежными, так как их сумма равна 114°, поэтому эти углы вертикальные.

Вертикальные углы равны, следовательно, $\angle 1 = \angle 3 = 114° : 2 = 57°$.

$\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4 = 180°$, так как $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные, значит $\angle 2 = \angle 4 = 180° - 57° = 123°$. (*Ответ:* 57°, 123°, 57°, 123°.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Сумма каких двух из образовавшихся углов может быть равна 114°? Почему?

– Чему равен каждый из этих углов?

– Как найти градусные меры двух оставшихся углов? Объясните.

3. Решить задачи (работа в парах).

I уровень сложности

Решить задачи № 58, 61 (а, в, г), 64 (а).

II уровень сложности

Решить задачи № 61 (в, г), 64 (а), дополнительную задачу.

Дополнительная задача

Найдите угол, образованный:

а) биссектрисами двух смежных углов;

б) биссектрисами двух вертикальных углов.

а) *Дано:* $\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные, OM – биссектриса $\angle AOC$, ON – биссектриса $\angle COB$ (рис. 1.94, а).

Найти: $\angle MON$.

Решение: OM – биссектриса $\angle AOC$, значит, $\angle AOM = \angle COM$. ON – биссектриса $\angle COB$, значит, $\angle CON = \angle NOB$. $\angle AOC$ и $\angle COB$ – смежные, поэтому $\angle AOC + \angle COB = 180°$, $\angle AOC = 2\angle COM$, $\angle COB = 2\angle CON$, значит, $2\angle COM + 2\angle CON = 2(\angle COM + \angle CON) = 2\angle MON = 180°$, поэтому $\angle MON = 90°$.

(*Ответ:* $\angle MON = 90°$.)

б) *Дано:* $\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикальные, OM – биссектриса $\angle AOB$, ON – биссектриса $\angle COD$ (рис. 1.94, б).

Найти: $\angle MON$.

Решение: Так как OM – биссектриса $\angle AOB$, то $\angle AOM = \angle BOM$, а $\angle AOM = \frac{1}{2}\angle AOB$. Так как ON – биссектриса $\angle COD$, то $\angle CON = \angle DON$, а $\angle CON = \frac{1}{2}\angle COD$. Но $\angle AOB$ и $\angle COD$ – вертикальные, значит, $\angle AOB = \angle COD$, следовательно, $\frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\angle COD$, т. е. $\angle AOM = \angle BOM = \angle CON = \angle DON$. $\angle MON = \angle AOM + \angle AOC + \angle CON$. Заменим $\angle CON$ на $\angle BOM$, так как $\angle CON = \angle BOM$, поэтому $\angle MON = \angle AOM + \angle AOC + \angle BOM = \angle AOC + (\angle AOM + \angle BOM) = \angle AOC + \angle AOB = 180°$, так как $\angle AOC$ и $\angle AOB$ – смежные.

(*Ответ:* $\angle MON = 180°$.)

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

Задача № 58

а) $180° - 111° = 69°$;

б) $180° - 90° = 90°$;

в) $180° - 15° = 165°$.

Задача № 61

а) $\angle kl = \angle hk + 40°$ по условию задачи.

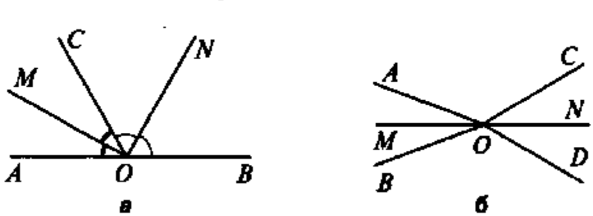


Рис. 1.94

$\angle kl + \angle hk = 180°$, так как $\angle kl$ и $\angle hk$ – смежные, поэтому $\angle kl + \angle hk = (\angle hk + 40°) + \angle hk = 2 \cdot \angle hk + 40° = 180°$, откуда $\angle hk = 70°$, значит, $\angle kl = 70 + 40° = 110°$.

в)По условию задачи $\angle hk = \angle kl + 47°18'$.

$\angle hk$ и $\angle kl$ – смежные, значит, $\angle hk + \angle kl = 180°$, тогда $\angle hk + \angle kl = (\angle kl + 47°18') + \angle kl = 2\angle kl + 47°18' = 180°$, откуда $\angle kl = (180° - 47°18') : 2 = 66°21'$, $\angle hk = 66°21' + 47°18' = 113°39'$.

г) По условию задачи $\angle hk = 3\angle kl$.

$\angle hk$ и $\angle kl$ – смежные, поэтому $\angle hk + \angle kl = 180°$, тогда $\angle hk + \angle kl = 3\angle kl + \angle kl = 180°$, $4\angle kl = 180°$, $\angle kl = 45°$, $\angle hk = 135°$.

(*Ответ:* а) $\angle hk = 70°$, $\angle kl = 110°$; в) $\angle kl = 66°21'$, $\angle hk = 113°39'$; г) $\angle kl = 45°$, $\angle hk = 135°$.)

Задача № 64 (а)

$\angle 2$ и $\angle 4$ – вертикальные, значит, $\angle 4 = \angle 2 = 117°$.

$\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные, поэтому $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 1 = 180° - 117° = 63°$.

$\angle 1$ и $\angle 3$ – вертикальные, $\angle 1 = \angle 3 = 63°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 63°$, $\angle 4 = 117°$.)

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие углы называются смежными, вертикальными?
2. Сформулируйте свойство смежных углов.
3. Сформулируйте свойство вертикальных углов.

Домашнее задание

1. § 11, вопросы 17, 18.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 42, 45, 46 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 61 (б, д), 64 (б), 65 (б) (учебник).

Задача № 42

а) Проведите луч *OC* так, чтобы углы *AOB* и *COB* были смежными, а луч *OM* так, чтобы углы *AOB* и *MOB* были смежными (рис. 1.95).

б) Вычислите градусные меры углов *COB* и *MOA*, если $\angle AOB = 100°$. (*Ответ:* б) $\angle COB = 80°$, $\angle MOA = 80°$.)

Задача № 45

На рис. 1.96 $\angle ABC = 83°$, $\angle ABK = 65°$. Найдите $\angle PBM$.

Решение: $\angle PBM = \angle CBK$, так как эти углы вертикальные; $\angle CBK = \angle ABC - \angle ABK = 83° - 65° = 18°$. Следовательно, $\angle PBM = 18°$.

(*Ответ:* $\angle PBM = 18°$.)

Задача № 46

Прямые *AB* и *OT* пересекаются в точке *C*, $\angle ACO = 40°$. Сделайте чертеж (рис. 1.97). Найдите $\angle BCT$, $\angle ACT$, $\angle BCO$.

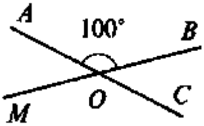


Рис. 1.95

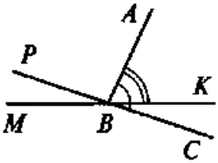


Рис. 1.96

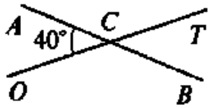
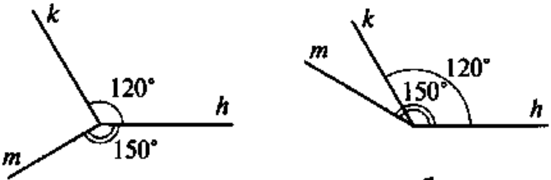


Рис. 1.97



а *б*

Рис. 1.98

Решение:

1) $\angle BCT = \angle ACO$, так как эти углы вертикальные, поэтому $\angle BCT = 40°$;

2) $\angle ACT + \angle ACO = 180°$, так как эти углы смежные, поэтому $\angle ACT = 180° - \angle ACO = 180° - 40° = 140°$;

3) $\angle BCO = \angle ACT$, так как эти углы вертикальные, следовательно, $\angle BCO = 140°$.

(*Ответ:* $\angle BCT = 40°$, $\angle ACT = 140°$, $\angle BCO = 140°$.)

Дополнительная задача

Известно, что $\angle hk = 120°$, $\angle hm = 150°$.

Найдите: а) $\angle km$; б) угол между биссектрисами $\angle hk$ и $\angle hm$.

Решение:

а) Возможны два случая (рис. 1.98):

$\angle km = 360° - (120° + 150°) = 90°$.

$\angle km = 150° - 120° = 30°$.

(*Ответ:* 90° или 30°.)

б) В первом случае $\frac{1}{2}\angle hk = 60°$, $\frac{1}{2}\angle hm = 75°$, тогда угол между биссектрисами $\angle hk$ и $\angle hm$ равен $60° + 75° = 135°$. Во втором случае: $75° - 60° = 15°$.

(*Ответ:* 135° или 15°.)

Урок 8. Перпендикулярные прямые

Основные дидактические цели урока: повторить понятие перпендикулярные прямые; рассмотреть свойство перпендикулярных прямых; совершенствовать умение решать задачи.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Проверить решение дополнительной задачи и задачи № 65 (б).

(Справившиеся с заданием учащиеся заранее записывают решение на доске.)

Задача № 65 (б)

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 220°$ (рис. 1.99).

$\angle 4 = 360° - 220° = 140°$.

$\angle 2 = \angle 4 = 140°$ (вертикальные).

$\angle 1 = \angle 3 = 180° - 140° = 40°$ ($\angle 1$ и $\angle 2$, $\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные).

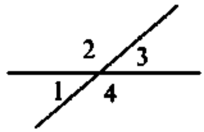


Рис. 1.99

(*Ответ:* 40°, 140°, 40°, 140°.)

2. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить устно задачи (фронтальная работа).

1. *Найти:* $\angle CBD$ (рис. 1.100).
2. *Найти:* $\angle FBD$, $\angle ABF$, $\angle CBD$ (рис. 1.101).
3. *Дано:* $\angle ADB$ в 5 раз меньше $\angle BDC$ (рис. 1.102).
Найти: $\angle ADB$, $\angle BDC$.
4. *Дано:* $\angle NMO : \angle LMN = 1 : 3$ (рис. 1.103).
Найти: $\angle NMO$, $\angle LMN$, $\angle RMO$, $\angle LMR$.

II уровень сложности

Решить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой.

1. *Дано:* $\alpha - \beta = 30°$ (рис. 1.104).
Найти: α, β.
(*Ответ:* $\alpha = 105°$, $\beta = 75°$.)
2. *Дано:* $\angle ABD : \angle CBD = 1 : 5$ (рис. 1.105).
Найти: $\angle ABD$, $\angle CBD$.

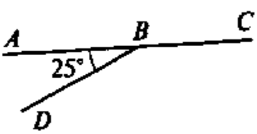


Рис. 1.100

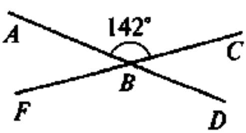


Рис. 1.101

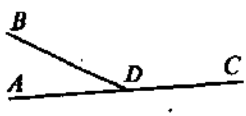


Рис. 1.102

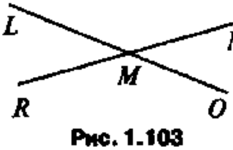


Рис. 1.103

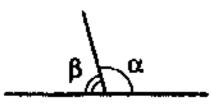


Рис. 1.104

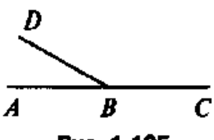


Рис. 1.105

(*Ответ:* $\angle ABD = 30°$, $\angle CBD = 150°$.)

3. *Дано:* OE – биссектриса $\angle COD$, $\angle DOE = 32°$ (рис. 1.106).
Найти: $\angle BOC$, $\angle AOF$.
(*Ответ:* $\angle BOC = 180° - \angle COD = 116°$, $\angle AOF = \angle COE = 32°$.)

4. *Дано:* $\angle AOB = \frac{1}{8}(\angle BOC + \angle COD + \angle DOA)$ (рис. 1.107).
Найти: $\angle AOB$, $\angle BOC$.
(*Ответ:* $\angle AOB = \frac{1}{8}(360° - \angle AOB)$, $\angle AOB = 40°$, $\angle BOC = 140°$.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 4 задания;
- оценка «4» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «3» – правильно выполнены 2 задания;
- оценка «2» – правильно выполнены 0–1 задания.

III. Работа по теме урока

(Тема «Перпендикулярные прямые» рассматривалась в курсе математики 6 класса. Можно предложить учащимся следующие задания.)

– Какие прямые называются перпендикулярными? (*Две прямые называются перпендикулярными, если при пересечении они образуют четыре прямых угла.*)
– Запишите, используя математические символы, «прямая *AB* перпендикулярна прямой *CD*». Выполните соответствующий рисунок и укажите все углы. (*Ответ:* $AB \perp CD$. $\angle AOC = \angle COB = \angle BOD = \angle AOD = 90°$ (рис. 1.108).)
– Пересекаются ли две прямые, перпендикулярные третьей? (*Нет.*)

Свойство перпендикулярных прямых: Две прямые, перпендикулярные третьей, не пересекаются.

(Учитель доказывает это свойство (п. 12 учебника).)

IV. Закрепление изученного материала

1. Выполнить практическое задание № 57.

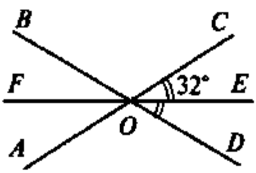


Рис. 1.106

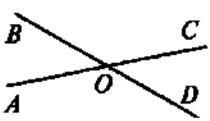


Рис. 1.107

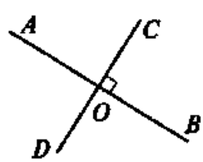


Рис. 1.108

2. Решить задачу № 69 с последующей самопроверкой.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

3. Решить самостоятельно задачи.

Задача 1

Два тупых угла имеют общую сторону, а две другие стороны взаимно перпендикулярны. Найдите величину тупого угла, если известно, что тупые углы равны.

Указание: $\angle AOB = \angle AOC$. $BO \perp OC$, значит, $\angle BOC = 90°$. $2\angle AOB = 360° - 90° = 270°$, $\angle AOB = 135°$ (рис. 1.109).

Задача 2

Из вершины развернутого угла проведены два луча, которые делят его на три равные части. Докажите, что биссектриса среднего угла перпендикулярна сторонам развернутого угла.

Решение: $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = 60°$. OK – биссектриса $\angle BOC$, тогда $\angle COK = \angle BOK = 30°$, следовательно, $\angle DOK = 60° + 30° = 90°$, $\angle AOK = 60° + 30° = 90°$, т. е. $OK \perp OA$, $OK \perp OD$ (рис. 1.110).

Задача 3

Углы $\angle AOB$ и $\angle BOC$ смежные, OM – биссектриса $\angle AOB$, луч ON принадлежит внутренней области угла BOC и перпендикулярен OM. Является ли ON биссектрисой угла BOC? Почему?

Решение: $\angle AOB$ и $\angle BOC$ смежные, значит, $\angle AOB = 180° - \angle BOC$, а так как OM – биссектриса $\angle AOB$, то $\angle BOM = \angle MOA = \frac{1}{2}(180° - \angle BOC) = 90° - \frac{1}{2}\angle BOC$ (рис. 1.111). Так как $ON \perp OM$, то $\angle MON = 90°$, а $\angle BOM = 90° - \angle BON$. Получили, что $\angle BOM = 90° - \frac{1}{2}\angle BOC = 90° - \angle BON$, откуда следует $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle BON$, т. е. ON является биссектрисой $\angle BOC$.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие прямые называются перпендикулярными?
2. Сформулируйте свойство перпендикулярных прямых.
3. При пересечении двух перпендикулярных прямых образовались четыре угла. Чему равны градусные меры образовавшихся углов?

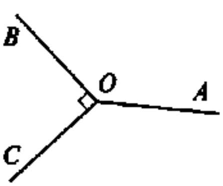


Рис. 1.109

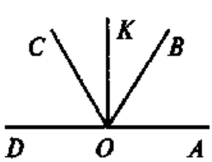


Рис. 1.110

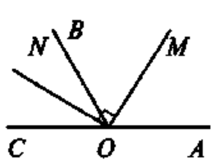


Рис. 1.111

VI. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. Смежные углы относятся как 1 : 2. Найдите эти смежные углы.

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 21°. Найдите остальные углы.

3. *Дано:* $\alpha = 30°$, $\beta = 140°$ (рис. 1.112).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

Вариант 2

1. Один из смежных углов больше другого на 20°. Найдите эти смежные углы.

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равен 102°. Найдите остальные углы.

3. *Дано:* $\alpha = 20°$, $\beta = 130°$ (рис. 1.113).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Один из смежных углов составляет 0,2 другого. Найдите эти смежные углы.

2. Сумма трех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 325°. Найдите остальные углы.

3. Даны углы α, β и γ. Известно, что $\alpha > \beta$, а $\gamma < \beta$. Найдите среди этих углов тот, смежный с которым будет наибольшим.

Вариант 2

1. Один из смежных углов составляет 0,8 другого. Найдите эти смежные углы.

2. Сумма двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 78°. Найдите остальные углы.

3. Даны углы α, β и γ. Известно, что $\alpha > \beta$, а $\gamma < \beta$. Найдите среди углов тот, смежный с которым будет наименьшим.

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\frac{4}{7}$ одного из смежных углов и $\frac{1}{4}$ другого составляют в сумме прямой угол. Найдите эти смежные углы.

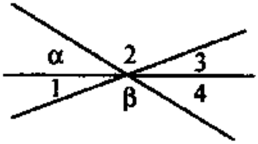


Рис. 1.112

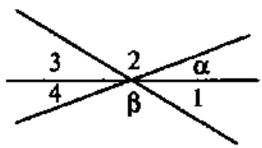


Рис. 1.113

2. Сумма вертикальных углов в 2 раза меньше угла, смежного с каждым из них. Найдите эти вертикальные углы.

3. Один из четырех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в 11 раз меньше суммы трех остальных углов. Найдите эти четыре угла.

Вариант 2

1. Меньший из смежных углов в 4 раза меньше разности этих смежных углов. Найдите эти смежные углы.

2. Сумма вертикальных углов на 30° меньше угла, смежного с каждым из них. Найдите эти вертикальные углы.

3. Сумма трех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 280° больше четвертого угла. Найдите эти четыре угла.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

Домашнее задание

1. § 12, 13, вопросы 19–21.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 66, 68 (учебник), № 48, 49 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 66, 68, 70 (учебник), дополнительная задача.

Задача № 48

Прямые KM и BC пересекаются в точке O, $\angle COM = 89°$. Перпендикулярны ли прямые KM и BC? Объясните ответ.

Решение: Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными, если они образуют четыре прямых угла. По условию задачи $\angle COM = 89°$, т. е. он не прямой, поэтому прямые KM и BC не перпендикулярные. (*Ответ:* Нет.)

Задача № 49

Прямая b пересекает стороны угла C в точках A и B. Могут ли обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b?

Решение: Предположим, что $CA \perp b$ и $CB \perp b$, тогда две прямые, перпендикулярные к прямой b, пересекаются в точке C, что невозможно. Следовательно, обе прямые CA и CB быть перпендикулярными к прямой b не могут. (*Ответ:* Нет.)

Дополнительная задача

Докажите, что сумма каждых трех углов, не прилежащих один к другому и образуемых тремя прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам.

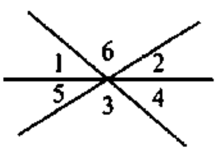


Рис. 1.114

Доказательство: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ – три угла, не прилежащих один к другому, и образованы тремя прямыми, проходящими через одну точку. $\angle 1$ и $\angle 4$ – вертикальные, $\angle 1 = \angle 4$. $\angle 2$ и $\angle 5$ – вертикальные, $\angle 2 = \angle 5$. $\angle 3$ и $\angle 6$ – вертикальные, $\angle 3 = \angle 6$. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$

$= \angle 1 + \angle 6 + \angle 2 = 180°$ (рис. 1.114). Два прямых угла в сумме так же составляют 180°, следовательно, сумма $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ равна двум прямым углам, что и требовалось доказать.

Урок 9. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Основные дидактические цели урока: повторить, закрепить материал главы 1; совершенствовать навыки решения задач; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

Проверить решение домашних задач № 66, 68 (самопроверка).

(Справившиеся с заданием учащиеся заранее записывают решение на доске.)

Задача № 66

а) $\angle 2$ и $\angle 4$ – вертикальные, значит, $\angle 2 = \angle 4$. Так как $\angle 2 + \angle 4 = 220°$, то $\angle 2 = 110°$ и $\angle 4 = 110°$, тогда $\angle 1 = 70°$, $\angle 3 = 70°$ ($\angle 1$ и $\angle 2$, $\angle 3$ и $\angle 4$ – смежные, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 + \angle 4 = 180°$).

(*Ответ:* $\angle 2 = \angle 4 = 110°$, $\angle 1 = \angle 3 = 70°$.)

б) $3(\angle 1 + \angle 3) = \angle 2 + \angle 4$. $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные. $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, так как $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные, следовательно, $\angle 2 = 180° - \angle 1$, тогда $3(\angle 1 + \angle 1) = (180° - 1\angle) + (180° - \angle 1)$. $6\angle 1 = 360° - 2\angle 1$, $\angle 1 = 45°$, $\angle 2 = 135°$, $\angle 3 = 45°$, $\angle 4 = 135°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 45°$, $\angle 2 = \angle 4 = 135°$.)

в) $\angle 2 - \angle 1 = 30°$, тогда $\angle 2 = \angle 1 + 30°$. Так как $\angle 1 + \angle 2$ – смежные, то $\angle 1 + \angle 2 = \angle 1 + \angle 1 + 30° = 180°$, получаем $\angle 1 = 75°$, $\angle 2 = 105°$, а значит, $\angle 3 = 75°$, $\angle 4 = 105°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 75°$, $\angle 2 = \angle 4 = 105°$.)

Задача № 68

$\angle AOB$ и $\angle DOE$ – вертикальные, значит $\angle DOE = \angle AOB = 50°$. $\angle FOE$ и $\angle BOC$ – вертикальные, значит, $\angle BOC = \angle FOE = 70°$. $\angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180°$, следовательно, $\angle COD = 180° - (\angle AOB + \angle BOC) = 60°$.

$\angle COD$ и $\angle AOF$ – вертикальные, значит, $\angle AOF = \angle COD = 60°$. Тогда $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 50° + 70° = 120°$.

$\angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 70° + 60° = 130°$, $\angle COE = \angle COD + \angle DOE = 60° + 50° = 110°$.

(*Ответ:* $\angle AOC = 120°$, $\angle BOD = 130°$, $\angle COE = 110°$, $\angle COD = 60°$.)

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

1. Провести общий анализ ошибок самостоятельной работы, проведенной на прошлом уроке.

2. Выполнить работу над ошибками по готовым решениям.

(Решения задач раздаются каждому ученику или высвечиваются на интерактивной доске.)

Решение задач самостоятельной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. Так как $\angle 1 : \angle 2 = 1 : 2$, то $\angle 1 = x$, $\angle 2 = 2x$. Но $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $x + 2x = 180°$, $x = 60$, значит, $\angle 1 = 60°$, $\angle 2 = 120°$ (рис. 1.115).

2. Пусть $\angle 1 = 21°$, тогда $\angle 3 = \angle 1$ как вертикальные и $\angle 3 = 21°$. $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\angle 1 + \angle 2 = 180°$ (рис. 1.116).

Тогда $\angle 2 = 180° - \angle 1 = 159°$. Но $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные и $\angle 4 = 159°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 21°$, $\angle 2 = \angle 4 = 159°$.)

3. $\alpha = 30°$, тогда $\angle 4 = 30°$, так как $\angle 4$ и угол с градусной мерой α – вертикальные. $\beta = 140°$, тогда $\angle 2 = 140°$, так как $\angle 2$ и угол с градусной мерой β – вертикальные.

$\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$, тогда $\angle 3 = 180° - (\angle 2 + \angle 4) = 10°$.

$\angle 3$ и $\angle 1$ – вертикальные, поэтому $\angle 3 = \angle 1$, $\angle 1 = 10°$.

(*Ответ:* $\angle 3 = \angle 1 = 10°$, $\angle 2 = 140°$, $\angle 4 = 30°$.)

Вариант 2

1. $\angle 2$ на 20° больше $\angle 1$, тогда $\angle 1 = x$, $\angle 2 = x + 20°$ (рис. 1.117).

Но $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $x + x + 20 = 180$, $x = 80°$, значит, $\angle 1 = 80°$, $\angle 2 = 100°$.

2. Пусть $\angle 1 = 102°$, тогда $\angle 3 = \angle 1$ как вертикальные и $\angle 3 = 102°$ (рис. 1.118).

$\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $\angle 2 = 180° - \angle 1 = 78°$. Но $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные и $\angle 4 = 78°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 102°$, $\angle 2 = \angle 4 = 78°$.)

3. $\alpha = 20°$, тогда $\angle 4 = 20°$, так как $\angle 4$ и угол с градусной мерой α – вертикальные.

$\beta = 130°$, тогда $\angle 2 = 130°$, так как $\angle 2$ и угол с градусной мерой β – вертикальные.

$\angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$, тогда $\angle 3 = 180° - (\angle 2 + \angle 4) = 30°$.

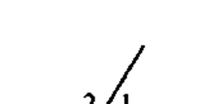


Рис. 1.115

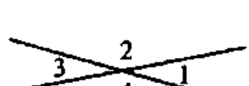


Рис. 1.116

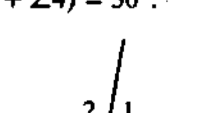


Рис. 1.117

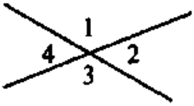


Рис. 1.118

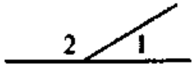


Рис. 1.119

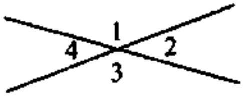


Рис. 1.120

$\angle 3$ и $\angle 1$ – вертикальные, поэтому $\angle 3 = \angle 1$, $\angle 1 = 30°$.

(*Ответ:* $\angle 3 = \angle 1 = 30°$, $\angle 2 = 130°$, $\angle 4 = 20°$.)

II уровень сложности

Вариант 1

1. Пусть $\angle 1$ составляет $0{,}2\ \angle 2$, тогда $\angle 1 = 0{,}2\angle 2$. Но $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $0{,}2\angle 2 + \angle 2 = 180°$, $\angle 2 = 150°$, а $\angle 1 = 0{,}2 \cdot 150° = 30°$ (рис. 1.119).

(*Ответ:* 30° и 150°.)

2. Пусть $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 325°$, тогда $\angle 4 = 360° - 325° = 35°$, $\angle 4 = \angle 2$ как вертикальные, тогда $\angle 2 = 35°$.

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 4 + \angle 3 = 180°$, тогда $\angle 1 = \angle 3 = 145°$ (рис. 1.120).

(*Ответ:* 145°, 35°, 145°.)

3. Так как $\alpha > \beta$, $\gamma < \beta$, то $\gamma < \beta < \alpha$, т. е. наименьшим среди углов α, β, γ будет γ, а смежный с ним угол будет наибольшим среди углов, смежных с углами α, β, γ.

Вариант 2

1. Пусть $\angle 1$ составляет $0{,}8\angle 2$, тогда $\angle 1 = 0{,}8\angle 2$. Но $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $0{,}8\angle 2 + \angle 2 = 180°$, $\angle 2 = 100°$, а $\angle 1 = 0{,}8 \cdot 100° = 80°$ (рис. 1.121).

(*Ответ:* 80° и 100°.)

2. Сумма смежных углов равна 180°, поэтому 78° – это сумма вертикальных углов. Но вертикальные углы равны, и получаем, что $\angle 1 = \angle 2 = 39°$. $\angle 1 + \angle 3 = 180°$, $\angle 2 + \angle 4 = 180°$, тогда $\angle 2 = \angle 4 = 141°$ (рис. 1.122).

(*Ответ:* 141°, 141°.)

3. Так как $\alpha > \beta$, $\gamma < \beta$, то $\gamma < \beta < \alpha$, т. е. наименьшим среди углов α, β, γ будет γ, а наименьшим среди смежных с ними углов будет угол, смежный с углом α.

III уровень сложности

Вариант 1

1. Пусть $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $\frac{4}{7}\angle 1 + \frac{1}{4}\angle 2 = 90°$.

Так как $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, то $\angle 2 = 180° - \angle 1$, тогда $\frac{4}{7}\angle 1 + \frac{1}{4}(180° - \angle 1) = 90°$, $\angle 1 = 140°$, $\angle 2 = 40°$.

(*Ответ:* 140° и 40°.)

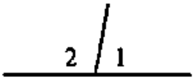


Рис. 1.121

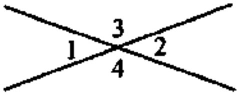


Рис. 1.122

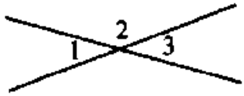


Рис. 1.123

2. Пусть $\angle 1$ и $\angle 3$ – вертикальные, $\angle 2$ – смежный с каждым из углов $\angle 1$ и $\angle 3$, тогда $2(\angle 1 + \angle 3) = \angle 2$ (рис. 1.123).

Но $\angle 1 = \angle 3$, а $\angle 2 = 180° - \angle 1$, тогда $2(\angle 1 + \angle 1) = 180° - \angle 1$, $\angle 1 = 36°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 36°$.)

3. Пусть данные углы – $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

Тогда $\angle 4 \cdot 11 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. $\angle 1 = \angle 3$ как вертикальные, $\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 1$.

Тогда $11(180° - \angle 1) = \angle 1 + (180° - \angle 1) + \angle 1$, $\angle 1 = 150°$, $\angle 2 = 30°$, $\angle 3 = 150°$, $\angle 4 = 30°$ (рис. 1.124).

(*Ответ:* 30°, 30°, 150°, 150°.)

Вариант 2

1. Пусть $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные и $4\angle 1 = \angle 2 - \angle 1$.

Так как $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, то $\angle 2 = 180° - \angle 1$, тогда $4\angle 1 = 180° - \angle 1 - \angle 1$, $\angle 1 = 30°$, $\angle 2 = 150°$.

(*Ответ:* 30° и 150°.)

2. Пусть $\angle 1$ и $\angle 3$ – вертикальные, $\angle 2$ – смежный с каждым из углов $\angle 1$ и $\angle 3$.

Тогда $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = 180° - \angle 1$, и $\angle 1 + \angle 3 + 30° = \angle 2$, т. е. $\angle 1 + \angle 1 + 30° = 180° - \angle 1$, $\angle 1 = 50°$ (рис. 1.125).

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 50°$.)

3. Пусть данные углы – $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, тогда $\angle 4 + 280° = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$. $\angle 1 = \angle 3$ как вертикальные, $\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 1$.

Тогда $180° - \angle 1 + 280° = \angle 1 + (180° - \angle 1) + \angle 1$, $\angle 1 = 140°$, $\angle 3 = 140°$, $\angle 2 = \angle 4 = 40°$ (рис. 1.126).

(*Ответ:* 40°, 40°, 140°, 140°.)

IV. Проверочный тест

(Проводится тест с последующей самопроверкой. Ответы учащиеся записывают в тетрадях.)

1. Точка *C* лежит на луче *AB*. Какая из точек *A*, *B*, *C* лежит между двумя другими?

а) *A*; б) *B* или *C*; в) *C*; г) *B*.

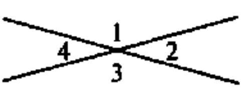


Рис. 1.124

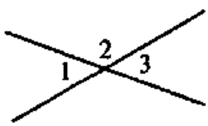


Рис. 1.125

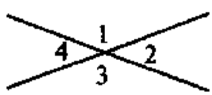


Рис. 1.126

2. Точки X, M, D не лежат на прямой a. Отрезок XM пересекает прямую a. Отрезок XD не пересекает прямую a. Пересекает ли прямую a отрезок MD?

а) да; в) не пересекает;
б) может не пересекать; г) нет правильного ответа.

3. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых, — прямой. Остальные углы:

а) острые и прямой; в) прямые;
б) тупые и прямой; г) нет правильного ответа.

4. Сумма двух углов, образованных при пересечении двух прямых, равна 180°. Эти углы:

а) смежные;
б) вертикальные;
в) нет правильного ответа;
г) могут быть смежными, могут быть вертикальными.

5. Если точка B принадлежит отрезку AC, то:

а) $AB + BC = AC$; в) $BC + AC = AB$;
б) $AB + AC = BC$; г) нет правильного ответа.

6. Если луч OC проходит между сторонами угла AOB, то:

а) $\angle AOC = \angle BOC$; в) $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$;
б) $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$; г) $\angle AOC + \angle AOB = \angle BOC$.

7. Если точка B — середина отрезка AC, то:

а) $AB + BC = AC$; в) $AB = 2AC$;
б) $AC = BC$; г) $AC = 2AB$.

8. Если луч OC — биссектриса $\angle AOB$, то:

а) $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC$; в) $\angle AOC = \angle BOC$;
б) $\angle AOC = \angle AOB$; г) $\angle AOB = \angle BOC$.

Ответы к тесту: 1 — б; 2 — а; 3 — в; 4 — г; 5 — а; 6 — б; 7 — г; 8 — в.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» — 8 правильных ответов;
- оценка «4» — 6–7 правильных ответов;
- оценка «3» — 4–5 правильных ответов;
- оценка «2» — меньше 4 правильных ответов.

V. Решение задач

I уровень сложности

Решить устно задачи по готовым чертежам.

1. *Дано:* $\angle BOC = \angle AOC + 90°$ (рис. 1.127).

Найти: $\angle AOC$, $\angle BOC$.

2. *Дано:* $\angle MNP$ в 3 раза больше $\angle KNP$ (рис. 1.128).

Найти: $\angle MNP$, $\angle KNP$.

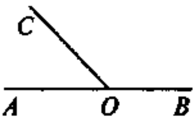


Рис. 1.127

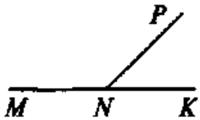


Рис. 1.128

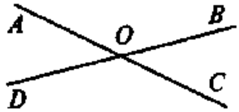


Рис. 1.129

3. *Дано:* $\angle AOD + \angle DOC + \angle COB = 220°$ (рис. 1.129).

Найти: $\angle AOB$, $\angle AOD$, $\angle BOC$, $\angle DOC$.

4. *Дано:* $\angle DBC$ на 80° меньше $\angle ABD$ (рис. 1.130).

Найти: $\angle DBC$, $\angle FBC$.

5. *Дано:* $\angle AFP : \angle KFP = 1 : 5$ (рис. 1.131).

Найти: $\angle AFP$, $\angle KFP$.

Решить задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам (работа в парах).

1. *Дано:* $\angle BOC$ – прямой, $\angle 2 = 70°$ (рис. 1.132).

Найти: $\angle 1$.

(*Ответ:* $\angle 1 = 20°$.)

2. На отрезке PH отложены точки K и M так, что точка K лежит между точками P и M, $HK = 53{,}5$ см, $MP = 535$ мм. Сравните отрезки PK и HM.

(*Ответ:* $PK = HM$.)

3. Развернутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Точка E лежит в одной части, точка P – в другой; $\angle EOB = 50°$, $\angle POB = 130°$.

а) Равны ли углы $\angle EOB$ и $\angle POA$?

б) Являются ли углы $\angle EOB$ и $\angle POA$ вертикальными?

(*Ответ:* а) Да; б) $\angle EOB + \angle POB = \angle POE$. Значит, $\angle POE = 180°$, т. е. угол POE является развернутым и точки P, O, E лежат на одной прямой. Следовательно, $\angle EOB$ и $\angle POA$ – вертикальные.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – 3 правильно решенные задачи;
- оценка «4» – 2 правильно решенные задачи;
- оценка «3» – 1 правильно решенная задача;
- оценка «2» – правильно решенных задач нет.

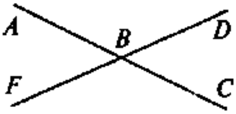


Рис. 1.130

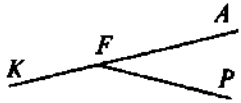


Рис. 1.131

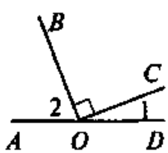


Рис. 1.132

II уровень сложности

Решить задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам (работа в парах).

1. Точка *C* – середина отрезка *AB*, точка *D* – середина отрезка *AC*, *BD* = 15,3 см. Найдите длину отрезка *AC* и выразите ее в миллиметрах.

(*Ответ:* *AC* = 10,2 см = 102 мм.)

2. Отрезки *PE* и *HM* лежат на перпендикулярных прямых и пересекаются в точке *K*. Внутри угла *PKH* взята точка *A*, а внутри угла *MKE* – точка *B*, $\angle AKH = 40°$, $\angle MKB = 50°$.

а) Найдите углы $\angle PKA$ и $\angle BKE$.

б) Лежат ли точки *A*, *K*, *B* на одной прямой? Ответ объясните.

(*Ответ:* а) 50°, 40°; б) Если бы точки *A*, *K*, *B* лежали на одной прямой, то углы $\angle AKH$ и $\angle MKB$ были бы вертикальными, но эти углы не равны. Значит, точки *A*, *K*, *B* не лежат на одной прямой.)

3. Развернутый угол *AOB* разделяет плоскость на две части. Луч *OM* лежит в одной части, а луч *OK* – в другой. Известно, что углы *MOA* и *KOB* – прямые.

а) Равны ли углы *BOM* и *KOA* ?

б) Являются ли прямые *MK* и *AB* взаимно перпендикулярными?

(*Ответ:* а) Да; б) Да.)

4. Можно ли расположить шесть точек на четырех отрезках, не лежащих на одной прямой, так, чтобы каждому отрезку принадлежало по три точки? (*Ответ:* Можно (рис. 1.133).)

5. Расположите шесть отрезков так, чтобы каждый из них имел общие точки ровно с тремя другими и число всех этих точек было равно пяти. (*Ответ:* рис. 1.134.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – 4 правильно решенные задачи;
- оценка «4» – 3 правильно решенные задачи;

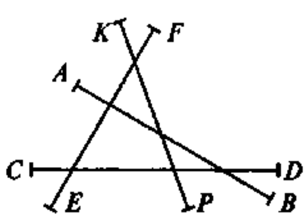


Рис. 1.133

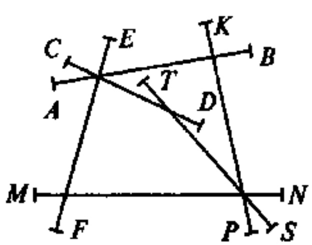


Рис. 1.134

- оценка «3» – 1–2 правильно решенные задачи;
- оценка «2» – правильно решенных задач нет.

(Оценка за урок ставится как среднее арифметическое между оценками за проверочный тест и самостоятельное решение задач.)

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие виды углов нам известны? Что вы можете сказать об их градусных мерах?
2. Сформулируйте свойство вертикальных и свойство смежных углов.
3. Что такое биссектриса угла?
4. Как найти длину отрезка AB, если известны длины отрезков AC и CB?
5. Как найти величину угла ABC, если луч BK проходит между сторонами угла ABC и известны величины углов ABK и CBK?

Домашнее задание

1. Решить задачи № 74, 75, 80, 82.
2. Решить дополнительную задачу.

Найдите неразвернутые углы, образованные при пересечении двух прямых, если разность двух из них равна 37°.

Урок 10. Контрольная работа № 1 по теме «Основные свойства простейших геометрических фигур. Смежные и вертикальные углы»

Основная дидактическая цель урока: проверить уровень усвоения учебного материала по теме «Основные свойства простейших геометрических фигур. Смежные и вертикальные углы».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. На луче с началом в точке A отмечены точки B и C. Найдите отрезок BC, если $AB = 9{,}2$ см, $AC = 2{,}4$ см. Какая из точек лежит между двумя другими?

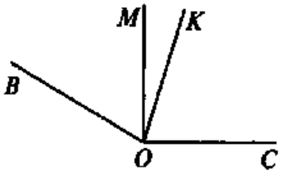


Рис. 1.135

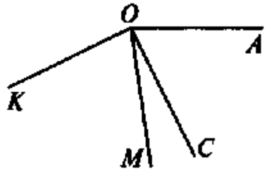


Рис. 1.136

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в четыре раза меньше другого. Найдите эти углы.

3. Луч c – биссектриса $\angle(ab)$. Луч d – биссектриса $\angle(ac)$. Найдите $\angle(bd)$, если $\angle(ab) = 20°$.

4*. *Дано:* $\angle BOC = 148°$, $OM \perp OC$, OK – биссектриса $\angle COB$ (рис. 1.135).

Найти: $\angle KOM$.

Вариант 2

1. На луче с началом в точке A отмечены точки B и C. Найдите отрезок BC, если $AB = 3{,}8$ см, $AC = 5{,}6$ см. Какая из точек лежит между двумя другими?

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 70° больше другого. Найдите эти углы.

3. Луч c – биссектриса $\angle(ab)$. Луч d – биссектриса $\angle(ac)$. Найдите $\angle(bd)$, если $\angle(ab) = 80°$.

4*. *Дано:* $\angle AOK = 154°$, $OC \perp OK$, OM – биссектриса $\angle KOA$ (рис. 1.136).

Найти: $\angle MOC$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. На луче с началом в точке A отмечены точки B и C. Известно, что $AB = 10{,}3$ см, $BC = 2{,}4$ см. Какую длину может иметь отрезок AC?

2. Разность двух углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, равна 42°. Найдите все образовавшиеся углы.

3. Один из смежных углов в пять раз больше другого. Найдите углы, которые образует биссектриса большего угла со сторонами меньшего.

4*. Прямые AB и CD пересекаются в точке O. OK – биссектриса угла AOD, $\angle COK = 118°$. Найдите величину угла BOD.

Вариант 2

1. На луче с началом в точке A отмечены точки B и C. Известно, что $AC = 7{,}8$ см, $BC = 2{,}5$ см. Какую длину может иметь отрезок AB?

2. Один из углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, на 22° меньше другого. Найдите все образовавшиеся углы.

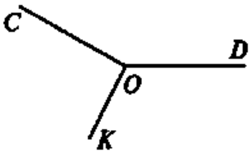


Рис. 1.137

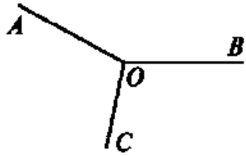


Рис. 1.138

3. Один из смежных углов в четыре раза меньше другого. Найдите углы, которые образует биссектриса меньшего угла со сторонами большего.

4*. Прямые MN и PK пересекаются в точке E. EC – биссектриса угла MED. $\angle CEK = 137°$. Найдите величину угла KEM.

III уровень сложности

Вариант 1

1. На прямой отмечены точки B, C и D. Какую длину может иметь отрезок BD, если $BC = 4{,}2$ см, $CD = 5{,}1$ см.

2. Найдите все углы, образовавшиеся при пересечении двух прямых, если сумма двух из них в три раза меньше суммы двух других.

3. Из вершины угла, равного α, проведен луч, равный биссектрисе данного угла. Какие углы образует этот луч со сторонами данного угла?

4*. *Дано:* $\angle COD - \angle KOD = 61°$, $\angle COD - \angle KOC = 53°$ (рис. 1.137).
Найти: $\angle COD$.

Вариант 2

1. На прямой отмечены точки B, C и D. Какую длину может иметь отрезок BD, если $CD = 2{,}6$ см, $BC = 3{,}7$ см?

2. Сумма всех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, в пять раз меньше суммы двух других. Найдите все образовавшиеся углы.

3. Из вершины угла проведен луч, перпендикулярный его биссектрисе и образующий со стороной данного угла угол, равный β. Найдите величину данного угла.

4*. *Дано:* $\angle AOB - \angle AOC = 27°$, $\angle AOB - \angle BOC = 42°$ (рис. 1.138).
Найти: $\angle AOB$.

Домашнее задание

Подготовить проект по одной из предложенных тем или выбрать другую тему.

Темы проектных работ.

1. История возникновения геометрии.
2. Единицы измерения длины (рассмотреть старинные и современные единицы измерения длины, единицы измере-

ния длины, которые используются в России и в различных странах мира).
3. Инструменты для измерения длины и величины угла.
4. Задачи повышенной сложности по теме «Основные свойства простейших геометрических фигур. Смежные и вертикальные углы».
5. В мире геометрических фигур (рассмотреть планиметрические и стереометрические геометрические фигуры).
6. Геометрические кроссворды.

Урок 11. Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе

Основные дидактические цели урока: устранить пробелы в знаниях учащихся; совершенствовать навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Общий анализ ошибок, допущенных в контрольной работе

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

1. Провести общий анализ самостоятельной работы.

2. Решить задачи, с которыми не справилось большинство учащихся.

3. Продемонстрировать лучшие работы.

IV. Работа над ошибками

I уровень сложности

1. Наметить устно план решения задач контрольной работы, используя заранее подготовленные рисунки.

2. Предложить учащимся самостоятельно решить те задания, с которыми они не справились, и осуществить самопроверку по готовым ответам.

3. Решить задачи контрольной работы II уровня с последующей самопроверкой по готовым ответам и указаниям к задачам.

II уровень сложности

1. Найти свои ошибки по готовым ответам и указаниям к задачам.

2. Решить задачи контрольной работы III уровня с последующей самопроверкой по готовым ответам и указаниям к задачам.

III уровень сложности

1. Найти свои ошибки по готовым ответам и указаниям к задачам.

2. Решить дополнительные задачи с последующей самопроверкой по готовым решениям.

Ответы и указания к задачам контрольной работы:

I уровень сложности

Вариант 1	***Вариант 2***
1. C; $BC = 6{,}8$ см.	1. B; $BC = 1{,}8$ см.
2. 36° и 144°.	2. 55° и 125°.
3. 60°.	3. 60°.
4. 16°.	4. 13°.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Рассмотрим два случая (рис. 1.139):

а) $AC = 12{,}7$ см;

б) $AC = 7{,}9$ см.

2. $\angle 2 = \angle 1 + 42°$, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, отсюда $\angle 1 + \angle 1 + 42° = 180°$, $\angle 1 = \angle 3 = 69°$, $\angle 2 = \angle 4 = 111°$ (рис. 1.140).

3. Так как $\angle KOB = 5\angle AOK$ и $\angle AOK + \angle KOB = 180°$, то $\angle AOK = 30°$, $\angle KOB = 150°$. $\angle KOC = \angle COB = 75°$, тогда $\angle AOC = 105°$ (рис. 1.141).

(*Ответ:* $\angle KOC = 75°$, $\angle AOC = 105°$.)

4. $\angle COK = 118°$, $\angle COK = \angle COA + \angle AOK$. Так как $\angle AOK = \frac{1}{2}\angle AOD$, а $\angle AOD = 180° - \angle COA$, то $\angle AOK = \frac{1}{2}(180° - \angle COA)$, тогда $\angle COK = \angle COA + \frac{1}{2}(180° - \angle COA) = 118°$. $\angle COA = 56°$, а значит, $\angle BOD = 56°$ (рис. 1.142).

(*Ответ:* 56°.)

Вариант 2

1. Рассмотрим два случая (рис. 1.143):

а) $AB = 5{,}3$ см;

б) $AB = 10{,}3$ см.

2. $\angle 1 = \angle 2 + 22°$, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, отсюда $\angle 2 + \angle 2 + 22° = 180°$, $\angle 2 = \angle 4 = 79°$, $\angle 3 = \angle 1 = 101°$ (рис. 1.144).

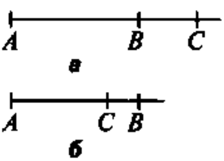


Рис. 1.139

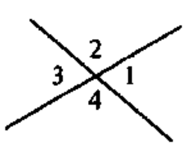


Рис. 1.140

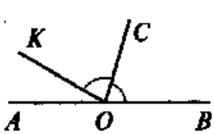


Рис. 1.141

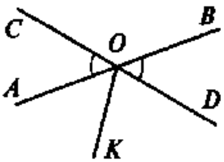


Рис. 1.142

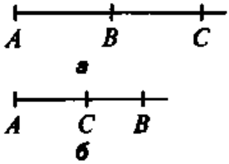


Рис. 1.143

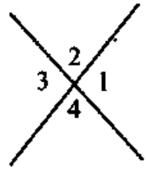


Рис. 1.144

3. Так как $\angle COB = 4\angle AOC$ и $\angle COB + \angle AOC = 180°$, то $\angle AOC = 36°$, $\angle COB = 144°$. $\angle COD = \angle DOA = 18°$, тогда $\angle BOD = 162°$ (рис. 1.145).

4. $\angle CEK = 137°$, $\angle CEK = \angle CEM + \angle MEK$. Так как $\angle CEM = \frac{1}{2}\angle MEP$, а $\angle MEP = 180° - \angle MEK$, то $\angle CEM = \frac{1}{2}(180° - \angle MEK)$. Тогда $\angle CEK = \frac{1}{2}(180° - \angle MEK) + \angle MEK = 137°$. $\angle MEK = 94°$, т. е. $\angle KEM = 94°$ (рис. 1.146).

(*Ответ:* $\angle KEM = 94°$.)

III уровень сложности

Вариант 1

1. Возможны два случая (рис. 1.147):

а) $BD = 9{,}3$ см;

б) $BD = 0{,}9$ см.

2. $(\angle 1 + \angle 3) \cdot 3 = \angle 2 + \angle 4$. Так как $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 1$ (рис. 1.148).

Тогда $(\angle 1 + \angle 1) \cdot 3 = 180° - \angle 1 + 180° - \angle 1$, $\angle 1 = 45°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 45°$, $\angle 2 = \angle 4 = 135°$.)

3. $\angle AOB = \alpha$, OC — биссектриса $\angle AOB$, тогда $\angle AOC = \angle COB = \frac{\alpha}{2}$. $DO \perp OC$, $\angle COD = 90°$, $\angle DOA = 90° - \frac{\alpha}{2}$, $\angle DOB = 90° + \frac{\alpha}{2}$ (рис. 1.149).

(*Ответ:* $\angle DOA = 90° - \frac{\alpha}{2}$, $\angle DOB = 90° + \frac{\alpha}{2}$.)

4. $\angle COD - \angle KOD = 61°$, тогда $\angle KOD$ на $61°$ меньше $\angle COD$, $\angle COD - \angle KOC = 53°$, тогда $\angle KOC$ на $53°$ меньше $\angle COD$. Пусть $\angle KOD = x$, тогда $\angle KOC = x + 8$, $\angle COD = x + 61$.

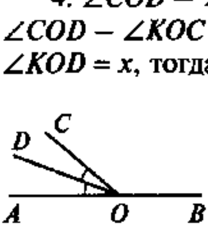


Рис. 1.145

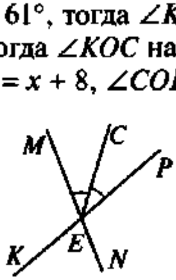


Рис. 1.146

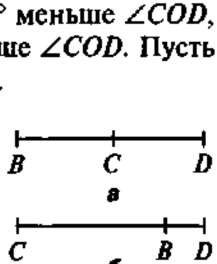


Рис. 1.147

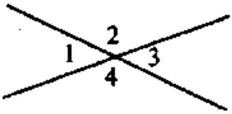


Рис. 1.148

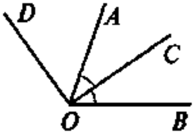


Рис. 1.149

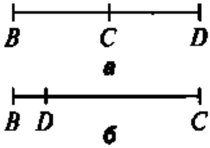


Рис. 1.150

Значит, $x + 8 + x + x + 61 = 360°$, $x = 97°$, $\angle COD = 158°$.

(*Ответ:* $\angle COD = 158°$.)

Вариант 2

1. Возможны два случая (рис. 1.150):

а) $BD = 6{,}3$ см;

б) $BD = 1{,}1$ см.

2. $(\angle 1 + \angle 3) \cdot 5 = \angle 2 + \angle 4$. Так как $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4 = 180° - \angle 1$, тогда $(\angle 1 + \angle 1) \cdot 5 = 180° - \angle 1 + 180° - \angle 1$, $\angle 1 = 30°$ (рис. 1.151).

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 30°$, $\angle 2 = \angle 4 = 150°$.)

3. Возможны два случая (рис. 1.152):

а) $\angle DOA = \beta$, $DO \perp OC$, $\angle COD = 90°$, тогда $\angle AOC = \angle COB = \beta - 90°$, тогда $\angle AOB = 2\beta - 180°$.

(*Ответ:* $\angle AOB = 180° - 2\beta$.)

б) $\angle DOB = \beta$, $DO \perp OC$, $\angle COD = 90°$, тогда $\angle AOC = \angle COB = 90° + \beta$, тогда $\angle AOB = 180° - 2\beta$.

(*Ответ:* $\angle AOB = 2\beta - 180°$.)

4. $\angle AOB - \angle AOC = 27°$, тогда $\angle AOC$ на $27°$ меньше $\angle AOB$, $\angle AOB - \angle BOC = 42°$, тогда $\angle BOC$ на $42°$ меньше $\angle AOB$.

Пусть $\angle BOC = x$, тогда $\angle AOC = x + 15$, $\angle AOB = x + 42$.

Значит, $x + x + 15 + x + 42 = 360°$, $x = 101°$, $\angle AOB = 143°$.

(*Ответ:* $\angle AOB = 143°$.)

Дополнительные задания

(Предложить учащимся, справившимся с задачами контрольной работы.)

Задача 1

Какой из двух углов больше и на сколько, если известно, что сумма первого угла с углом, который является смежным со вторым, равна $200°$?

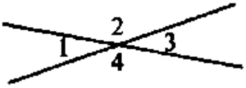


Рис. 1.151

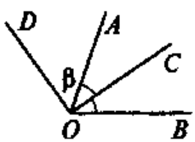


Рис. 1.152

Решение: $\angle 1$ и $\angle 2$ смежные, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$. $\angle 3$ и $\angle 4$ смежные. Сравнить $\angle 1$ с $\angle 3$, если $\angle 1 + \angle 4 = 200°$ (рис. 1.153).

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $\angle 1 = 180° - \angle 2$. $\angle 1 + \angle 4 = 200°$, тогда $\angle 1 = 200° - \angle 4$. Получили $\angle 1 = 180° - \angle 2 = 200° - \angle 4$. $\angle 4 = 20° + \angle 2$, т. е. $\angle 4$ на $20°$ больше $\angle 2$, значит, $\angle 3$ на $20°$ меньше $\angle 1$.

(*Ответ:* Первый угол на 20° больше другого.)

Задача 2

Четыре пересекающиеся в одной точке прямые делят плоскость на 8 углов. Три из этих углов равны 52°, 94° и 16°. Чему равны остальные углы?

Решение: Пусть $\angle 1 = 52°$, $\angle 2 = 94°$, $\angle 3 = 16°$, тогда $\angle 4 = 180° - (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 18°$ (рис. 1.154).

$\angle 1 = \angle 5 = 52°$, $\angle 2 = \angle 6 = 94°$, $\angle 3 = \angle 2 = 16°$, $\angle 4 = \angle 8 = 18°$.

(*Ответ:* 52°, 94°, 16°, 18°, 18°.)

Задача 3

Через вершину угла, равного 2α, проведена прямая, перпендикулярная его биссектрисе. Какие углы образует эта прямая со сторонами угла?

Решение: $\angle AOB = 2\alpha$, тогда $\angle AOC = \angle COB = \alpha$. $OD \perp OC$, тогда $\angle COD = 90°$ (рис. 1.155).

$\angle DOB = 90° + \alpha$, $\angle DOA = 90° - \alpha$.

(*Ответ:* $90° + \alpha$, $90° - \alpha$.)

Задача 4

Из точки O на плоскости выходят четыре луча, следующих друг за другом по часовой стрелке: OA, OB, OC и OD. Известно, что сумма углов AOB и COD равна 180°. Докажите, что биссектрисы углов AOC и BOD перпендикулярны.

Решение: $\angle AOB + \angle COD = 180°$.

Пусть $\angle BOC = \beta$. Пусть $AOB = \alpha$, тогда $\angle COD = 180° - \alpha$. Возможны два случая:

а) $\angle BOC$ больше $\angle AOB$, тогда биссектриса $\angle AOC$ проходит во внутренней области $\angle BOC$. (OM – биссектриса $\angle AOC$, ON – биссектриса $\angle BOD$.)

Рис. 1.153

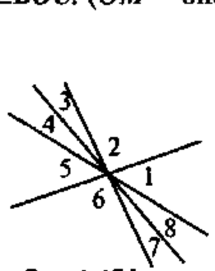


Рис. 1.154

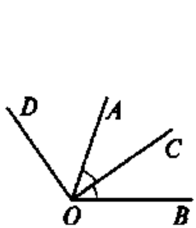


Рис. 1.155

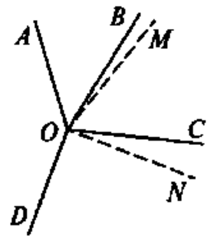


Рис. 1.156

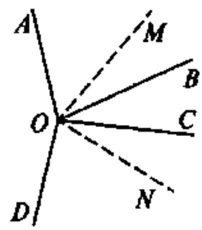


Рис. 1.157

$\angle BOM = \frac{\alpha - \beta}{2}$, $\angle BON = \angle DON = (180° - \alpha + \beta) = 90° - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$, тогда $\angle MON = \angle BON - \angle BOM = 90° - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} - \frac{\alpha - \beta}{2} = 90°$, т. е. $OM \perp ON$ (рис. 1.156).

б) $\angle AOB$ больше $\angle BOC$, тогда биссектриса OM угла $\angle AOC$ проходит во внутренней области $\angle AOB$ и $\angle BOM = \frac{\alpha - \beta}{2}$.

$\angle BON = 0{,}5\ (180° - \alpha + \beta) = 90° - \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$.

Тогда $\angle MON = \angle BON + \angle BOM = 90° - 0{,}5\alpha + 0{,}5\beta - 0{,}5(\alpha - \beta) = 90°$, т. е. $OM \perp ON$ (рис. 1.157).

V. Учебно-исследовательская мини-конференция

Заслушать проекты, подготовленные учащимися.

Домашнее задание

Решить задачи № 76–79.

Глава II
ТРЕУГОЛЬНИКИ

Формируемые УУД: предметные: знать определения треугольника, его медианы, биссектрисы и высоты; равнобедренного треугольника; перпендикуляра к прямой; окружности и его центра, радиуса, диаметра, хорды и дуги; круга; знать формулировки теорем и уметь их доказывать: признаки равенства треугольников, свойства равнобедренных треугольников; уметь доказывать равенство данных треугольников, опираясь на изученные признаки равенства треугольников; уметь решать задачи на использование признаков равенства треугольников, определения и свойств равнобедренного треугольника, определений медианы, биссектрисы и высоты треугольника; уметь решать простейшие задачи на построение с помощью циркуля и линейки: отложение отрезка, равного данному; отложение угла, равного данному; построение биссектрисы угла; построение середины отрезка; построение перпендикулярных прямых; уметь решать задачи на построение с помощью циркуля и линейки, используя простейшие задачи на построение; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал, уметь извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; уметь доказывать и опровергать утверждения, используя очевидные или изученные ранее геометрические определения, теоремы и свойства геометрических фигур; моделировать с помощью схематических рисунков, строить логические цепочки; оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей;

воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 12. Треугольники

Основные дидактические цели урока: повторить понятие треугольника и его элементов, периметра треугольника; ввести понятие равных треугольников; научить решать задачи по изучаемой теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

(Решение задач подготовить на доске заранее.)

Задача № 76

$AB = a$; $AP = 2PQ = 2QB$ (рис. 2.1), тогда P – середина AB.

а) M – середина QB, тогда $AM = AP + PQ + QM = \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}a = \frac{7}{8}a$.

б) N – середина AP, тогда $NM = NP + PQ + QM = \frac{1}{4}a + \frac{1}{4}a + \frac{1}{8}a = \frac{5}{8}a$.

(*Ответ:* а) $\frac{7}{8}a$; б) $\frac{7}{8}a$.)

Задача № 77

а) $AB = m$; $AB = AC + CD + DB$ (рис. 2.2). N – середина AC, M – середина DB, тогда $NM = \frac{m}{6} + \frac{m}{3} + \frac{m}{6} = \frac{2m}{3}$.

б) N – середина первой части, M – середина пятой части, тогда $NM = \frac{m}{10} + \frac{3m}{5} + \frac{m}{10} = \frac{4m}{5}$.

(*Ответ:* а) $\frac{2m}{3}$; б) $\frac{4m}{5}$.)

Задача № 78

$AB = 36$ см; $NM = 30$ см, где N – середина AC, M – середина BE (рис. 2.3). Тогда $AN + MB = 6$ см, тогда $AC + BE = 2AN + 2MB = 2(AN + MB) = 12$ см. Следовательно, $CD + DE = 24$ см, тогда $KD + DP = \frac{1}{2}CD + \frac{1}{2}DE = \frac{1}{2}(CD + DE) = 12$ см, где K – середина CD, P – середина DE.

(*Ответ:* 12 см.)

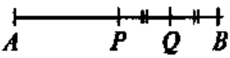


Рис. 2.1

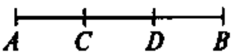


Рис. 2.2

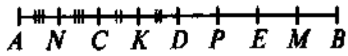
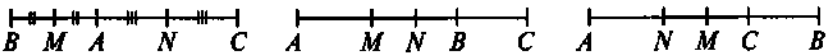


Рис. 2.3



а б в

Рис. 2.4

Задача № 79

Возможны три случая (рис. 2.4):

а) Точка A лежит между точками B и C. Тогда $BC = BA + AC = 2MA + 2NA = 2(MA + NA) = 2MN$.

б) Точка B лежит между точками A и C. Тогда $AM = MB$, $AN = NC$. $BC = AC - AB = 2AN - 2AM = 2(AN - AM) = 2MN$.

в) Точка C лежит между точками B и A. Тогда $BC = AB - AC = 2AM - 2AN = 2(AM - AN) = 2MN$.

III. Работа по теме урока

Кто не слышал о загадочном Бермудском треугольнике, в котором бесследно исчезают корабли и самолеты? А ведь знакомый всем нам с детства треугольник также таит в себе немало интересного и загадочного.

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Узнаем, что такое треугольник, его новые свойства и т. д.)

Да, сегодня мы должны научиться сравнивать треугольники, решать задачи на сравнение треугольников; вспомним, что значит «вершина треугольника», «сторона треугольника», «периметр треугольника».

2. Выполнить задания (работа в группах).

(Тема «Треугольники» рассматривалась в курсе математики 5–6 классов. Поэтому п. 14 учебника можно изучить в ходе выполнения следующих упражнений с последующим обсуждением ответов.)

Начертите треугольник ABC. Укажите:

а) его стороны, вершины, углы;

б) сторону, противолежащую углам A, B, C;

в) между какими сторонами заключены углы A, B, C;

г) углы, прилежашие стороне AB, BC, AC;

д) угол, противолежащий стороне AB, BC, AC;

е) периметр треугольника ABC, если $AB = 5$ см, $BC = 7$ см, $AC = 8$ см;

ж) формулу для вычисления периметра треугольника ABC.

– Как выяснить, равны ли треугольники *ABC* и *MNK*? (*Нужно треугольник ABC наложить на треугольник MNK; если они совместятся полностью, то* $\Delta ABC = \Delta MNK$.)

– Сравнение треугольников способом наложения – процесс не очень удобный. Нельзя ли каким-нибудь другим способом проверить, равны ли данные треугольники? (*Нужно проверить, равны ли соответствующие элементы (стороны и углы) данных треугольников.*)

Записать на доске и в тетрадях:

Если $\Delta ABC = \Delta MNK$, то $AB = MN$, $BC = NK$, $AC = MK$ и $\angle A = \angle M$, $\angle B = N$, $\angle C = \angle K$.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 50, 52 (рабочая тетрадь).

Задача № 50

а) Запишите все возможные обозначения данного треугольника (рис. 2.5).

б) Укажите: сторону, лежащую против угла *C*; угол, лежащий против стороны *CM*; углы, прилежащие к стороне *EC*; угол между сторонами *EC* и *EM*.

в) Измерьте меньшую сторону данного треугольника и его больший угол и запишите результат измерений.

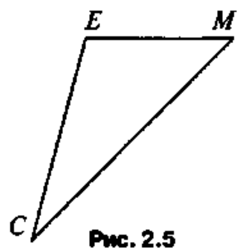


Рис. 2.5

(*Ответ:* а) ΔCEM, ΔEMC, ΔCME, ΔECM, ΔMCE, ΔMEC; б) Против угла *C* лежит сторона *EM*; против стороны *CM* лежит угол *E*; к стороне *EC* прилежат углы *C* и *E*; между сторонами *EC* и *EM* – угол *E*; в) $EM = 2$ см; $\angle CEM = 120°$.)

Задача № 52

При наложении треугольника *ABC* на треугольник *MKH* сторона *AB* совместилась со стороной *MK*, сторона *AC* – со стороной *MH*. Совместилась ли сторона *BC* со стороной *KH*? Объясните ответ.

Решение: Так как стороны *AB* и *AC* совместились со сторонами *MK* и *MH*, то точки *B* и *C* совместились соответственно с точками *K* и *H*. Следовательно, концы отрезков *BC* и *KH* совместились, а значит, *BC* и *KH* совместились.

(*Ответ:* Совместилась.)

2. Выполнить практическое задание № 89 (а, б).

3. Решить задачу № 91.

(Один ученик решает у доски, остальные – в тетрадях с последующей самопроверкой по решению на доске.)

Задача № 91

Дано: $P_{ABC} = 48$ см, $AC = 18$ см, $BC - AB = 4{,}6$ см.

Найти: AB и BC.

Решение: Пусть $AB = x$ см, тогда $BC = (x + 4{,}6)$ см, так как $BC - AB = 4{,}6$ см. $P_{ABC} = AB + BC + AC = 48$ см, тогда $x + (x + 4{,}6) + 18 = 48$, откуда $x = 12{,}7$ см. Итак, $AB = 12{,}7$ см, $BC = 17{,}3$ см.

(*Ответ:* $AB = 12{,}7$ см, $BC = 17{,}3$ см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Как вы понимаете условие «разность двух сторон равна 4,6 см»?
– Известна ли сумма сторон треугольника? Можно ли ее найти?
– Как найти периметр треугольника ABC?
– Чему равны стороны AB, BC, AC?
– Известно ли, чему равен периметр треугольника ABC?

4. Решить устно задачу.

$\Delta ABC = \Delta MNP$, причем $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$, $\angle C = \angle P$. Найдите неизвестные стороны ΔABC и ΔMNP, если известно, что $AB = 7$ см, $NP = 5$ см, $AC = 3$ см.

V. Самостоятельное решение задач

(Учитель при необходимости оказывает индивидуальную помощь учащимся, решающим задачи 1 уровня. По окончании работы учащиеся выполняют самопроверку по готовым ответам, при необходимости выполняют работу по устранению ошибок. В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

I уровень сложности

1. *Дано:* $AB = AC = BC$, $AD = DC$ (рис. 2.6). $P_{ABC} = 36$ см, $P_{ADC} = 40$ см.

Найти: стороны ΔABC, ΔADC.

Решение: $P_{ABC} = 36$ см, тогда $AB = AC = BC = 12$ см. $P_{ADC} = AD + DC + AC = 40$ см. Так как $AC = 12$ см, $AD = DC$, то $AD = 14$ см, $DC = 14$ см.

(*Ответ:* $AB = AC = BC = 12$ см, $AD = DC = 14$ см.)

2. Рис. 2.7.

а) *Дано:* $\Delta ABD = \Delta CDB$, $\angle FAB = 160°$.

Найти: $\angle BCD$.

Решение: $\angle BAD = 180° - \angle FAB = 20°$. $\Delta ABD = \Delta CDB$, тогда $\angle BAD = \angle BCD = 20°$.

(*Ответ:* $\angle BCD = 20°$.)

б) *Дано:* $\Delta ABD = \Delta CDB$, $\angle BCD : \angle FAB = 1 : 5$.

Найти: $\angle BAD$.

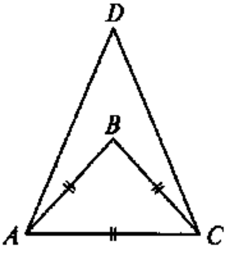


Рис. 2.6

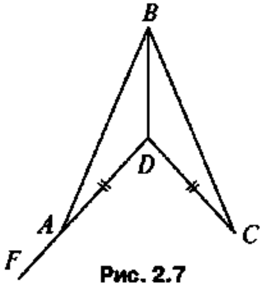


Рис. 2.7

Решение: $\Delta ABD = \Delta CDB$, тогда $\angle BAD = \angle BCD$. $\angle BCD : \angle FAB = 1 : 5$, значит, $\angle BAD : \angle FAB = 1 : 5$, а так как эти углы смежные, то $\angle BAD + \angle FAB = 180°$, откуда $\angle BAD = 30°$.

(*Ответ:* $\angle BAD = 30°$.)

II уровень сложности

1. В треугольнике ABC $AB = BC$, $AC = 8$ см, $E \in BC$, причем $BE = EC$. Точка E делит периметр ABC на две части, из которых одна больше другой на 2 см. Найдите AB.

Решение: $P_{ABE} = AB + BE + AE = AB + \frac{1}{2}BC + AE$, $P_{AEC} = AE + EC + AC = AE + \frac{1}{2}EC + 8$ (рис. 2.8).

Возможны следующие случаи:

1) P_{ABE} больше P_{AEC} на 2 см, тогда $AB + \frac{1}{2}BE + AE = AE + \frac{1}{2}EC + 8 + 2$, откуда $AB = 10$ см;

2) P_{AEC} больше P_{ABE} на 2 см, тогда $AB + \frac{1}{2}BE + AE + 2 = AE + \frac{1}{2}EC + 8$, откуда $AB = 6$ см.

(*Ответ:* 10 см или 6 см.)

2. *Дано:* $\Delta ACD = \Delta BCD$, $AD = DB$, $\angle ACB = 110°$, $\angle CAD = 90°$ (рис. 2.9).

Найти: $\angle ACD$.

Доказать: $BC \perp BD$.

Решение: $\Delta ACD = \Delta BCD$, $AD = DB$, тогда $\angle ACD = \angle BCD$, а так как $\angle ACB = 110°$, то $\angle ACD = 55°$.

(*Ответ:* $\angle ACD = 55°$.)

Доказательство: $\angle CAD = 90°$, а так как $\angle CAD = \angle CBD$, то и $\angle CBD = 90°$, т. е. $BC \perp BD$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым решениям выполняется самооценка.)

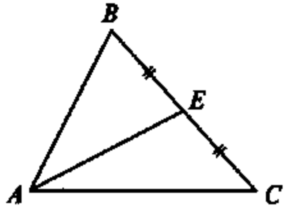


Рис. 2.8

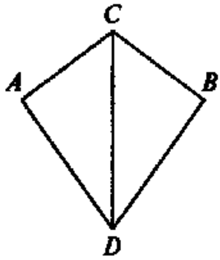


Рис. 2.9

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания (№ 1, 2а, 2б);
- оценка «4» – одно из заданий выполнено правильно, а при решении второго задания допущены незначительные ошибки;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – правильно выполненных заданий нет.

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Назовите стороны, вершины и углы треугольника *MKP*?
2. Назовите стороны, противолежащие углам *A*, *B*, *C* треугольника *ABC*.
3. Назовите углы, противолежащие сторонам треугольника *KPE*.
4. Назовите углы, прилежащие сторонам *AB*, *BC*, *AC* треугольника *ABC*.
5. Между какими сторонами заключены углы *K*, *M*, *P* треугольника *MKP*?
6. Как вычислить периметр треугольника *ABC*?
7. Как выяснить, равны ли треугольники *ABC* и *MNK*?

Домашнее задание

1. § 14, вопросы 1, 2.
2. Решить задачи № 90, 92.
3. Выполнить практическое задание. I уровень сложности: задачи № 51, 53 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: задачи № 83, 87 (учебник).

Задача № 51

а) С помощью масштабной линейки закончите построение треугольника *ABC*, если $AB = 5$ см, $AC = 4$ см (рис. 2.10).

б) Измерьте градусные меры углов *B* и *C* построенного треугольника *ABC* и запишите результат измерения.

в) Измерьте сторону *BC* и найдите периметр треугольника *ABC*. (*Ответ:* б) $B = 52°$, $C = 90°$; в) $BC = 3$ см и $P_{ABC} = 12$ см.)

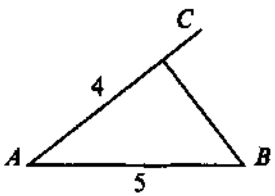


Рис. 2.10

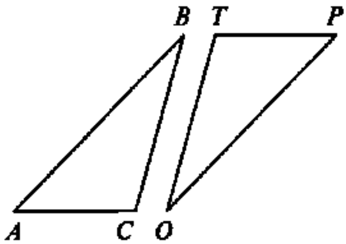


Рис. 2.11

Задача № 53

На рис. 2.11 изображены равные треугольники ABC и POT.

а) Укажите соответственно равные элементы этих треугольников.

б) Измерьте стороны и углы треугольника ABC и запишите результат измерений.

в) Не измеряя, найдите длины сторон и градусные меры углов треугольника POT.

(*Ответ:* а) $AC = PT$, $CB = TO$, $AB = PO$, $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle O$, $\angle C = \angle T$; б) $AB = 35$ мм, $AC = 13$ мм, $BC = 26$ мм, $\angle A = 37°$, $\angle B = 18°$, $\angle C = 125°$; в) $TP = 13$ мм, $TO = 26$ мм, $PO = 35$ мм, $\angle P = 37°$, $\angle O = 18°$, $\angle T = 125°$.

4. Решить дополнительную задачу.

Треугольник ABC равен треугольнику $A_1B_1C_1$. Периметр (P) треугольника ABC равен 39 см. Сторона A_1B_1 треугольника $A_1B_1C_1$ в 1,5 раза меньше стороны B_1C_1, а сторона A_1C_1 на 3 см меньше стороны A_1B_1. Найдите большую сторону треугольника ABC.

Урок 13. Первый признак равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: ввести понятие теоремы и доказательства теоремы; доказать первый признак равенства треугольников; научить решать задачи на применение первого признака равенства треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 1, 2.
2. Выполнить устно практические задания.

– Назовите углы: а) треугольника DEK, прилежащие к стороне EK; б) треугольника MNP, прилежащие к стороне MN.
– Назовите угол: а) треугольника DEK, заключенный между сторонами DE и DK; б) треугольника MNP, заключенный между сторонами NP и PM.
– Между какими сторонами: а) треугольника DEK заключен угол K; б) треугольника MNP заключен угол N?
– $\Delta ABC = \Delta PSK$. Назовите равные стороны и равные углы в этих треугольниках.

3. Проверить решение дополнительной домашней задачи.

(Справившийся с заданием учащийся заранее записывает решение на доске.)

Решение: $P_{ABC} = 39$ см, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, тогда $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Пусть $A_1B_1 = x$ см, тогда $B_1C_1 = 1{,}5x$ см, $A_1C_1 = (x - 3)$ см.

Так как $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, то $P_{ABC} = P_{A_1B_1C_1}$, откуда $x = 12$ см, $A_1B_1 = 12$ см, $B_1C_1 = 12 \cdot 1{,}5 = 18$ см, $A_1C_1 = 9$ см. Так как $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, а в $\Delta A_1B_1C_1$ большая сторона равна 18 см, то и в ΔABC большая сторона равна 18 см.

(*Ответ:* 18 см.)

III. Решение задач

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить устно задачи по готовым чертежам.

(Рисунки и условия к задачам подготовить на доске заранее.)

1. *Дано:* $\Delta APC = \Delta MFB$, $\angle P = \angle M$, $\angle A = \angle F$, $FB = 17$ см, $PC = 23$ см (рис. 2.12).

Найти: AC, MB.

2. *Дано:* $\Delta ABC = \Delta ADC$, $\angle ABC = 70°$, $AB = 10$ см (рис. 2.13).

Найти: $\angle MDC$, AD.

3. *Дано:* $AB = BC = AC$, $AD = CD$, $P_{ABC} = 36$ м, $P_{ADC} = 40$ см (рис. 2.14).

Найти: стороны ΔABC, ΔADC.

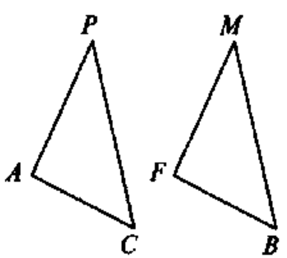


Рис. 2.12

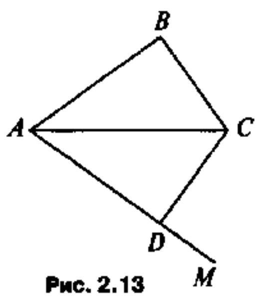


Рис. 2.13

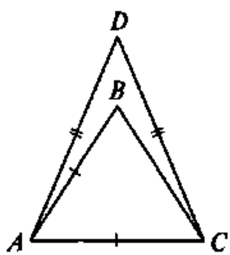


Рис. 2.14

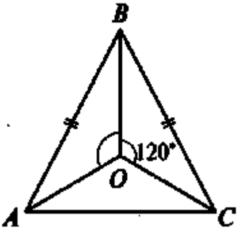


Рис. 2.15

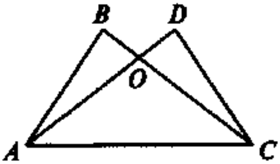


Рис. 2.16

II уровень сложности

(Условия задач каждый ученик получает в распечатанном виде, работу учащиеся выполняют на листочках и сдают на проверку учителю до начала изучения нового материала.)

Решить самостоятельно задачи.

1. *Дано:* в $\triangle ABC$ $AB = AC$. Внутри треугольника выбрана точка O так, что $\angle AOB = \angle AOC$, $\angle AOB = 120°$.

Доказать: AO – биссектриса $\angle BAC$.

Найти: $\angle BOC$.

Доказательство: Если наложить $\triangle BAO$ на $\triangle CAO$, то $\angle BOA$ совместится с $\angle AOC$, AO – общая сторона, AB совместится с AC, и $\angle BAO$ совместится с $\angle CAO$, значит, $\angle BAO = \angle CAO$, т. е. AO – биссектриса $\angle BAC$ (рис. 2.15).

Решение: $\angle BOC = 360° - (\angle AOB + \angle AOC) = 120°$.

(*Ответ:* $\angle BOC = 120°$.)

2. *Дано:* $\triangle ABC = \triangle CDA$, $AB = CD = 20$ см, $BO = DO = 5$ см, $P_{ABC} = 50$ см, AO больше AC на 5 см (рис. 2.16).

Найти: P_{AOC}.

Решение: Так как $\triangle ABC = \triangle CDA$, то $AB = CD$, $BC = AD$, $AC = AC$. Так как $BC = AD$ и $BO = OD$, то $AO = OC$. AO больше AC на 5 см. Тогда $AO = AC + 5$ см.

$P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + BO + OC + AC = 20 + 5 + AC + 5 + AC = 50$.

Тогда $AC = 10$ см, $AO = 15$ см, $OC = 15$ см, $P_{AOC} = 40$ см.

(*Ответ:* $P_{AOC} = 40$ см.)

IV. Работа по теме урока

(Работа по теме урока проводится в форме беседы учителя с учащимися. Теорему доказывает учитель.)

– Какие условия должны выполняться для того, чтобы $\triangle ABC$ был равен $\triangle A_1B_1C_1$? (*Ответ:* $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.)

– Нельзя ли уменьшить количество условий для доказательства равенства двух треугольников? (*Примерный ответ.*

Можно взять по две стороны, по три стороны, по два угла и т. д.)

Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Научимся определять равные треугольники, имея меньшее количество условий для равенства треугольников.)

Оказывается, не нужно проверять равенство всех сторон и углов одного треугольника сторонам и углам другого треугольника. Достаточно сравнить лишь три элемента одного треугольника с тремя элементами другого. О том, какие именно элементы нужно сравнивать, нам расскажут **признаки равенства треугольников**.

> *Первый признак равенства треугольников:* Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

Это утверждение нам необходимо доказать, а в математике каждое утверждение, справедливость которого устанавливается путем рассуждений, называется **теоремой**, а сами рассуждения называются **доказательством** теоремы.

– Какие теоремы нам уже известны? (*Свойство смежных углов и свойство вертикальных углов.*)

– Любая теорема состоит из условия и заключения. Как вы понимаете, что может означать словосочетание «условие теоремы», а что – «заключение теоремы»? (*Условие – это уже известные факты, о которых говорится в теореме, а заключение – это то, что нужно получить, доказать.*)

– Выделите условие теоремы первого признака равенства треугольников. Выделите заключение.

Докажем первый признак равенства треугольников.

Дано (условие): ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$.

Доказать (заключение): $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Доказательство: см. п. 15 учебника.

Первый признак равенства треугольников удобнее называть **признаком равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними**.

V. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачу № 54 (рабочая тетрадь).
2. Решить устно задачи по готовым чертежам.

а) *Доказать:* $\Delta MEF = \Delta DEC$ (рис. 2.17).

б) *Доказать:* $\angle B = \angle D$ (рис. 2.18).

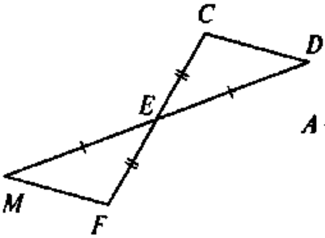


Рис. 2.17

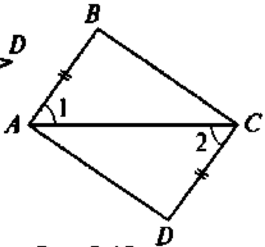


Рис. 2.18

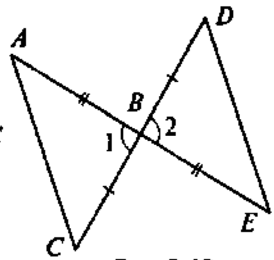


Рис. 2.19

3. Решить задачу № 93.

Задача № 93

(Один из учащихся работает у доски, остальные самостоятельно в тетрадях, по окончании работы обсудить решение задачи).

а) В ΔABC и ΔEBD (рис. 2.19):

1) $AB = BE$ (B – середина AE);

2) $CB = BD$ (B – середина CD);

3) $\angle 1 = \angle 2$ (вертикальные), следовательно $\Delta ABC = \Delta EBD$ по двум сторонам и углу между ними.

б) Так как $\Delta ABC = \Delta EBD$ по доказанному, то $\angle A = \angle E = 42°$, $\angle C = \angle D = 47°$.

(*Ответ:* $\angle A = 42°$, $\angle C = 47°$.)

Наводящие вопросы к задаче (часть а).

– Перечислите все известные вам способы доказательства равенства двух треугольников.
– Какой из этих способов подойдет для доказательства равенства данных треугольников?
– Сколько пар равных элементов и каких нужно найти для доказательства равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними?
– Укажите две пары равных сторон треугольников ABC и EBD.
– Какие углы должны быть равны, чтобы треугольники ABC и EBD были равны? Равны ли они? Почему?

Наводящие вопросы к задаче (часть б).

– Мы доказали, что треугольник ABC равен треугольнику EBD. О чем это говорит?
– Назовите углы треугольника ABC, соответственно равные углам E и D треугольника EBD. Чему равны их градусные меры?

4. Решить самостоятельно задачи.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

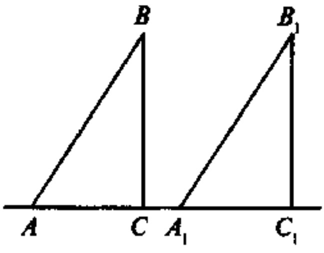


Рис. 2.20

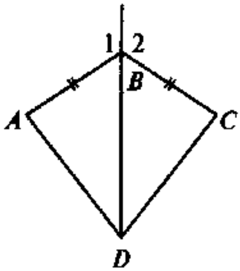


Рис. 2.21

I уровень сложности

(Работа в парах при консультативной помощи учителя.)

Решить задачу № 55 (рабочая тетрадь).

1. *Дано:* $AA_1 = CC_1$, $BC = B_1C_1$, $BC \perp AC$, $B_1C_1 \perp A_1C_1$ (рис. 2.20).

Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

2. *Дано:* $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.21).

Доказать: а) $\angle ADB = \angle CDB$; б) DB – биссектриса $\angle ADC$.

II уровень сложности

Решить задачи с последующей самооценкой (работа в парах).

1. *Дано:* $\angle BDC = \angle BEA$, $AD = EC$, $BD = BE$, $\angle BCE = 64°$ (рис. 2.22).

Доказать: $\Delta ABD = \Delta CBE$.

Найти: $\angle BAD$.

2. *Дано:* $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$ (рис. 2.23).

Найти: равны ли BC и DE, $\angle MCA$ и $\angle KEA$?

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте признак равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними.
2. Первый признак равенства треугольников гласит:
   а) Если две стороны и один из углов одного треугольника соответственно равны двум сторонам и одному из углов другого треугольника, то такие треугольники равны.

Рис. 2.22

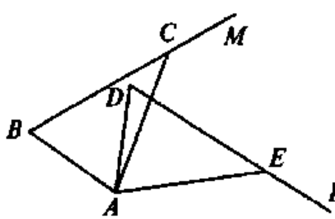


Рис. 2.23

б) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

в) Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

3. Для того чтобы треугольники ABC и MKP были равны по первому признаку равенства треугольников, нужно, чтобы выполнялись условия:

а) $AB = MK$, $AC = MP$, $\angle B = \angle K$;

б) $AB = MK$, $AC = MP$, $\angle A = \angle M$;

в) $AB = MK$, $AC = MP$, $\angle C = \angle P$.

Домашнее задание

1. § 15, вопросы 3, 4.
2. Решить задачи № 94, 95, 96.
3. Решить дополнительную задачу (рис. 2.24).

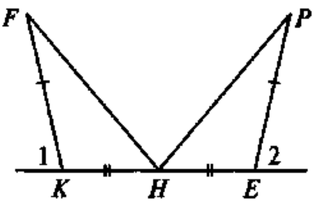


Рис. 2.24

Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $KF = EP$, H – середина KE.
Доказать: $\Delta KFH = \Delta EPH$.

Урок 14. Решение задач на применение первого признака равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки решения задач на применение первого признака равенства треугольников; закрепить умение доказывать теоремы.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

Проверить решение домашних задач № 95, 96 и дополнительной задачи.

(Три ученика заранее записывают решение на доске.)

Задача № 95

а) В ΔABC и ΔCDA $BC = AD$ (по условию), AC – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$ (по условию), следовательно, $\Delta ABC = \Delta CDA$ по двум сторонам и углу между ними.

б) Так как $\Delta ABC = \Delta CDA$, то $AB = CD = 14$ см, $BC = AD = 17$ см.

(*Ответ:* $AB = 14$ см; $BC = 17$ см.)

Задача № 96

а) В ΔAOB и ΔDOC $BO = OC$, $OA = OD$ (по условию), $\angle AOB = \angle DOC$ (они вертикальные), следовательно, $\Delta AOB = \Delta DOC$ по двум сторонам и углу между ними.

б) Так как $\Delta AOB = \Delta DOC$, то $\angle OCD = \angle 1 = 74°$.

$\angle ACD = \angle ACO + \angle OCD = 36° + 74° = 110°$.

(*Ответ:* $\angle ACD = 110°$.)

Дополнительная задача

В ΔKFH и ΔEPH $KF = EP$ (по условию задачи), $KH = EH$ (H – середина KE), $\angle FKH = \angle PEH$ ($\angle 1 = \angle 2$ по условию, следовательно, смежные с ними углы равны), отсюда $\Delta KFH = \Delta EPH$ по двум сторонам и углу между ними.

III. Решение задач

1. Решить устно задачи (фронтальная работа).

1) *Дано:* $\Delta MPC = \Delta DAB$, $MP = 12$ см, $CP = 8$ см, $A = 73°$. Какое из следующих высказываний верно?

а) $DB = 8$ см, $AB = 12$ см;

б) $\angle M = 73°$, $AB = 8$ см;

в) $AD = 12$ см, $\angle P = 73°$;

г) $AB = 12$ см, $\angle P = 73°$.

2) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $AD = AB$, $\angle ACB = 58°$, $ABC = 102°$, $DC = 8$ см (рис. 2.25).

Найти: $\angle ADC$, $\angle ACD$, BC.

3) *Дано:* $BC = AD$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle ACD = 42°$, $\angle ADC = 108°$, $CD = 6$ см (рис. 2.26).

Найти: AB, $\angle CAB$, $\angle ABC$.

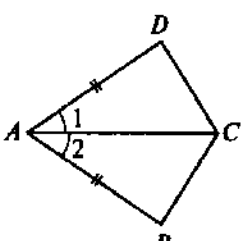


Рис. 2.25

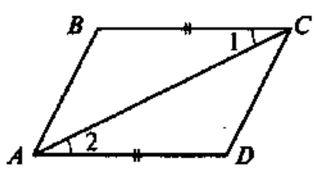


Рис. 2.26

2. Решить самостоятельно задачу № 58 (рабочая тетрадь) с последующим обсуждением.

Задача № 58

Дано: $AB = CB$, $\angle ABH = \angle CBH$ (рис. 2.27).

Доказать: $AH = HC$.

Доказательство: $\Delta ABH = \Delta CBH$ по двум сторонам и углу между ними (BH – общая сторона, $AB = CB$, $\angle ABH = \angle CBH$). Поэтому $AH = CH$.

3. Решить задачу с последующим обсуждением (работа в группах).

Дано: $\angle ABE = \angle ECD$, $BE = CE$, $BK = LC$, $\angle BKE = 110°$ (рис. 2.28).

Доказать: $\Delta BEK = \Delta ELC$.

Найти: $\angle ELC$.

Возможное оформление решения задачи.

Дано: $\angle ABE = \angle ECD$, $BE = CE$, $BK = LC$, $\angle BKE = 110°$ (рис. 2.29).

Доказать: $\Delta BEK = \Delta ELC$.

Найти: $\angle ELC$.

Доказательство: $\angle ABE$ и $\angle KBE$ – смежные, $\angle ABE + \angle KBE = 180°$, значит $\angle KBE = 180° - \angle ABE$. $\angle DCE$ и $\angle LCE$ – смежные, $\angle DCE + \angle LCE = 180°$, значит $\angle LCE = 180° - \angle DCE$.

По условию задачи $\angle ABE = \angle DCE$, по доказанному $\angle KBE = 180° - \angle ABE$, $\angle LCE = 180° - \angle DCE$, следовательно, $\angle KBE = \angle LCE$.

В ΔBEK и ΔCEL:

1) $BK = LC$ по условию задачи;

2) $BE = CE$ по условию задачи;

3) $\angle KBE = \angle LCE$ по доказанному, следовательно, $\Delta BEK = \Delta CEL$ по двум сторонам и углу между ними.

Решение: Так как $\Delta BEK = \Delta CEL$ по доказанному, то $\angle ELC = \angle BKE = 110°$.

(*Ответ:* $\angle ELC = 110°$.)

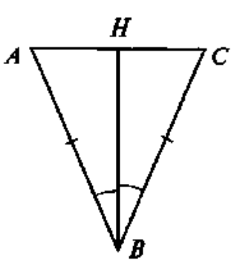


Рис. 2.27

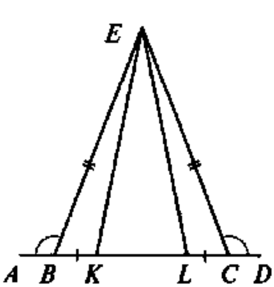


Рис. 2.28

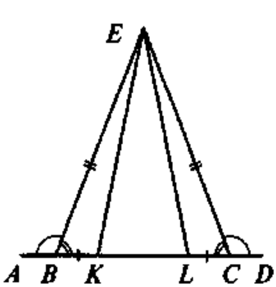


Рис. 2.29

Наводящие вопросы к первой части задачи (доказательство).

– Сколько пар равных сторон в треугольниках BEK и ELC?

– Какие углы в треугольниках BEK и ELC должны быть равными, чтобы данные треугольники были равны?

– Как доказать равенство углов BKE и ECL?

Наводящие вопросы ко второй части задачи.

– Назовите равные элементы треугольников BEK и ELC.

– Почему $\angle EBK = \angle ECL$?

– Чему равен $\angle ELC$?

IV. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $AB = BC$ (рис. 2.30).

Доказать: $\Delta ABD = \Delta CBD$.

2. Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся пополам. Докажите, что $\Delta AOC = \Delta BOD$ и найдите AC, если $BD = 12$ см.

Вариант 2

1. *Дано:* $AO = CO$, $BO = DO$ (рис. 2.31).

Доказать: $\Delta AOB = \Delta COD$.

2. Равные отрезки MN и LP точкой пересечения O делятся пополам. Докажите, что $\Delta MOL = \Delta NOP$ и найдите NP, если $ML = 14$ см.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CD$, $\angle 1 = \angle 2$, E – середина AC, $BE = 10$ см (рис. 2.32).

Найти: DE.

2. Известно, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, причем $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $CD = C_1D_1$. Докажите, что $\Delta CBD = \Delta C_1B_1D_1$.

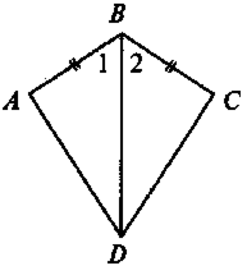


Рис. 2.30

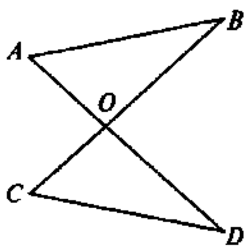


Рис. 2.31

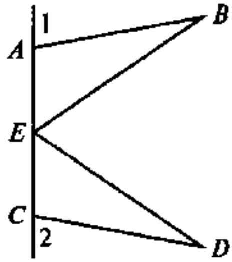


Рис. 2.32

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $AB = CD$, E – середина AC, $DE = 9$ см (рис. 2.33).

Найти: BE.

2. Известно, что $\Delta MKP = \Delta M_1K_1P_1$, причем $\angle M = \angle M_1$, $\angle K = \angle K_1$. На сторонах MP и M_1P_1 отмечены точки E и E_1 так, что $ME = M_1E_1$. Докажите, что $\Delta MEK = \Delta M_1E_1K_1$.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\Delta BEC = \Delta DFA$ (рис. 2.34).

Доказать:

1) $\Delta ABC = \Delta CDA$;

2) $\Delta AEB = \Delta CFD$.

2. Сколько пар равных треугольников на рисунке (рис. 2.35)? Запишите все пары.

Вариант 2

1. *Дано:* $\Delta AEB = \Delta CFD$ (рис. 2.36).

Доказать:

1) $\Delta ABC = \Delta CDA$;

2) $\Delta BEC = \Delta DFA$.

2. Сколько пар равных треугольников на рисунке (рис. 2.37)? Запишите все пары.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

Домашнее задание

1. Решить задачи. I уровень сложности: № 56, 57, 59 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 97, 98, 99 (учебник).
2. Решить дополнительную задачу.

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ и $\angle A = \angle A_1$, $D \in BC$, $DC = 2BD$, $D_1 \in B_1C_1$, $D_1C_1 = 2B_1D_1$. Докажите, что $AD = A_1D_1$.

Задача № 56

На рис. 2.38 точка O – середина отрезка AB, $AT = BP$, $\angle OAT = \angle OBP$. Докажите, что точка O – середина отрезка PT.

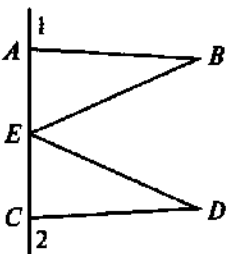


Рис. 2.33

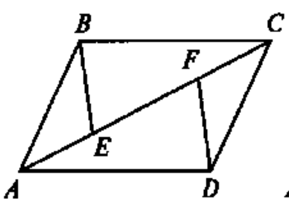


Рис. 2.34

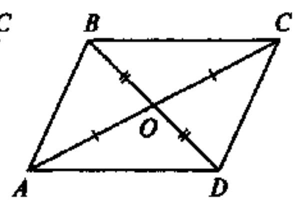


Рис. 2.35

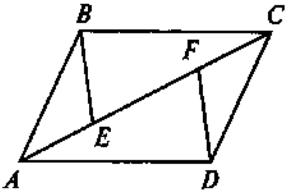


Рис. 2.36

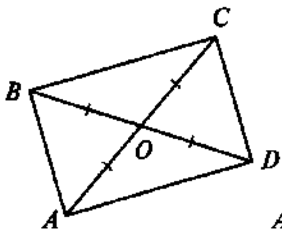


Рис. 2.37

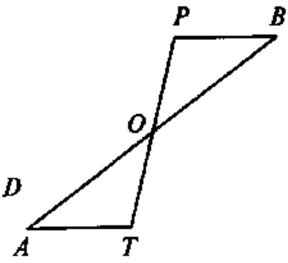


Рис. 2.38

Доказательство:

1) $AO = OB$, так как точка O – середина отрезка AB.

2) $\Delta AOT = \Delta BOP$, так как $AO = OB$, $AT = BP$, $\angle AOT = \angle OBP$ (по двум сторонам и углу между ними). Поэтому $OT = OP$, т. е. точка O – середина отрезка PT.

Задача № 57

На рис. 2.39 к задаче $\angle CAD = \angle ACB$, $AD = BC$. Докажите, что $AB = CD$.

Доказательство:

1) AC – общая сторона треугольников ABC и CDA.

2) $\Delta CAD = \Delta ACB$ по двум сторонам и углу между ними (AC – общая сторона, $AD = BC$ и $\angle CAD = \angle ACB$ по условию). Поэтому $AB = CD$.

Задача № 59

На рис. 2.40 $\angle ABH = \angle CBH$, $AB = CB$.

Докажите, что $\angle AHB = 90°$.

Доказательство:

1) $\Delta ABH = \Delta CBH$ по двум сторонам и углу между ними (BH – общая сторона, $AB = CB$ и $\angle ABH = \angle CBH$ по условию).

2) Так как $\Delta ABH = \Delta CBH$, то $\angle AHB = \angle CHB$. Но углы AHB и CHB – смежные, поэтому $\angle AHB + \angle CHB = 180°$, т. е. $2\angle AHB = 180°$, следовательно, $\angle AHB = 90°$.

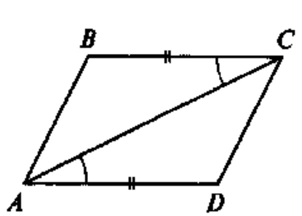


Рис. 2.39

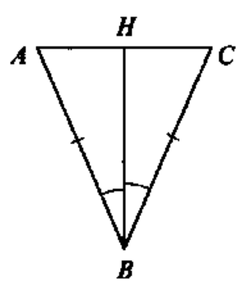


Рис. 2.40

Урок 15. Медианы, биссектрисы и высоты треугольника

Основные дидактические цели урока: ввести понятие перпендикуляра к прямой, основания перпендикуляра, медианы, биссектрисы и высоты треугольника; доказать теорему о перпендикуляре, проведенном к прямой из точки, не лежащей на данной прямой; научить строить медианы, биссектрисы и высоты треугольника; научить решать задачи на использование определения медианы, биссектрисы и высоты треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

Проверить домашние задачи № 98, 99.

(Два ученика заранее записывают решение на доске.)

Задача № 98

Решение: В ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, тогда $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними (рис. 2.41).

Так как $AP = A_1P_1$ и $AB = A_1B_1$, то $PB = P_1B_1$.

Так как $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, то $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$. Тогда $\Delta BPC = \Delta B_1P_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними.

Задача № 99

Решение: $AC = AD$, $AB = AE$, тогда $\Delta ABD = \Delta AEC$ по двум сторонам и углу между ними ($\angle A$ – общий) (рис. 2.42).

Так как $\Delta ABD = \Delta AEC$, то $\angle ABD = \angle AEC$. $\angle CBD$ и $\angle ABD$ – смежные, тогда $\angle CBD = 180° - \angle ABD$.

$\angle AEC$ и $\angle DEC$ – смежные, тогда $\angle DEC = 180° - \angle AEC$.

Так как $\angle ABD = \angle AEC$, то $\angle CBD = \angle DEC$.

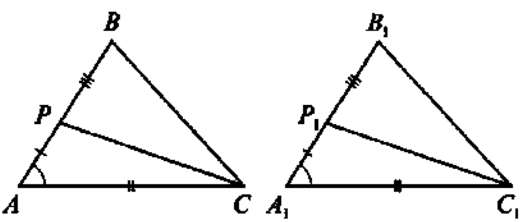


Рис. 2.41

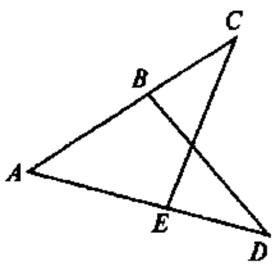


Рис. 2.42

Анализ самостоятельной работы.

а) Сделать общий анализ самостоятельной работы и разобрать устно задачи, с которыми учащиеся не справились.

б) Провести работу над ошибками.

(Пока идет работа над ошибками, индивидуально проверить дополнительную домашнюю задачу.)

Дополнительная задача

Решение: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$), тогда $BC = B_1C_1$ (рис. 2.43).

Так как $DC = 2BD$, $D_1C_1 = 2B_1D_1$ и $BC = B_1C_1$, то $BD = B_1D_1$.

Так как $AB = A_1B_1$, $BD = B_1D_1$, $\angle B = \angle B_1$ из равенства ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$, то $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$, тогда $AD = A_1D_1$.

III. Работа по теме урока

(Проводится в форме беседы учителя с учащимися. В ходе беседы необходимо опираться на имеющиеся из курса математики 5–6 классов знания обучающихся.)

Выполнить практическое задание.

(Учитель это же задание выполняет на доске.)

– Начертите прямую a и отметьте точку A, не лежащую на прямой (рис. 2.44).
– Через точку A проведите прямую, перпендикулярную прямой a. Точку пересечения прямых обозначьте H.

На доске и в тетрадях запись:

Отрезок AH – перпендикуляр, проведенный из точки A к прямой a, если: 1) $AH \perp a$; 2) $A \notin a$, $H \in a$.

Теорема о перпендикуляре: Из точки, не лежащей на прямой, можно провести перпендикуляр к этой прямой, и притом только один.

Дано: a – прямая, точка $A \notin a$.

Доказать:

1) Из точки A к прямой a можно провести перпендикуляр.

2) Из точки A к прямой a можно провести единственный перпендикуляр.

Доказательство: см. п. 16 учебника.

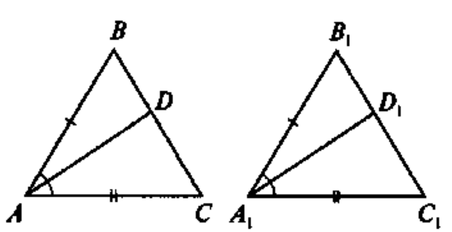


Рис. 2.43

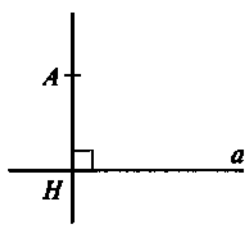


Рис. 2.44

> *Определение:* Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны, называется медианой треугольника.

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.45) и запись:

AM – медиана ΔABC, если $BM = MC$, где $M \in BC$.

– Начертите ΔMNK и постройте его медианы.

(На доске это же задание выполняет один из учащихся по указанию учителя.)

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.46) и запись:

MB, KA, NC – медианы ΔMNK. $MB \cap KA \cap NC = O$.

> *Определение:* Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется биссектрисой треугольника.

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.47) и запись:

BL – биссектриса ΔABC, если $\angle ABL = \angle CBL$, где $L \in AC$.

– Начертите ΔDEF и постройте его биссектрисы.

(На доске это же задание выполняет один из учащихся по указанию учителя.)

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.48) и запись:

DN, EK, FM – биссектрисы ΔDEF. $DN \cap EK \cap FM = O$.

> *Определение:* Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется высотой треугольника.

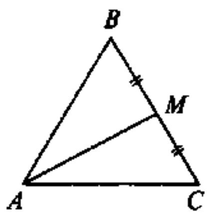


Рис. 2.45

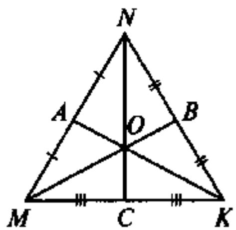


Рис. 2.46

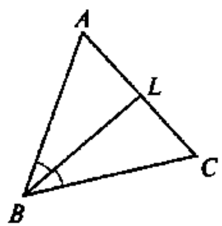


Рис. 2.47

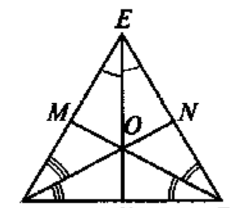


Рис. 2.48

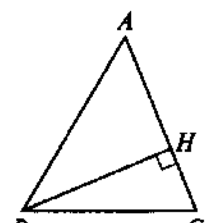


Рис. 2.49

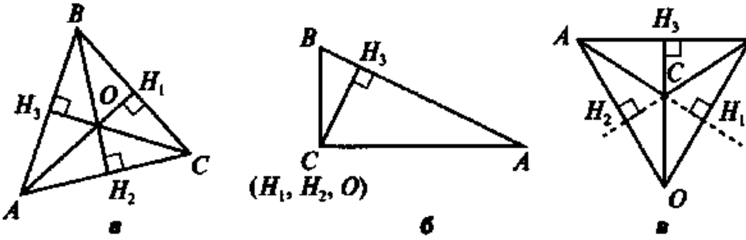


Рис. 2.50

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.49) и запись:
BH – высота ΔABC, если $BH \perp AC$, $H \in AC$.

– Начертите остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники и постройте их высоты. Сделайте вывод (работа в группах).

(Заслушать ответы представителей групп.)

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.50) и запись:
AH_1, BH_2, CH_3 – высоты ΔABC. $AH_1 \cap BH_2 \cap CH_3 = O$.

Вывод: Точка пересечения высот в остроугольном треугольнике находится внутри треугольника, в прямоугольном треугольнике совпадает с вершиной прямого угла, в тупоугольном треугольнике находится за пределами треугольника.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 60 (а) и № 63 (рабочая тетрадь).
2. Решить письменно задачи № 105 (б), 106 (б) (работа в парах).

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

Задача № 105 (б)

Дано: $AB \perp a$, $CD \perp a$, $AB = CD$, $\angle ADB = 44°$ (рис. 2.51).

Найти: $\angle ABC$.

Решение: $\Delta ABC = \Delta CDB$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = CD$, BD – общая сторона, $\angle ABD = \angle CDB$), следовательно, $\angle ADB = \angle CBD = 44°$.

$\angle ABC = \angle ABD - \angle CBD = 90° - 44° = 46°$.

(*Ответ:* $\angle ABC = 46°$.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Частью какого угла является угол ABC?
– Знаете ли вы градусные меры углов ABD и CBD?
– Что вы можете сказать о треугольниках ABC и CDB?
– Чему равна градусная мера угла ABC?

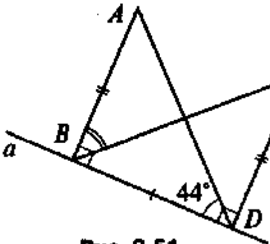


Рис. 2.51

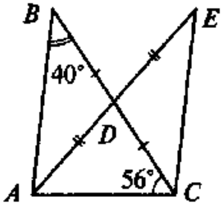


Рис. 2.52

Задача № 106 (б)

Дано: ΔABC; AD – медиана; $AD = DE$; $\angle ACD = 56°$; $ABD = 40°$; A, D, E лежат на одной прямой (рис. 2.52).

Найти: $\angle ACE$.

Решение: $\Delta ABD = \Delta ECD$ по двум сторонам и углу между ними ($BD = DC$, так как AD – медиана, $AD = DE$, $\angle ADB = \angle EDC$ как вертикальные), следовательно, $\angle DCE = \angle ABD = 40°$, отсюда $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 56° + 40° = 96°$.

(*Ответ:* $\angle ACE = 96°$.)

Наводяшие вопросы к задаче.

– Суммой каких двух углов является угол ACE?

– Известны ли градусные меры углов ACD и DCE?

– Что вы можете сказать о треугольниках ABD и ECD?

– Чему равна градусная мера угла ACE?

3. Выполнить самостоятельно тестовые задания с последующей самопроверкой.

1) *Дано:* AO – медиана ΔABC, $AO = OK$, $AB = 6{,}3$ см, $BC = 6{,}5$ см, $AC = 6{,}7$ см (рис. 2.53).

Найти: CK.

а) 6,4 см; б) 6,7 см; в) 6,5 см; г) 6,3 см.

2) *Дано:* OH и ON – высоты ΔMOK и ΔEOF, $OH = ON$, $EN = 7{,}8$ см, $OE = OK$, $HM = 6{,}3$ см (рис. 2.54).

Найти: MK.

а) 13,9 см; б) 14,1 см; в) 14,9 см; г) 16,4 см.

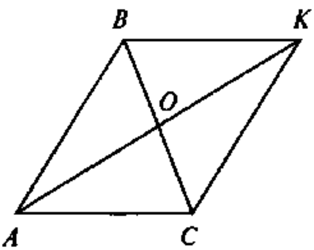


Рис. 2.53

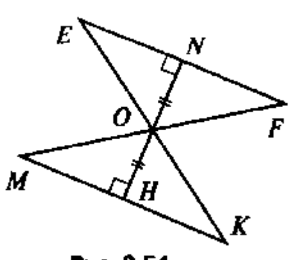


Рис. 2.54

3) В треугольниках ABC и KPM проведены биссектрисы BO и PE, причем $\Delta ABO = \Delta KPE$, $BC = PM$. Найдите отрезок EM, если $AC = 9$ см, а EM больше KE на 3,8 см.

а) 6,4 см; б) 5,4 см;

в) 2,6 см; г) 4,8 см.

Ответы к тесту: 1 – г; 2 – б; 3 – а.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какой отрезок называется медианой (высотой, биссектрисой) треугольника?
2. Продолжите утверждения.
   а) Если AM – медиана треугольника ABC, то...
   б) Если BK – высота треугольника ABC, то...
   в) Если CP – биссектриса треугольника ABC, то...
3. Что вы можете сказать о точке пересечения медиан (биссектрис, высот)?
4. Какой отрезок называется перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной прямой?

Домашнее задание

1. § 16, 17, вопросы 5–9.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 61, 62, 64, 65 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 65 (рабочая тетрадь), № 105 (а), 106 (а), 100 (учебник).

Задача № 61

Через точку O, не лежащую на прямой BC, проведены прямые OM, OK и OA, пересекающие прямую BC (рис. 2.55). Какой из отрезков OM, OK, OA является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC, если:

а) $OM \perp BC$ и $M \notin BC$;

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq 90°$;

в) $OA \perp BC$ и $A \in BC$?

Сделайте чертеж.

Решение:

а) По условию $OM \perp BC$ и $M \notin BC$, поэтому отрезок OM не является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

б) $K \in BC$ и $\angle BKO \neq 90°$, следовательно, отрезок OK не является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

в) $OA \perp BC$ и $A \in BC$, поэтому отрезок OA является перпендикуляром, проведенным из точки O к прямой BC.

(*Ответ:* отрезок OA.)

Задача № 62

Дано: прямая a и три точки B, C, H, такие, что $B \notin a$, $C \notin a$, $H \in a$, $BC \perp a$ (рис. 2.56).

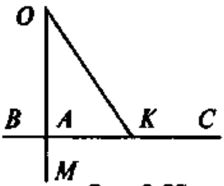


Рис. 2.55

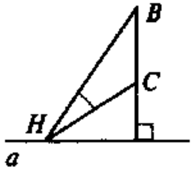


Рис. 2.56

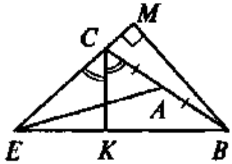


Рис. 2.57

Сделайте чертеж и докажите, что $\angle BHC \neq 90°$.

Доказательство:

1) По условию $B \notin a$, $C \notin$ a, $H \in a$, поэтому отрезок BC – перпендикуляр, проведенный из точки B к прямой a.

2) Из точки B, не лежащей на прямой a, можно провести к этой прямой только один перпендикуляр, следовательно, $\angle BHC \neq 90°$.

Задача № 64

EA – медиана ΔBCE; CK – биссектриса ΔBCE; BM – высота ΔBCE.

На рис. 2.57 с помощью чертежных инструментов проведите:

а) медиану треугольника BCE из вершины E;

б) биссектрису треугольника из вершины C;

в) высоту треугольника из вершины B.

Задача № 65

На стороне KC треугольника BKC отмечена точка M так, что $\angle BMK = \angle BMC$ (рис. 2.58). Сделайте чертеж. Докажите, что отрезок BM – высота треугольника BKC.

Доказательство: По условию $\angle BMK = \angle BMC$. Но эти углы смежные, следовательно, $\angle BMK = \angle BMC = 90°$. Поэтому отрезок BM – перпендикуляр, проведенный из вершины B треугольника BKC к прямой, содержащей противоположную сторону треугольника, т. е. отрезок BM – высота треугольника BKC.

3. ***Дополнительная задача***

Дано: $\angle ADB = \angle CDB$, $AD = DC$ (рис. 2.59).

Доказать: $\angle BAC = \angle BCA$, $BD \perp AC$.

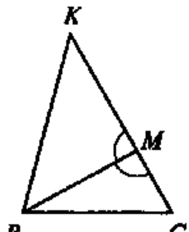


Рис. 2.58

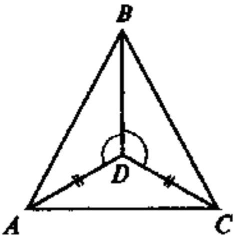


Рис. 2.59

Доказательство: $\Delta ADB = \Delta CDB$ по двум сторонам и углу между ними ($AD = DC$ по условию задачи, BD – общая сторона, $\angle ADB = \angle CDB$ по условию). Тогда $AB = CB$, $\angle ABD = \angle CBD$.

Продолжим BD до пересечения со стороной AC и обозначим точку пересечения BD и AC точкой K, тогда $\Delta ABK = \Delta CBK$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = CB$, $\angle ABD = \angle CBD$ по доказанному, BK – общая сторона), следовательно, $\angle BAC = \angle BCA$, $\angle AKB = \angle CKB$. Углы AKB и CKB – смежные, и их сумма равна 180°, а так как $\angle AKB = \angle CKB$, то $\angle AKB = 90°$, $\angle CKB = 90°$, т. е. $BK \perp AC$ или $BD \perp AC$.

Урок 16. Свойства равнобедренного треугольника

Основные дидактические цели урока: ввести понятия равнобедренного треугольника, равностороннего треугольника; рассмотреть свойства равнобедренного треугольника и показать их применение при решении задач; совершенствовать навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания. Повторение

1. Провести теоретический опрос по вопросам 5–9.

2. Проверить решение дополнительной домашней задачи.

(Один ученик заранее записывают решение на доске.)

3. Выполнить самостоятельно практическое задание с последующим обсуждением.

– Начертите отрезок, являющийся общей высотой для всех треугольников, изображенных на рисунке (рис. 2.60).

(Несколько рисунков подготовить на доске заранее. При обсуждении учащиеся выходят к доске и чертят предполагаемый отрезок. По нескольким чертежам учащиеся должны выбрать правильное решение задачи.)

4. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

а) *Дано:* BE – медиана ΔABC, $AE = 5$ см, $BC = 7$ см, $AC \perp BF$ (рис. 2.61).

Найти: P_{ABC}.

б) *Дано:* BD – высота и медиана ΔABC, $\angle BCD = 40°30'$ (рис. 2.62).

Найти: $\angle BAD$.

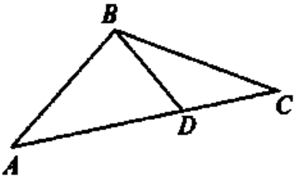


Рис. 2.60

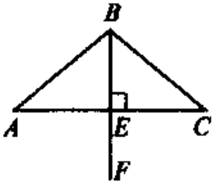


Рис. 2.61

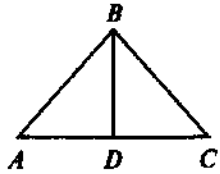


Рис. 2.62

III. Работа по теме урока

(Изучение нового материала можно организовать в форме беседы с учащимися.)

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, с какими треугольниками мы сегодня познакомимся? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Познакомимся с равнобедренными треугольниками, узнаем о свойствах равнобедренного треугольника и т. д.)

> *Определение:* Треугольник, две стороны которого равны, называется равнобедренным. Равные стороны называются боковыми сторонами, а третья сторона – основанием равнобедренного треугольника.

На доске и в тетрадях рисунок (рис. 2.63) и запись:

Треугольник ABC – равнобедренный, так как $AB = BC$; AB, BC – боковые стороны равнобедренного треугольника ABC; AC – основание равнобедренного треугольника ABC; $\angle A$, $\angle C$ – углы при основании равнобедренного треугольника ABC; $\angle B$ – угол при вершине равнобедренного треугольника ABC.

> *Определение:* Треугольник, все стороны которого равны, называется равносторонним.

2. Решить задачи (работа в группах).

(Учитель делит класс на группы. Каждая группа решает одну из задач при консультативной помощи учителя. По окончании работы учащиеся заслушивают решение задач.)

Задачи для работы в группах (рис. 2.64).

1) Докажите, что в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.
2) Докажите, что в равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.
3) Докажите, что в равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

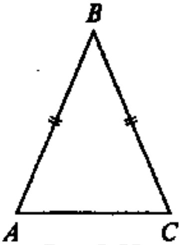


Рис. 2.63

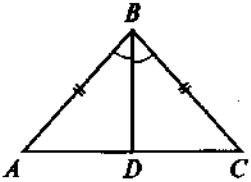


Рис. 2.64

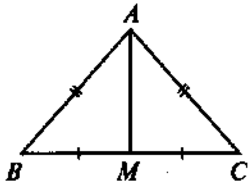


Рис. 2.65

4) Докажите, что в равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

При обсуждении важно затронуть вопросы:

– Каждая ли биссектриса (медиана, высота) равнобедренного треугольника является его высотой и медианой (высотой и биссектрисой, медианой и биссектрисой)?

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 66, 67 (рабочая тетрадь).
2. Решить задачи № 109, 113 (у доски и в тетрадях).

Задача № 109 (рис. 2.65)

Решение: ΔABC – равнобедренный с основанием BC, значит, $AB = AC$.

AM – медиана, тогда $BM = MC$.

$P_{ABC} = AB + AC + BC = 2AB + (BM + MC) = 2AB + 2BM = 2(AB + BM) = 32$ см, тогда $AB + BM = 16$ см.

$P_{ABM} = AB + BM + AM = 16$ см $+ AM = 24$ см, тогда $AM = 8$ см. (*Ответ:* $AM = 8$ см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Что называют периметром треугольника?
– Чему равен полупериметр треугольника ABC?
– Можно ли вычислить длину стороны AM треугольника ABM, если его периметр равен 24 см, а полупериметр треугольника ABC равен 16 см?

Задача № 113 (рис. 2.66)

а) $\Delta MON = \Delta POQ$ по двум сторонам и углу между ними ($MN = PQ$ по условию задачи, $NO = QO$, так как O – середина NQ, $\angle MNO = \angle PQO = 90°$, так как $MN \perp b$, $PQ \perp b$), тогда $MO = PO$.

ΔMOP – равнобедренный с основанием MP, так как $MO = PO$, тогда $\angle OMP = \angle OPM$ как углы при основании равнобедренного треугольника.

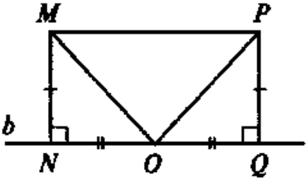


Рис. 2.66

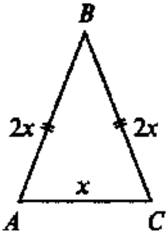


Рис. 2.67

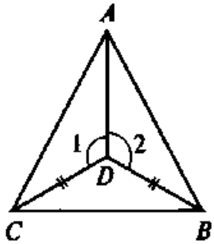


Рис. 2.68

б) $\angle NOM + \angle MOP + \angle POQ = 180°$, $\angle MOP = 105°$, тогда $\angle NOM + \angle POQ = 180° - 105° = 75°$. $\angle NOM = \angle POQ$ из равенства треугольников MON и POQ, тогда $\angle NOM = 37°30'$.

(*Ответ:* $\angle NOM = 37°30'$.)

Наводящие вопросы к задаче (часть а).

– Что вы можете сказать о треугольниках MNO и PQO? А о треугольнике MOP?

– Что нам известно об углах равнобедренного треугольника?

Наводящие вопросы к задаче (часть б).

– Чему равна сумма углов NOM и QOP?

– Чему равен каждый из этих углов? Почему?

3. Решить самостоятельно задачи № 107, 111, 114.

(Для одной задачи записать полное решение, для двух других – краткую запись решения. В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

Задача № 107 (рис. 2.67)

Решение (краткая запись): $P = 50$ см; $x + 2x + 2x = 50$ см; $x = 10$ см; $AB = BC = 20$ см, $AC = 10$ см.

Задача № 111 (рис. 2.68)

Решение (краткая запись): $\Delta ACD = \Delta ABD$ ($CD = DB$, AD – общая сторона, $\angle 2 = \angle 1$). Тогда $AC = AB$, ΔABC – равнобедренный.

Задача № 114 (рис. 2.69)

Решение (краткая запись): $\Delta ABC = \Delta MKP$, $OA = CO$, $ME = PE$ – по условию задачи. $AC = MP$, BO и KE – медианы, следовательно,

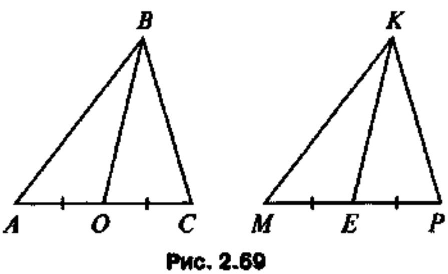


Рис. 2.69

$AO = ME$. $\Delta ABO = \Delta MKE$ ($AB = MK$, $AO = ME$, $\angle BAO = \angle MKE$). Тогда $BO = KE$.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какой треугольник называется равнобедренным? Равносторонним?
2. Как называются равные стороны равнобедренного треугольника? А третья сторона?
3. Сформулируйте свойство углов при основании равнобедренного треугольника.
4. Могут ли совпадать медиана, биссектриса и высота в равнобедренном треугольнике? Если да, то в каком случае? А в равностороннем треугольнике?

Домашнее задание

1. § 18, вопросы 10–13.
2. Решить задачи № 108, 110, 112.

Урок 17. Решение задач по теме «Равнобедренный треугольник»

Основные дидактические цели урока: закрепить теоретические знания по изучаемой теме; совершенствовать навыки доказательства теорем, навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Провести теоретический опрос.

– Докажите свойства равнобедренного треугольника.

(Два ученика готовятся у доски: первый ученик доказывает свойства углов при основании равнобедренного треугольника, второй ученик доказывает свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника).

2. Выполнить теоретический тест с последующей самопроверкой.

(Учитель проводит тест, пока у доски идет подготовка к доказательству теорем. Ответы учащиеся записывают на двух листочках, один из них сдают на проверку учителю, по другому проверяют правильность своих ответов. Ответы к тесту учитель показывает на интерактивной доске после того, как учащиеся сдали работы. После проверки ответов теста заслушивают учащихся, подготовивших доказательства свойств равнобедренного треугольника.)

1) Медиана в равнобедренном треугольнике является его биссектрисой и высотой. Это утверждение:

а) всегда верно;
б) может быть верно;
в) всегда неверно.

2) Если треугольник равносторонний, то:

а) он равнобедренный;
б) все его углы равны;
в) любая его высота является биссектрисой и медианой.

3) В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом;
б) в равнобедренном;
в) в равностороннем.

4) Биссектриса в равностороннем треугольнике является медианой и высотой. Это утверждение:

а) всегда верно;
б) может быть верно;
в) всегда неверно.

5) Если треугольник равнобедренный, то:

а) он равносторонний;
б) любая его медиана является биссектрисой и высотой;
в) два его угла равны.

6) В каком треугольнике любая его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом;
б) в равнобедренном;
в) в равностороннем.

7) Если в треугольнике два угла равны, то этот треугольник является:

а) равносторонним;
б) равнобедренным;
в) прямоугольным.

8) Если в треугольнике две стороны равны, то:

а) у него равны два угла;
б) у него все углы равны;
в) этот треугольник равносторонний.

Ответы к тесту: 1 – б; 2 – а, б, в; 3 – б; 4 – а; 5 – в; 6 – в; 7 – б; 8 – а.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

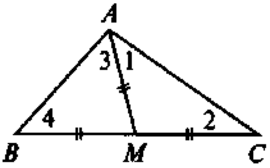


Рис. 2.70

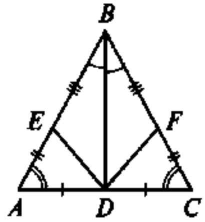


Рис. 2.71

Критерии оценивания:

- оценка «5» – все ответы правильные;
- оценка «4» – 6–7 правильных ответов;
- оценка «3» – 4–5 правильных ответов;
- оценка «2» – меньше 4 правильных ответов.

3. Решить задачи (работа в группах).

1) Решить задачи № 68 и № 69 (рабочая тетрадь).

2) Решить задачи № 115, 120.

(Дать учащимся 2–3 мин на обдумывание, затем обсудить).

Задача № 115

Решение: $\angle 1 = \angle 2$ как углы при основании равнобедренного треугольника AMC. $\angle 3 = \angle 4$ как углы при основании равнобедренного треугольника ABM, тогда $\angle BAC = \angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4$ (рис. 2.70).

Вопросы для обсуждения.

– Медиана AM разбивает треугольник ABC на два треугольника. Что вы можете сказать о полученных треугольниках?

– Какой из углов треугольника ABC равен сумме двух других его углов? Почему?

Задача № 120

Решение:

а) $\Delta BDE = \Delta BDF$ (BD – общая сторона, $BE = BF$, $\angle EBD = \angle FBD$, так как BD – медиана и биссектриса) (рис. 2.71).

б) $\Delta ADE = \Delta CDF$ ($AD = CD$, $AE = CF$ по условию задачи, $\angle A = \angle C$ как углы при основании равнобедренного треугольника).

Вопросы для обсуждения.

– Когда один треугольник равен второму?

– Можно ли доказать равенство треугольников BDE и BDF по определению? Почему? А по первому признаку равенства треугольников? Докажите.

– Докажите равенство треугольников ADE и CDF.

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AD = CD$, $AC \perp BD$ (рис. 2.72).

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

2. *Дано:* ΔABC – равнобедренный, $AO = CO$ (рис. 2.73).

Доказать: $\Delta ABO = \Delta CBO$.

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 36 см, основание равно 10 см. Найдите боковую сторону этого треугольника.

Вариант 2

1. *Дано:* D – середина AC, $\angle ADF = 90°$ (рис. 2.74).

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

2. *Дано:* ΔABC – равнобедренный, BO – биссектриса (рис. 2.75).

Доказать: $\Delta ABO = \Delta CBO$.

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 48 см, боковая сторона – 15 см. Найдите основание этого треугольника.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.76).

Доказать: ΔADC – равнобедренный.

2. *Дано:* ΔABC – равнобедренный с основанием AC. AO и CO – высоты в ΔABC (рис. 2.77).

Доказать: ΔAOC – равнобедренный.

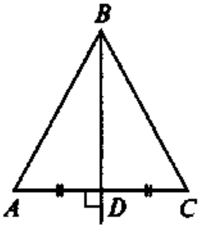


Рис. 2.72

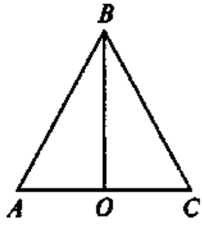


Рис. 2.73

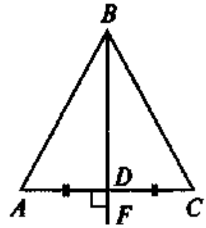


Рис. 2.74

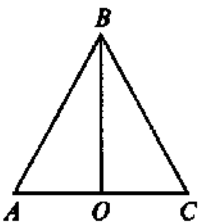


Рис. 2.75

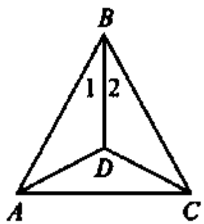


Рис. 2.76

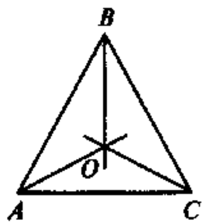


Рис. 2.77

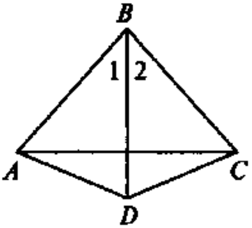


Рис. 2.78

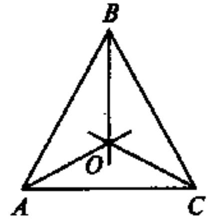


Рис. 2.79

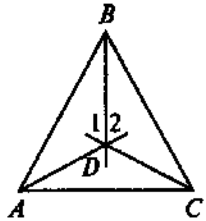


Рис. 2.80

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 37 см. Основание меньше боковой стороны на 5 см. Найдите стороны этого треугольника.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.78).

Доказать: ΔADC – равнобедренный.

2. *Дано:* ΔABC – равнобедренный с основанием AC, AO и CO – медианы в ΔABC (рис. 2.79).

Доказать: ΔAOC – равнобедренный.

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 45 см. Боковая сторона меньше основания на 3 см. Найдите стороны треугольника.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* ΔADC – равнобедренный, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.80).

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

2. *Дано:* ΔMBN – равнобедренный с основанием MN, $AN = CM$ (рис. 2.81).

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

3. Сумма двух сторон равнобедренного треугольника равна 26 см, а периметр равен 36 см. Какими могут быть стороны этого треугольника?

Вариант 2

1. *Дано:* ΔABC – равнобедренный, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.82).

Доказать: ΔADC – равнобедренный.

$\Delta ABD = \Delta CBD$ по ... Δ ADC – ...

2. *Дано:* ΔABC – равнобедренный с основанием AC, $AE = DC$ (рис. 2.83).

Доказать: ΔDBE – равнобедренный.

3. Одна из сторон равнобедренного треугольника равна 8 см, а периметр равен 26 см. Какими могут быть другие стороны этого треугольника?

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

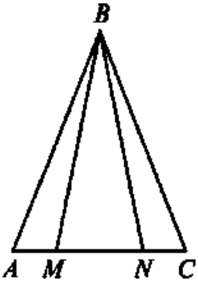


Рис. 2.81

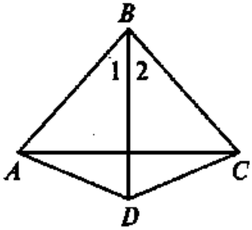


Рис. 2.82

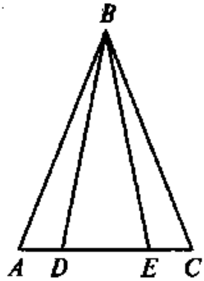


Рис. 2.83

Домашнее задание

Решить задачи № 116, 117, 118, 119.

Урок 18. Второй признак равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: доказать второй признак равенства треугольников; выработать у учащихся навыки использования второго признака равенства треугольников при решении задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Работа над ошибками, допущенными в самостоятельной работе

I уровень сложности

Решить задачи по готовым решениям.

Вариант 1

1. *Доказательство:* $\Delta ABD = \Delta CBD$ ($AD = CD$, BD – общая сторона, $ADB = 90° = CDB$), тогда $AB = BC$ и ΔABC – равнобедренный (рис. 2.84).

2. *Доказательство:* $AB = BC$, $\angle A = \angle C$ (объясни), тогда $\Delta ABO = \Delta CBO$ (докажи) (рис. 2.85).

3. *Решение:* $AB = BC$ (объясни), $P_{ABC} = AB + BC + AC = 36$ см. $AB + BC = 36 - 10 = 26$ см. $AB = BC = 13$ см (почему?) (рис. 2.86). (*Ответ:* 13 см.)

Вариант 2

1. *Доказательство:* $\Delta ABD = \Delta CBD$ ($AD = DC$, BD – общая сторона, $\angle ADB = \angle CDB = 90°$), тогда $AB = BC$ и ΔABC – равнобедренный (рис. 2.87).

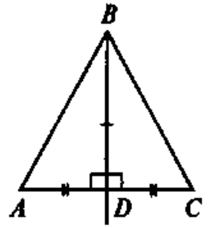


Рис. 2.84

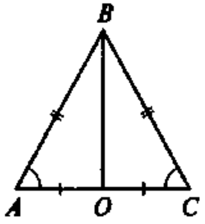


Рис. 2.85

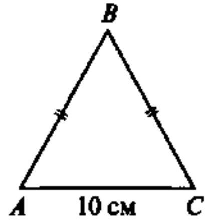


Рис. 2.86

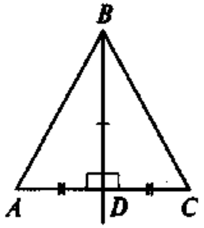


Рис. 2.87

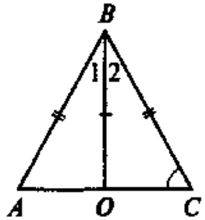


Рис. 2.88

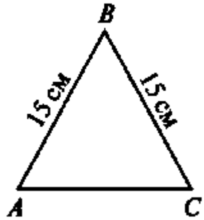


Рис. 2.89

2. *Доказательство:* $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$ (объясни), тогда $\Delta ABO = \Delta CBO$ (докажи) (рис. 2.88).

3. *Решение:* $AB = BC = 15$ см (объясни). $P_{ABC} = AB + BC + AC = 48$ см. $AC = 48 - 15 \cdot 2 = 18$ см (почему?) (рис. 2.89).

(*Ответ:* 18 см.)

II уровень сложности

Решить задачи по подсказкам.

Вариант 1

1. *Доказательство:* $\Delta ABD = \Delta CBD$ (докажи). $AD = DC$ (почему?). Тогда ΔADC – ... (рис. 2.90)

2. *Доказательство:* AO и CO – высоты, тогда BO – также высота (объясни) (рис. 2.91).

Так как BO – высота, проведенная к ..., то BO – ..., тогда $\angle 1 = \angle 2$.

$\Delta ABO = \Delta CBO$ (докажи), значит, ..., ΔAOC – ...

3. *Решение:* $x + x + x - 5 = 37$ (почему?) (рис. 2.92).

(*Ответ:* 14 см, 14 см, 9 см.)

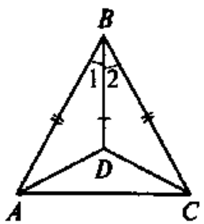


Рис. 2.90

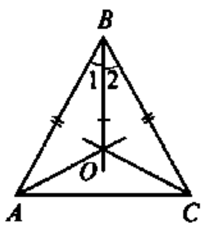


Рис. 2.91

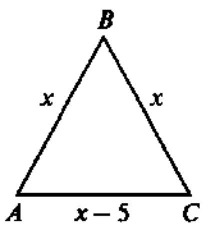


Рис. 2.92

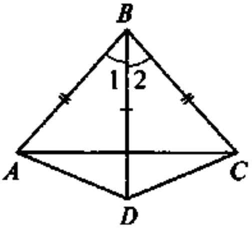


Рис. 2.93

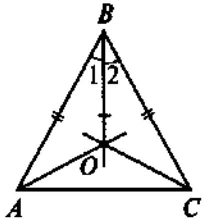


Рис. 2.94

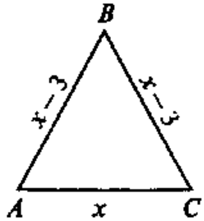


Рис. 2.95

Вариант 2

1. *Доказательство:* $\Delta ABD = \Delta CBD$ (докажи). $AD = CD$ (почему?). Тогда ΔADC – ... (рис. 2.93).

2. *Доказательство:* AO и CO – медианы, тогда BO – также медиана (объясни) (рис. 2.94).

Так как BO – медиана, проведенная к ..., то BO – ..., тогда $\angle 1 = \angle 2$.

$\Delta ABO = \Delta CBO$ (докажи), значит, ..., ΔAOC – ...

3. *Решение:* $x - 3 + x - 3 + x = 45$ (почему?) (рис. 2.95).

(*Ответ:* 17 см, 14 см, 14 см.)

III уровень сложности

Решить задачи по подсказкам.

Вариант 1

1. *Доказательство:* $AD = DC$ (почему?). $\Delta ABD = \Delta CBD$ по ... ΔABC – ... (рис. 2.96).

2. *Доказательство:* $MB = BN$, $AM = CN$ (объясни). $\angle 1 = \angle 2$, тогда $\angle 3 = \angle 4$ (объясни) (рис. 2.97).

$\Delta ABM = \Delta CBN$ по ..., тогда ΔABC – ...

3. *Решение:* $AB + BC = 26$ см, тогда $AC = 10$ см (объясни).

Возможны два случая (рис. 2.98):

а) $AB = BC = 13$ см.

б) $AC = AB = 10$ см. Тогда $BC = 16$ см.

(*Ответ:* 13 см, 13 см, 10 см или 10 см, 10 см, 16 см.)

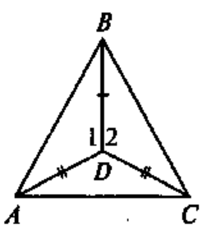


Рис. 2.96

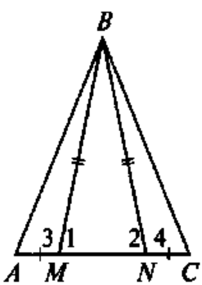


Рис. 2.97

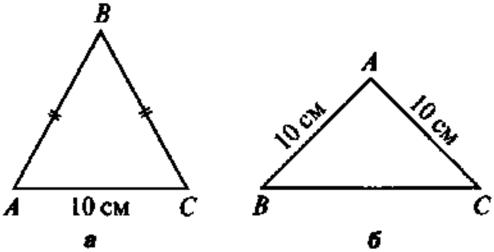


Рис. 2.98

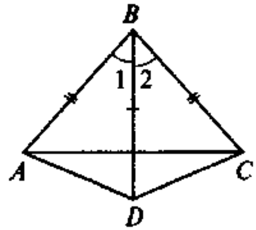


Рис. 2.99

Вариант 2

1. *Доказательство:* $AB = BC$ (почему?) (рис. 2.99).

$\Delta ABD = \Delta CBD$ по ... ΔADC – ...

2. *Доказательство:* $AB = BC$, $AD = CE$ (почему?), $\angle 1 = \angle 2$ (объясни) (рис. 2.100).

Тогда Δ... = Δ... по ..., значит, ΔDBE – ...

3. ***Решение:*** $AB = 8$ см, тогда $BC + AC = 18$ см (объясни).

Возможны два случая (рис. 2.101):

а) $AB = BC$, $AC = 10$ см.

б) $AC = BC = 9$ см.

(*Ответ:* 8 см, 8 см, 10 см или 9 см, 9 см, 8 см.)

III. Проверка домашнего задания. Повторение

1. Проверить решение домашних задач № 118, 119.

(Два ученика заранее записывают решение на доске.)

Задача № 118

Дано: ΔABC – равнобедренный, BC – основание; $M, N \in BC$; $BM = CN$.

Доказать:

а) $\Delta BAM = \Delta CAN$;

б) ΔAMN – равнобедренный.

Доказательство:

а) Рассмотрим треугольники BAM и CAN (рис. 2.102). У них: 1) $AB = AC$, так как по условию задачи ΔABC – равно-

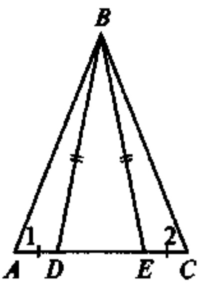


Рис. 2.100

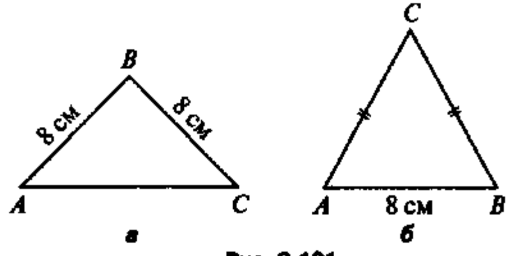


Рис. 2.101

бедренный с основанием BC; 2) $BM = CN$ по условию задачи; 3) $\angle ABM = \angle ACN$ как углы при основании равнобедренного треугольника. Отсюда $\Delta BAM = \Delta CAN$ по двум сторонам и углу между ними.

б) По доказанному в пункте а) $\Delta BAM = \Delta CAN$. В равных треугольниках соответственные стороны равны, т. е. $AM = AN$. Получили, что в ΔAMN две стороны равны, т. е. ΔAMN – равнобедренный.

Задача № 119

Дано: ΔDEK – равнобедренный с основанием DK, $DK = 16$ см, EF – биссектриса, $\angle DEF = 43°$.

Найти: KF, $\angle DEK$, $\angle EFD$.

Решение: EF – биссектриса, проведенная из вершины равнобедренного треугольника к его основанию, и по свойству равнобедренного треугольника она является медианой и высотой (рис. 2.103). Если EF – медиана, то $DF = FK$, значит, $KF = \frac{1}{2}DK = \frac{16}{2}$ (см). Если EF – высота, то $EF \perp DK$, значит, $\angle EFD = 90°$. Если EF – биссектриса, то $\angle DEK = 2\angle DEF = 2 \cdot 43° = 86°$.

(*Ответ:* $KF = 8$ см, $\angle DEK = 86°$, $\angle EFD = 90°$.)

2. Решить задачи по готовым чертежам (повторение первого признака равенства треугольников).

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

а) *Дано:* $AB = 15$ см, $AD = 2$ дм (рис. 2.104).

Найти: P_{ABCD}.

б) *Дано:* $\angle ACB : \angle BCD : \angle DCF = 2 : 3 : 4$ (рис. 2.105).

Найти: $\angle ABC$.

в) *Доказать:* $AC \perp BD$, DB – биссектриса $\angle ADC$ (рис. 2.106).

г) *Дано:* $DC = AC$, $\angle ACB = 55°$ (рис. 2.107).

Найти: $\angle ECM$.

IV. Работа по теме урока

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

1. Выполнить самостоятельно практическое задание.

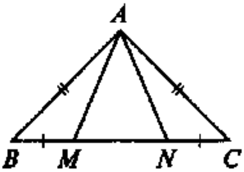


Рис. 2.102

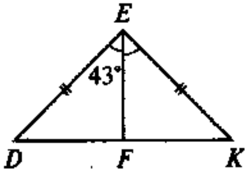


Рис. 2.103

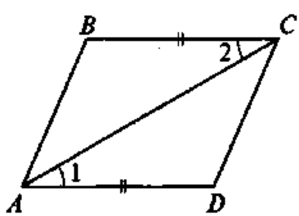


Рис. 2.104

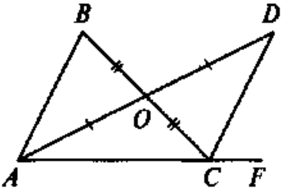


Рис. 2.105

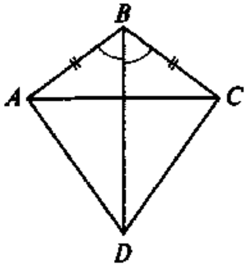


Рис. 2.106

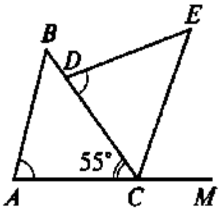


Рис. 2.107

Начертите ΔMNK – такой, что $\Delta MNK = \Delta ABC$, если известно, что $AB = 4$ см, $\angle A = 54°$, $\angle B = 46°$.

Построение:

1) Отложить отрезок $MN = 4$ см, так как $\Delta MNK = \Delta ABC$, а значит, $MN = AB$;

2) Построить $\angle NMP = 54°$;

3) Построить $\angle MNE = 46°$ по ту же сторону от прямой MN, что и $\angle NMP$;

4) $MP \perp NE = K$, ΔMNK – искомый.

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, о каких треугольниках мы сегодня будем говорить? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* О треугольниках, у которых равны стороны и прилежащие к ним углы; о равенстве треугольников, у которых равны стороны и прилежащие к ним углы и т. д.)

Наводящие вопросы к практическому заданию.

– Будут ли равны ΔABC и ΔMNK, если $AB = MN$, $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$? (*Ответ:* да, $\Delta ABC = \Delta MNK$.)

– Докажите равенство треугольников ABC и MNK.

Дано: ΔABC, ΔMNK, $AB = MN$, $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$.

Доказать: $\Delta ABC = \Delta MNK$.

Доказательство: наложим ΔABC на ΔMNK так, чтобы AB совместилось с MN, а вершины C и K лежали по одну сторону от MN.

Так как по условию задачи $AB = MN$, то вершина A совместится с вершиной M, а вершина B – с вершиной N.

Луч AC совместится с лучом MK, так как $\angle A = \angle M$, а луч BC совместится с лучом NK, так как $\angle B = \angle N$.

Точка пересечения лучей AC и BC совместится с точкой пересечения лучей MK и NK, т. е. точка C совместится с точкой K.

Получили, что треугольники ABC и MNK полностью совместились, а это значит, что $\Delta ABC = \Delta MNK$.

— Итак, мы доказали **второй признак равенства треугольников.** Сформулируйте его и дайте ему название.

> *Второй признак равенства треугольников* (признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углам): Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

V. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее. В тетрадях — краткая запись доказательства.)

1) *Дано:* $\angle ACB = \angle ACD$, AC — биссектриса $\angle BAD$ (рис. 2.108).
Доказать: $\Delta ABC = \Delta ADC$.

2) *Дано:* $MO = ON$, $\angle M = \angle N$ (рис. 2.109).
Доказать: $\Delta MOK = \Delta NOP$.

3) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.110).
Доказать: $\Delta SEF = \Delta FKS$.

4) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.111).
Доказать: $\Delta ABC = \Delta DCB$, $\Delta ABO = \Delta DCO$.

2. Решить самостоятельно задачи № 121, 126, 127.

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

Задача № 126

Дано: $\angle DAB = \angle CBA$, $\angle CAB = \angle DBA$, $AC = 13$ см (рис. 2.112).
Найти: BD.

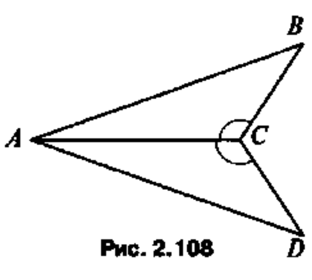


Рис. 2.108

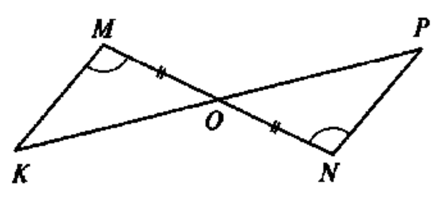


Рис. 2.109

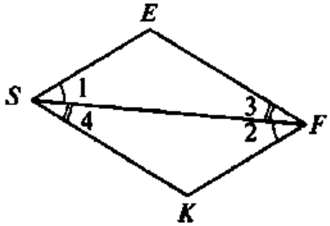


Рис. 2.110

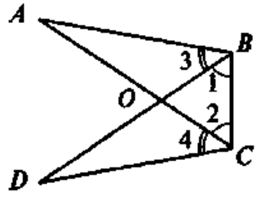


Рис. 2.111

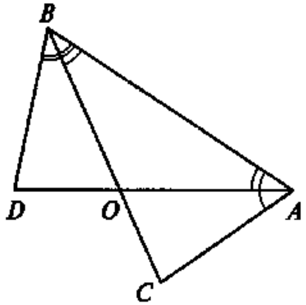


Рис. 2.112

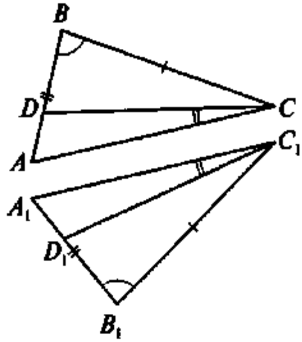


Рис. 2.113

Решение: рассмотрим треугольники DBA и CAB. У них:

1) $\angle DAB = \angle CBA$ по условию задачи;

2) $\angle CAB = \angle DBA$ по условию задачи;

3) AB – общая сторона. $\Delta DBA = \Delta CBA$ по стороне и двум прилежащим к ней углам.

Поэтому, $BD = AC$ как соответственные стороны равных треугольников. $AC = 13$ см, значит, $BD = 13$ см.

(*Ответ:* $BD = 13$ см.)

Задача № 127

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $D \in AB$, $D_1 \in A_1B_1$, $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$ (рис. 2.113).

Доказать: $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$.

Доказательство:

1) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$ по условию задачи).

2) $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$, так как $\angle BCD = \angle BCA - \angle DCA$, $\angle B_1C_1D_1 = \angle B_1C_1A_1 - \angle D_1C_1A_1$, а $\angle BCA = \angle B_1C_1A_1$ из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, $\angle DCA = \angle D_1C_1A_1$ по условию задачи.

3) $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BC = B_1C_1$ по условию задачи, $\angle B = \angle B_1$ по условию задачи, $\angle DCA = \angle D_1C_1A_1$ по доказанному в п. 2).

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Сколько признаков равенства треугольников нам известно?
2. Сформулируйте первый признак равенства треугольников. Как еще называют данный признак?
3. Сформулируйте второй признак равенства треугольников. Как еще называют данный признак?
4. Даны ΔABC и ΔMNK. Известно, что $AC = MK$. Какие углы должны быть равны, чтобы треугольники были равны по второму признаку равенства треугольников?

5. Даны ΔABC и ΔMEK. Можно ли утверждать, что $\Delta ABC = \Delta MEK$, если известно, что $BC = EK$, $\angle B = \angle E$, $\angle A = \angle M$? Ответ обоснуйте.

Домашнее задание

1. § 19, ответить на вопрос 14.
2. Решить задачи № 122–125.

Урок 19. Решение задач на применение второго признака равенства треугольников

Основная дидактическая цель урока: совершенствовать навыки решения задач на применение второго признака равенства треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Доказать второй признак равенства треугольников.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

2. Выполнить тестовые задания с последующей самопроверкой (фронтальная работа).

(Учитель повторяет вопрос и просит 2–3 учащихся назвать свои ответы, далее идет выбор правильного ответа с обоснованием.)

1) Для доказательства равенства треугольников ABC и MNK (рис. 2.114) достаточно доказать, что:

а) $AC = MN$; б) $\angle C = \angle N$; в) $BC = NK$.

2) Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF (рис. 2.115) достаточно доказать, что:

а) $AC = FE$; б) $\angle C = \angle E$; в) $\angle A = \angle F$.

3) Чтобы доказать равенство равносторонних треугольников ABC и MNK, достаточно доказать, что:

а) $\angle A = \angle M$; б) $AB = MN$; в) $P_{ABC} = P_{MNK}$.

4) Чтобы доказать равенство двух равнобедренных треугольников TOS и DEF с основаниями TS и DF соответственно, достаточно доказать, что:

а) $\angle O = \angle E$;

б) $TS = DF$ и $\angle T = \angle D$;

в) $TS = DF$.

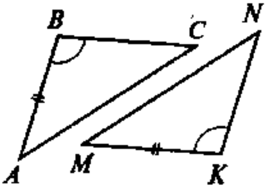


Рис. 2.114

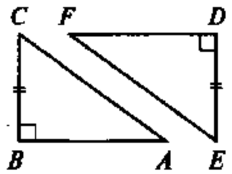


Рис. 2.115

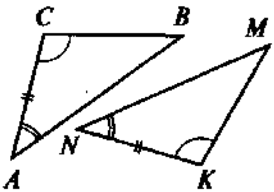


Рис. 2.116

5) Выберите верное утверждение (рис. 2.116):

а) $BC = KN$; б) $AB = KN$; в) $BC = NM$.

Ответы к тесту: 1 – в; 2 – б; 3 – б; 4 – б; 5 – а.

(Задание для менее подготовленных учащихся.)

3. Решить самостоятельно задачи № 71, 72 (б) (рабочая тетрадь).

(До начала работы в группах учащиеся сдают тетради на проверку.)

4. Решить задачи № 130, 131, 133 (работа в группах).

(Учитель делит класс на группы по 3–4 человека. Каждая группа решает одну из задач, выполняет рисунок и записывает краткое решение при консультативной помощи учителя. По окончании работы учащиеся заслушивают решение задач.)

Возможное оформление решения задач.

Задача № 130 (рис. 2.117)

Решение:

1) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$).

2) $BO = OA = B_1O_1 = O_1A_1$, так как CO и C_1O_1 – медианы равных треугольников.

3) $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, так как $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$. $AO = A_1O_1$, значит, $\Delta ACO = \Delta A_1C_1O_1$ по двум сторонам и углу между ними.

Задача № 131 (рис. 2.118)

Решение:

1) $\Delta EFD = \Delta NPM$ по двум сторонам и углу между ними ($EF = NP$, $DF = MP$, $\angle F = \angle P$).

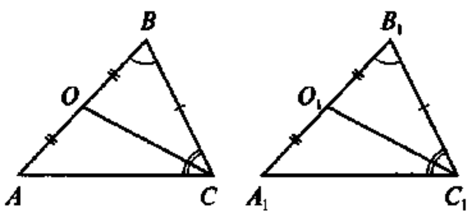


Рис. 2.117

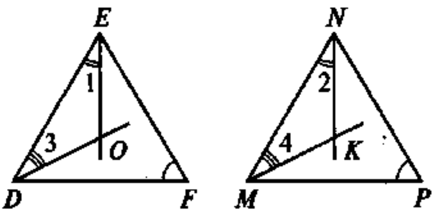


Рис. 2.118

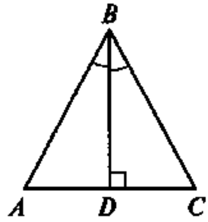


Рис. 2.119

2) $\angle 1 = \angle 2$, так как EO и NK – биссектрисы соответственных углов равных треугольников.

3) $\angle 3 = \angle 4$, так как DO и MK – биссектрисы соответственных углов равных треугольников.

4) $\Delta DOE = \Delta MKN$ по стороне и прилежащим к ней углам ($DE = MN$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$).

Задача № 133 (рис. 2.119)

Решение:

BD – биссектриса и высота ΔABC.

$\Delta ABD = \Delta CBD$ по стороне и прилежащим к ней углам (BD – общая сторона, $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$).

$AB = BC$ как соответственные стороны равных треугольников.

Так как $AB = BC$, то ΔABC – равнобедренный.

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $CO = OD$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$ (рис. 2.120).

Доказать: O – середина AB.

Доказательство: так как $CO = OD$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$ по условию задачи, $\angle AOC = \angle BOD$, то $\Delta ACO = \Delta AOD$ по стороне и прилежащим к ней углам.

2. *Дано:* $AB = BC$, $AK = KC$, $\angle AKE = \angle PKC$ (рис. 2.121).

Доказать: $\Delta AKE = \Delta CKP$.

Доказательство: так как $AB = BC$, то ΔABC – равнобедренный с основанием AC. $\angle A = \angle C$ как углы при основании равнобедренного треугольника. $\Delta AKE = \Delta CKP$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AK = KC$, $\angle A = \angle C$, $\angle AKE = \angle PKC$).

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.122).

Доказать: $AB = AD$.

Доказательство: так как по условию задачи $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, AC – общая сторона треугольников ABC и ADC, то $\Delta ABC = \Delta ADC$ по стороне и прилежащим к ней углам.

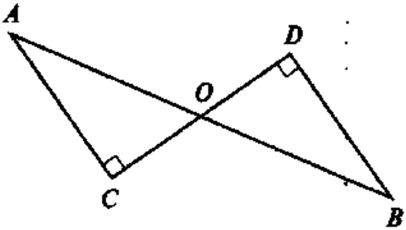


Рис. 2.120

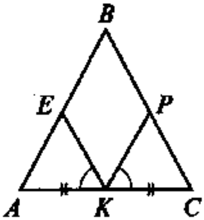


Рис. 2.121

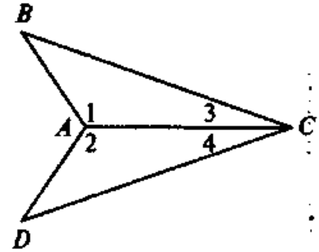


Рис. 2.122

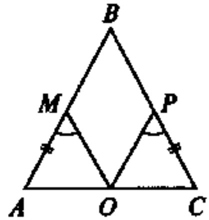


Рис. 2.123

2. *Дано:* $AB = BC$, $MA = PC$, $\angle AMO = \angle OPC$ (рис. 2.123).

Доказать: $\Delta AMO = \Delta OPC$.

Доказательство: $AB = BC$, поэтому ΔABC – равнобедренный с основанием AC, и в ΔABC углы при основании равны ($\angle A = \angle C$). $\Delta AMO = \Delta CPO$ по стороне и прилежащим к ней углам ($MA = PC$, $\angle A = \angle C$, $\angle AMO = \angle OPC$).

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* BD – биссектриса $\angle ABC$, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.124).

Доказать: $AB = CB$.

Доказательство: BD – биссектриса $\angle ABC$, поэтому $\angle ABD = \angle CBD$. $\angle 1 = \angle 2$, следовательно, $\angle ADB = \angle CDB$ (если два угла равны, то смежные с ними углы равны). $\Delta ABD = \Delta CBD$ по стороне и прилежащим к ней углам (BD – общая сторона, $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$), следовательно, $AB = CB$ как соответствующие стороны равных треугольников.

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.125).

Доказать: $\Delta ABC = \Delta ADC$.

Доказательство: $\Delta ADO = \Delta ABO$ по стороне и прилежащим к ней углам (AO – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$). $\Delta ABC = \Delta ADC$ по двум сторонам и углу между ними ($AD = AB$ как соответствующие стороны равных треугольников, AC – общая сторона, $\angle 3 = \angle 4$ по условию задачи).

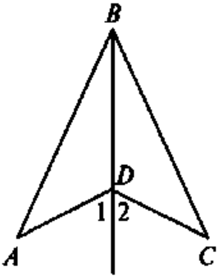


Рис. 2.124

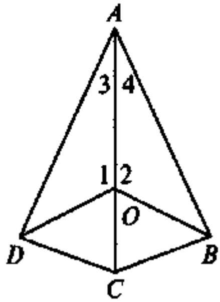


Рис. 2.125

Вариант 2

1. *Дано:* O – середина AB, $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 2.126).

Доказать: $\angle C = \angle D$.

Доказательство: O – середина AB, значит, $AO = BO$.

$\Delta ACO = \Delta DBO$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AO = BO$, $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные, $\angle CAO = \angle DBO$, так как смежные им углы 1 и 2 равны). Из равенства треугольников ACO и DBO следует равенство соответствующих углов C и D.

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.127).

Доказать: $\Delta ABO = \Delta ADO$.

Доказательство: $\Delta ADC = \Delta ABC$ по стороне и прилежащим к ней углам (AC – общая сторона, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ по условию задачи). $\Delta ADO = \Delta ABO$ по двум сторонам и углу между ними (AO – общая сторона, $AD = AB$ как соответствующие стороны равных треугольников ADC и ABC, $\angle 3 = \angle 4$).

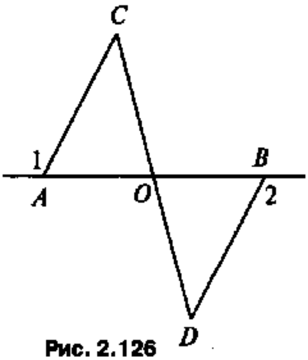


Рис. 2.126

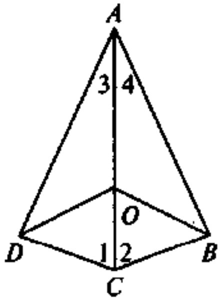


Рис. 2.127

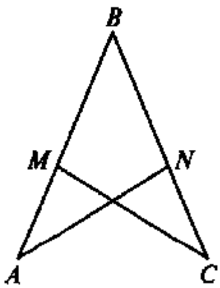


Рис. 2.128

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CB$, $\angle A = \angle C$ (рис. 2.128).

Доказать: $AM = CN$.

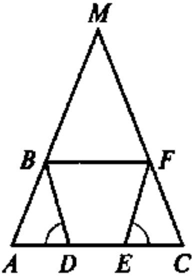


Рис. 2.129

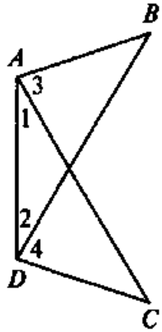


Рис. 2.130

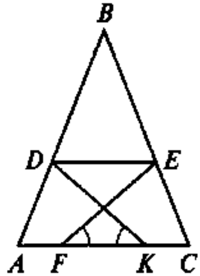


Рис. 2.131

Доказательство: $\Delta ABN = \Delta CBM$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AB = CB$ по условию задачи, $\angle A = \angle C$ по условию задачи, $\angle B$ – общий). Так как $\Delta ABN = \Delta CBM$, то $BM = BN$ как соответствующие стороны равных треугольников. Так как $BM = BN$ и $AB = AC$, то $AM = CN$.

2. *Дано:* $AM = MC$, $AE = DC$, $\angle BDA = \angle FEC$ (рис. 2.129).

Доказать: $AB = FC$.

Доказательство: $AM = MC$, следовательно, ΔAMC – равнобедренный с основанием AC, а значит, $\angle A = \angle C$. $AD = CE$, так как $AD = AE - DE$, $CE = CD - DE$, а $AE = DC$. $\Delta ABD = \Delta CFE$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AD = CE$, $\angle A = \angle C$, $\angle BDA = \angle FEC$). Так как $\Delta ABD = \Delta CFE$, то $AB = FC$.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 2.130).

Доказать: $AB = DC$.

Доказательство: $\Delta ABD = \Delta DCA$ по стороне и прилежащим к ней углам (AD – общая сторона, $\angle BAD = \angle CDA$, так как $\angle BAD = \angle 1 + \angle 3$, $\angle CDA = \angle 2 + \angle 4$, а $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ по условию задачи). Значит, $AB = CD$.

2. *Дано:* $AB = BC$, $AF = KC$, $\angle DKA = \angle EFC$ (рис. 2.131).

Доказать: $AD = EC$.

Доказательство: ΔABC – равнобедренный с основанием AC, следовательно, $\angle A = \angle C$. $\Delta ADK = \Delta CEF$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AK = CF$, так как $AK = AF + FK$, $CF = CK + FK$, а $AF = KC$ по условию задачи; $\angle A = \angle C$; $\angle DKA = \angle EFC$). Так как $\Delta ADK = \Delta CEF$, то $AD = EC$.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

Домашнее задание

Решить задачи № 128, 129, 132, 134.

Урок 20. Третий признак равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: доказать третий признак равенства треугольников; научить учащихся решать задачи на применение третьего признака равенства треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания. Повторение

1. Проверить решение домашней задачи № 132.

(Один ученик заранее записывает решение на доске.)

Дано: $\angle A$, AK – биссектриса $\angle A$, $a \perp AK$, a пересекает стороны угла A в точках M и N.

Доказать: ΔAMN – равнобедренный.

Доказательство: Пусть $AK \cap MN = E$. $\Delta AME = \Delta ANE$ по стороне и прилежащим к ней углам. $\angle MEA + \angle NEA = 180°$, $\angle MEA = 90°$, значит, и $\angle NEA = 90°$. Из равенства треугольников AME и ANE следует равенство сторон AM и AN, т. е. ΔAMN – равнобедренный (рис. 2.132).

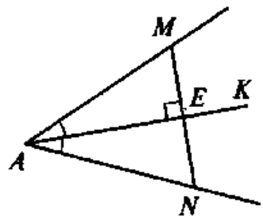


Рис. 2.132

2. Решить задачи на повторение и закрепление первого и второго признаков равенства треугольников с последующим обсуждением решений (работа в группах).

(Условия задач подготовить на доске заранее.)

Задача 1

В треугольнике ABC на продолжении стороны BC за точку C отложен отрезок CD, равный CA, а точки A и D соединены отрезком. CE – биссектриса треугольника ACB, а CF – медиана треугольника ACD.

Доказать: $CF \perp CE$.

Доказательство: По построению $AC = CD$, следовательно, ΔACD – равнобедренный с основанием AD. CF – медиана, проведенная к основанию равнобедренного ΔACD, и она является биссектрисой угла ACD, т. е. $\angle ACF = \angle DCF$. CD – продолжение стороны BC, поэтому $\angle BCD = 180°$. $\angle BCD = \angle BCE + \angle ECA +$ $+ \angle ACF + \angle FCD = 180°$. Так как $\angle BCE = \angle ECA$, $\angle ACF = \angle FCD$, то $2\angle ACE + 2\angle ACF = 180°$, $2(\angle ACE + \angle ACF) = 180°$. Так как $\angle ACE + \angle ACF = \angle ECF$, то $\angle ECF = 90°$, т. е. $CE \perp CF$ (рис. 2.133).

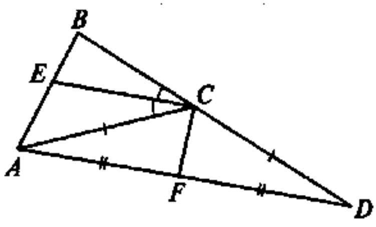


Рис. 2.133

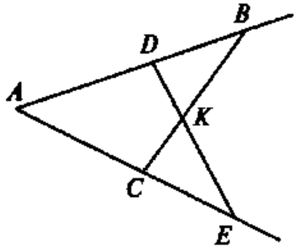


Рис. 2.134

Задача 2

На одной стороне угла с вершиной A отмечены точки D и B, на другой стороне – C и E так, что $AD = AC = 3$ см, $AB = AE = 4$ см.

Доказать:

а) $BC = ED$;

б) $KB = KE$, где K – точка пересечения отрезков BC и ED.

Доказательство:

а) $\Delta ABC = \Delta AED$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = AE = 4$ см, $AC = AD = 3$ см по условию задачи, $\angle A$ – общий) (рис. 2.134).

Так как $\Delta ABC = \Delta AED$, то $BC = ED$.

б) Так как $DB = AB - AD = 4$ см $- 3$ см $= 1$ см и $CE = AE - AC = 4$ см $- 3$ см $= 1$ см, то $DB = CE$. $\angle BDK = 180° - \angle ADK$, $\angle KCE = 180° - \angle AKC$. Так как $\angle ADK = \angle ACK$ из равенства треугольников ΔABC и ΔAED, следовательно, $\angle BDK = \angle KCE$. $\angle ABC = \angle AED$ из равенства треугольников ABC и AED. $\Delta DBK = \Delta CEK$ по стороне и прилежащим к ней углам ($DB = CE$, $\angle BDK = \angle KCE$, $\angle ABC = \angle AED$), следовательно, $KB = KE$.

III. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

– Сколько пар равных элементов нужно отыскать для доказательства равенства треугольников с помощью первого и второго признаков равенства треугольников? Как вы думаете, существует ли еще признак равенства треугольников по трем элементам? (*Три пары равных элементов; существует.*)

(Учащиеся могут назвать признак равенства треугольников по трем углам, по трем сторонам. В случае первого ответа необходимо заострить внимание на данном варианте ответа, заслущать мнение других обучающихся и наглядно показать, что ответ был неверным (начертить два подобных треугольника с равными углами. В случае второго ответа (по трем сторонам) попросить сформулировать данный признак равенства треугольников и дать ему название.)

> *Третий признак равенства треугольников* (признак равенства треугольников по трем сторонам): Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$.
Доказать: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

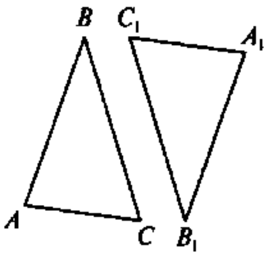


Рис. 2.135

Доказательство: приложим треугольник ABC к треугольнику $A_1B_1C_1$ так, чтобы сторона AB совместилась со стороной A_1B_1 (они совместятся, так как по условию теоремы $AB = A_1B_1$), а вершины C и C_1 находились по разные стороны от прямой A_1B_1 (рис. 2.135).

Возможны три случая:

1) луч CC_1 проходит внутри угла $B_1C_1A_1$ (рис. 2.136);

2) луч C_1C совпадает с одной из сторон угла $B_1C_1A_1$ (рис. 2.137);

3) луч CC_1 проходит вне угла $B_1C_1A_1$ (рис. 2.138).

Докажем первый случай.

Вопросы для обсуждения.

– Что можно сказать о треугольниках C_1A_1C и C_1B_1C? (*Они равнобедренные.*)
– Равны ли углы $A_1C_1B_1$ и ACB? Почему? (*Ответ:* $\angle A_1C_1B_1 = \angle ACB$, так как $\angle A_1C_1B_1 = \angle A_1C_1C + \angle B_1C_1C$, $\angle ACB = \angle ACC_1 + \angle BCC_1$, а $\angle A_1C_1C = \angle ACC_1$, $\angle B_1C_1C = \angle BCC_1$ как углы при основании равнобедренных треугольников.)
– Равны ли треугольники ABC и $A_1B_1C_1$? (*Ответ:* $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними, так как $AC = A_1C_1$, $CB = C_1B_1$, $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$ по доказанному.)

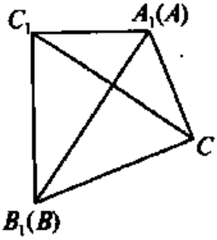


Рис. 2.136

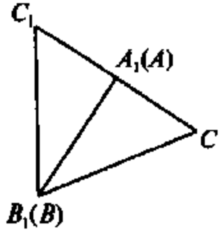


Рис. 2.137

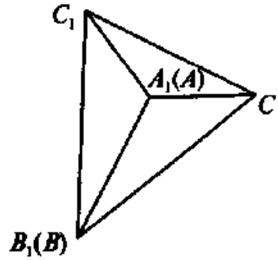


Рис. 2.138

Итак, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Доказать равенство треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ во втором случае, рассмотреть третий случай (работа в группах).

(По окончании работы заслушать доказательства второй и третьей частей теоремы.)

Докажем второй случай.

ΔB_1C_1C – равнобедренный с основанием CC_1, так как $B_1C_1 = BC = B_1C$ по условию теоремы.

B_1A_1 – медиана ΔB_1C_1C, так как $C_1A_1 = AC$ по условию теоремы, а $AC = A_1C$. Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является его биссектрисой, т. е. $\angle C_1B_1A_1 = \angle CBA$.

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ по условию теоремы, $\angle CAB = \angle C_1B_1A_1$ по доказанному).

Докажем третий случай.

ΔB_1C_1C – равнобедренный с основанием CC_1, так как $B_1C_1 = BC$ по условию теоремы. $\angle B_1C_1C = \angle BCC_1$ как углы при основании равнобедренного треугольника. ΔA_1C_1C – равнобедренный с основанием CC_1, так как $A_1C_1 = AC$ по условию теоремы. $\angle A_1C_1C = \angle ACC_1$ как углы при основании равнобедренного треугольника. $\angle B_1C_1A_1 = \angle BCA$, так как $\angle B_1C_1A_1 = \angle B_1C_1C - \angle A_1C_1C$, $\angle BCA = \angle BCC_1 - \angle ACC_1$, а $\angle B_1C_1C = \angle BCC_1$, и $\angle A_1C_1C = \angle ACC_1$ по доказанному. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle BCA = \angle B_1C_1A_1$).

(Далее можно ввести понятие ***жесткой*** фигуры или предложить учащимся самостоятельно прочитать с. 39, 40 учебника – на уроке или дома.)

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи по готовым чертежам.

а) *Дано:* $AB = 5$ см, $BC = 0{,}9$ дм (рис. 2.139).

Найти: AD, DC.

б) *Дано:* $P_{AQR} = 15$ см, $P_{AQRF} = 18$ см (рис. 2.140).

Найти: AR.

в) *Доказать:* BD – биссектриса $\angle ABC$ (рис. 2.141).

2. Решить задачу № 139.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях).

Дано: $AB = CD$, $AD = BC$, BE – биссектриса $\angle ABC$, DF – биссектриса $\angle ADC$.

Доказать: а) $\angle ABE = \angle ADF$; б) $\Delta ABE = \Delta CDF$.

Доказательство:

а) $\Delta ABC = \Delta CDA$ по трем сторонам ($AB = CD$, $AD = BC$, AC – общая сторона). $\angle CDA = \angle ABC$, так как $\Delta ABC = \Delta CDA$. $\angle ABE =$

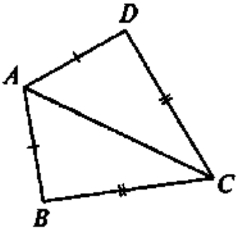


Рис. 2.139

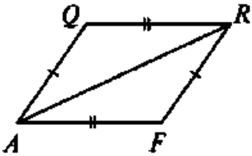


Рис. 2.140

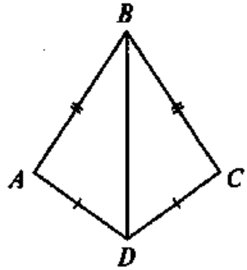


Рис. 2.141

$=\frac{1}{2}\angle ABC$, так как BE – биссектриса $\angle ABC$. $\angle ADF=\frac{1}{2}\angle CDA$, так как DF – биссектриса $\angle ADC$. $\angle ABE = \angle ADF$, так как $\angle ABE = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle ADF = \frac{1}{2}\angle CDA$, а $\angle ABC = \angle CDA$ (рис. 2.142).

б) $\Delta ABE = \Delta CDF$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AB = CD$ по условию задачи, $\angle ABE = \angle CDF$ по доказанному в пункте а), $\angle BAE = \angle DCF$ из равенства треугольников ABC и CDA.)

Наводящие вопросы к задаче (часть а).

– Что вы можете сказать о треугольниках ABC и CDA?
– Равны ли углы ABC и CDA? Почему? А углы ABE и ADF?

Наводящие вопросы к задаче (часть б).

– Сколько пар равных сторон в треугольниках ABE и CDF? А углов?
– Какой из признаков равенства треугольников подходит для того, чтобы ΔABE был бы равен ΔCDF?

V. Самостоятельная работа обучающего характера

(Учащиеся выбирают уровень сложности задач, которые они будут решать. Листочки с решениями можно вывесить на стене для самопроверки. Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь. Учашиеся, самостоятельно справившиеся с работой, по своему усмотрению могут слать тетради на проверку.)

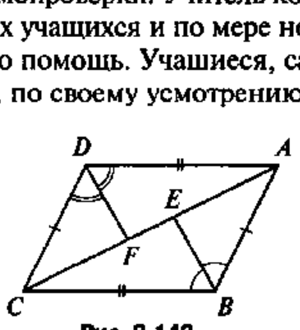


Рис. 2.142

Рис. 2.143

I уровень сложности

1. Решить задачу № 136.

2. *Дано:* $AB = EF$, $CF = AD$, $CB = DE$, $\angle BCF = 85°$ (рис. 2.143).
Найти: $\angle ADB$.

3. На стороне AC как на основании построены по одну сторону от нее два равнобедренных треугольника ABC и AMC. Докажите, что прямая BM пересекает сторону AC в ее середине.

II уровень сложности

1. На отрезке AC как на основании построены по разные стороны от него два равнобедренных треугольника ABC и ADC. Докажите, что $BD \perp AC$.

2. Отрезок прямой AB точками P и Q делится на три равные части. Вне отрезка AB по одну сторону от него взяты точки C и D так, что $AC = BD$ и $CQ = DP$, $\angle DPB + \angle CQA = 140°$.
Найти: $\angle DPB$ и $\angle CQA$.

3. ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ – равнобедренные треугольники с основаниями AC и A_1C_1, точки M и M_1 – середины сторон BC и B_1C_1. $AB = A_1B_1$, $AM = A_1M_1$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

Ответы и решения к задачам самостоятельной работы:

I уровень сложности

1. *Решение задачи № 136:* $\Delta ABD = \Delta ACD$ по трем сторонам ($AB = AC$, $BD = DC$, AD – общая сторона), значит $\angle CAD = \angle BAD = 25°$.

2. *Решение:* рассмотрим треугольники ABD и FEC. У них:

1) $AB = FE$ по условию задачи;

2) $AD = FC$ по условию задачи;

3) $BD = EC$, так как $BD = BC + CD$, $EC = ED + DC$, а $DC = DE$ по условию задачи. Следовательно, $\Delta ABD = \Delta FEC$ по трем сторонам. Отсюда $\angle ADB = \angle ECF$. $\angle ECF = 180° - \angle BCF = 180° - 85° = 95°$, так как $\angle ECF$ и $\angle BCF$ – смежные. Значит, $\angle ADB = 95°$.

(*Ответ:* $\angle ADB = 95°$.)

3. *Доказательство:*

1) $\Delta ABM = \Delta CBM$ по трем сторонам (BM – общая сторона, $AB = BC$, $AM = MC$ как боковые стороны равнобедренных треугольников ABC и AMC) (рис. 2.144).

2) $\angle ABM = \angle CBM$, так как $\Delta ABM = \Delta CBM$. Следовательно, BK – биссектриса $\angle ABC$ и биссектриса $\angle AMC$.

3) Биссектриса BK равнобедренного треугольника ABC проведена к основанию AC, а по свойству биссектрисы равнобедренного треугольника она является и медианой.

Отсюда получаем, что $AK = KC$, т. е. BK (BM) пересекает сторону AC в ее середине.

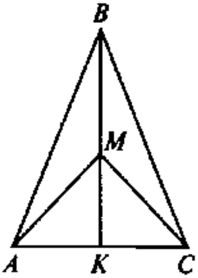


Рис. 2.144

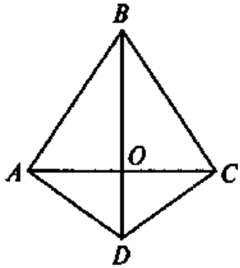


Рис. 2.145

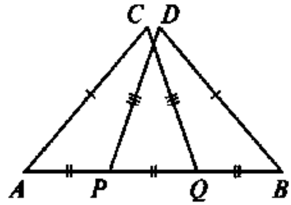


Рис. 2.146

II уровень сложности

1. *Доказательство:*

1) $\Delta ABD = \Delta CBD$ по трем сторонам ($AB = BC$, $AD = CD$ как боковые стороны равнобедренных треугольников ABC и ADC, BD – общая сторона) (рис. 2.145).

2) Так как $\Delta ABD = \Delta CBD$, то $\angle ABD = \angle CBD$. Это значит, что BD – биссектриса $\angle ABC$.

3) BO – биссектриса, проведенная из вершины равнобедренного треугольника ABC к его основанию AC, а по свойству биссектрисы равнобедренного треугольника она является и его высотой. Так как BO – высота ΔABC, то $BO \perp AC$, а значит, и $BD \perp AC$.

2. *Решение:*

1) $\Delta ACQ = \Delta BDP$ по трем сторонам ($AC = BD$, $CQ = DP$ по условию задачи, $AQ = BP$, так как $AQ = \frac{2}{3}AB$ и $BP = \frac{2}{3}AB$) (рис. 2.146).

2) $\angle DPB = \angle CQA$, так как $\Delta ACQ = \Delta BDP$.

3) Так как $\angle DPB = \angle CQA$ и по условию задачи $\angle DPB + \angle CQA = 140°$, то $\angle DPB = 70°$ и $\angle CQA = 70°$.

(*Ответ:* $\angle DPB = 70°$, $\angle CQA = 70°$.)

3. *Доказательство:*

1) Так как $AB = A_1B_1$ и треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ – равнобедренные с основаниями AC и A_1C_1, то и $BC = B_1C_1$ (рис. 2.147).

2) Так как $BC = B_1C_1$, M и M_1 – середины BC и B_1C_1, то $BM = B_1M_1$.

3) $\Delta ABM = \Delta A_1B_1M_1$ по трем сторонам ($AB = A_1B_1$, $BM = B_1M_1$, $AM = A_1M_1$).

4) Так как $\Delta ABM = \Delta A_1B_1M_1$, то $\angle B = \angle B_1$.

5) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$).

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Сколько признаков равенства треугольников нам известно?

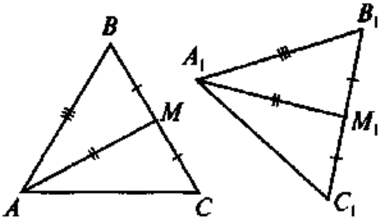


Рис. 2.147

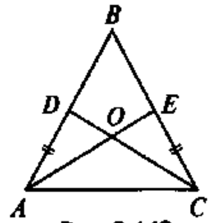


Рис. 2.148

2. Сформулируйте первый признак равенства треугольников. Как еше называют данный признак?
3. Сформулируйте второй признак равенства треугольников. Как еще называют данный признак?
4. Сформулируйте третий признак равенства треугольников. Как еще называют данный признак?
5. Даны треугольники ABC и MNK. Известно, что $AC = MK$. Какие элементы этих треугольников еще должны быть равны, чтобы треугольники были равны по третьему признаку равенства треугольников?
6. Даны треугольники ABC и MEK. Можно ли утверждать, что $\Delta ABC = \Delta MEK$, если известно, что $BC = EK$, $AB = MK$, $AC = ME$? Ответ обоснуйте.

Домашнее задание

1. § 20, вопрос 15.
2. Решить задачи № 135, 137, 138.
3. Решить дополнительную задачу.

Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. Точки D и E лежат соответственно на сторонах AB и BC, $AD = CE$. DC пересекает AE в точке O.

Докажите, что ΔAOC – равнобедренный.

Доказательство:

1) $\Delta ABE = \Delta CBD$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = CB$, так как ΔABC – равнобедренный; $BE = BD$, так как $BE = BC - EC$, $BD = AB - AD$ и $AB = BC$, $EC = AD$; $\angle B$ – общий) (рис. 2.148).

2) $\Delta ADO = \Delta CEO$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AD = CE$ по условию задачи; $\angle DAO = \angle ECO$ из равенства треугольников ABE и CBD; $\angle ODA = \angle OEC$, так как $\angle ODA = 180° - \angle BDO$, $\angle OEC = 180° - \angle BEO$, а $\angle BDO = \angle BEO$ из равенства треугольников ABE и CBD).

3) Так как $\Delta ADO = \Delta CEO$, то $AO = CO$, следовательно, ΔAOC – равнобедренный.

Урок 21. Решение задач на применение третьего признака равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: повторить признаки равенства треугольников; совершенствовать навыки решения задач на применение признаков равенства треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Провести теоретический опрос.

– Докажите признаки равенства треугольников.

(Три ученика готовят доказательства на доске.)

2. Решить устно задачи № 75, 76 (рабочая тетрадь).

I уровень сложности

Решить устно задачи по готовым чертежам (фронтальная работа).

1) *Дано:* $KM = DT$, $KT = DM$ (рис. 2.149).

Доказать: $\Delta TKM = \Delta MDT$.

2) *Дано:* $BC = AD$, $BE = DF$, $AE = CF$ (рис. 2.150).

Доказать: а) $\Delta ADF = \Delta CBE$; б) $\Delta ABE = \Delta CDF$.

3) *Дано:* $AO = 4$ см, $BC = 5$ см, $CD = 4{,}5$ см (рис. 2.151).

Найти: P_{ABO}.

4) *Дано:* $\angle EDC = \angle KDC$, $DE = DK$, $\angle ECD = 30°$ (рис. 2.152).

Найти: $\angle ECK$.

II уровень сложности

Решить самостоятельно задачи, записав краткое решение в тетрадях.

1) *Доказать:* $\angle C = \angle F$ (рис. 2.153).

Доказательство: $\Delta ACK = \Delta AFB$ ($AC = AF$, $AK = AB$, $\angle A$ – общий).

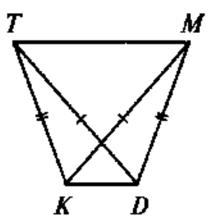


Рис. 2.149

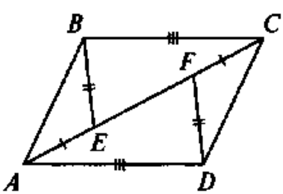


Рис. 2.150

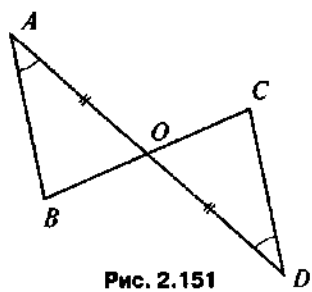


Рис. 2.151

Рассмотрим треугольники CBD и FKD. У них:

1) $CB = KF$;

2) $\angle C = \angle F$ из равенства ΔACK и ΔAFB;

3) $\angle CBD = \angle FKD$, так как $\angle CBD = 180° - \angle AFB$, $\angle FKD = 180° - \angle AKC$, а $\angle AFB = \angle AKC$ из равенства ΔACK и ΔAFB.

Следовательно, $\Delta CBD = \Delta FKD$ по стороне и прилежащим к ней углам, а значит, $\angle C = \angle F$.

2) *Дано:* $AC = 10$ см, $AC : BF = 2 : 1$, $BC = 6$ см (рис. 2.154).

Найти: P_{AFD}.

Решение: $\Delta AFD = \Delta CFB$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AF = FC$, $\angle FAD = \angle FCB$ по условию задачи, $\angle CFB = \angle AFD$ как вертикальные).

Так как $\Delta AFD = \Delta CFB$, то $AF = FC$ и $AF = 5$ см, $FC = 5$ см ($AC = 10$ см).

$AC : BF = 2 : 1$, т. е. $AC = 2BF$. Отсюда $BF = 2{,}5$ см.

$P_{BFC} = BC + BF + FC = 6$ см $+ 2{,}5$ см $+5$ см $= 13{,}5$ см.

Так как $\Delta AFD = \Delta CFB$, то $P_{AFD} = 13{,}5$ см.

(*Ответ:* $P_{AFD} = 13{,}5$ см.)

3) *Доказать:* MC – биссектриса $\angle BMD$ (рис. 2.155).

Доказательство: ΔAMF – равнобедренный с основанием AF, так как $AM = MF$. Следовательно, $\angle A = \angle F$. $\Delta ABM = \Delta FDM$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = FD$, $AM = FM$, $\angle A = \angle F$). Так как $\Delta ABM = \Delta FDM$, то $BM = DM$. Следовательно, ΔMBD – равнобедренный с основанием BD, в котором MC – медиана, проведенная к основанию. По свойству медианы равнобедренного треугольника MC является биссектрисой $\angle BMD$.

4) *Доказать:* $CP = DQ$ (рис. 2.156).

Доказательство: $\Delta BCS = \Delta KQT$ по двум сторонам и углу между ними ($BC = KQ$, $BS = KT$, $\angle CBS = \angle TKQ$). $\Delta BDT = \Delta KSP$ по двум сторонам и углу между ними ($BD = KP$, $BT = KS$, $\angle CBS = \angle TKQ$). $CP = DQ$, так как $CP = CS + SP$, $DQ = QT + DT$, а $CS = QT$ из равенства треугольников BCS и KQT, $SP = TD$ из равенства треугольников BDT и KSP.

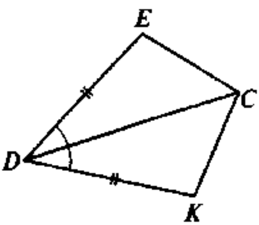


Рис. 2.152

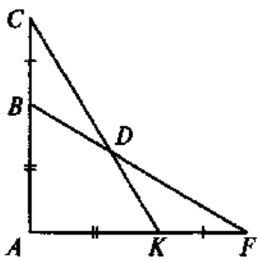


Рис. 2.153

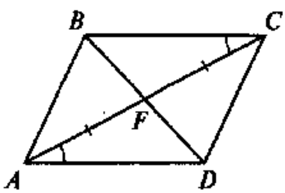


Рис. 2.154

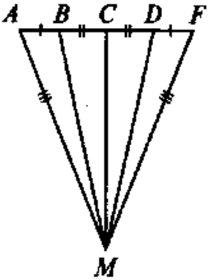


Рис. 2.155

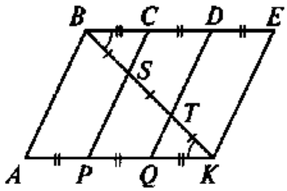


Рис. 2.156

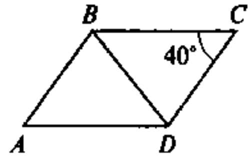


Рис. 2.157

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CD$, $BC = DA$, $\angle C = 40°$ (рис. 2.157).

Доказать: $\Delta ABD = \Delta CDB$.

Найти: $\angle A$.

2. На боковых сторонах равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки BM и BN. BD – медиана треугольника. Докажите, что $MD = ND$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. Точки D и D_1 лежат соответственно на сторонах AC и A_1C_1, причем $CD = C_1D_1$. Докажите, что $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$. Сравните отрезки BD и B_1D_1.

Вариант 2

1. *Дано:* $AD = AB$, $CD = CB$, $D = 120°$ (рис. 2.158).

Доказать: $\Delta DAC = \Delta BAC$.

Найти: $\angle B$.

2. На боковых сторонах равнобедренного треугольника ABC отложены равные отрезки BM и BN. BD – высота треугольника. Докажите, что $MD = ND$.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$. Точки D и D_1 лежат соответственно на сторонах AC и A_1C_1, $\angle DBC = \angle D_1B_1C_1$. Докажите, что $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$. Сравните углы BDC и $B_1C_1D_1$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CD$, $BC = AD$ (рис. 2.159).

Доказать: $\angle A = \angle C$.

2. На боковых сторонах равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отложены равные отрезки AM и CN. BD, ме-

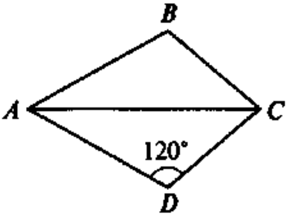


Рис. 2.158

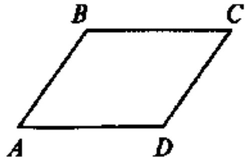


Рис. 2.159

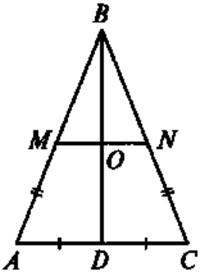


Рис. 2.160

диана ΔABC, пересекает отрезок MN в точке O. Докажите, что BO – медиана ΔMBN.

Доказательство:

1) ΔABC – равнобедренный с основанием AC, и медиана BD является его биссектрисой (рис. 2.160).

2) ΔMBN – равнобедренный с основанием MN, так как $MB = BN$ ($MB = BA - MA$; $BN = BC - NC$, $BA = BC$, $MA = NC$). BD – биссектриса ΔMBN, и по свойству биссектрисы равнобедренного треугольника она является медианой, т. е. BO – медиана ΔMBN.

3. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $\angle CAD = \angle C_1A_1D_1$.

Докажите, что:

а) $\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$;

б) $\Delta ADB = \Delta A_1D_1B_1$.

Доказательство:

а) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ по условию задачи) (рис. 2.161).

$\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AC = A_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$ из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, $\angle CAD = \angle C_1A_1D_1$ по условию задачи).

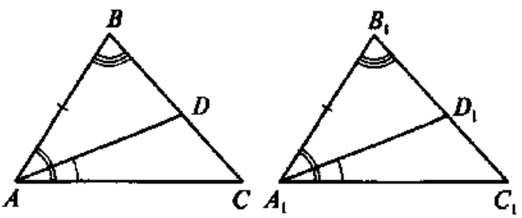


Рис. 2.161

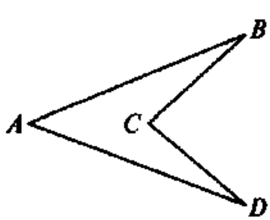


Рис. 2.162

б) Так как $\Delta ADC = \Delta A_1D_1C_1$, то $DC = D_1C_1$, следовательно, равны отрезки BD и B_1D_1 ($BC = B_1C_1$ из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$).

Так как $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$ из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ и $BD = B_1D_1$, то $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$ по двум сторонам и углу между нимн.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = AD$, $BC = DC$ (рис. 2.162).

Доказать: $\angle B = \angle D$.

2. Дан равнобедренный ΔABC с основанием AC и высотой BD. На лучах BA и BC вне треугольника ABC отложены равные отрезки AM и CN. Луч BD пересекает отрезок MN в точке O. Доказать, что BO – высота ΔMBN.

Доказательство:

1) ΔABC – равнобедренный с основанием AC, и высота BD, проведенная из его вершины к основанию, является и его биссектрисой, т. е. BO – биссектриса $\angle ABC$ и $\angle MBN$ тоже (рис. 2.163).

2) ΔMBN – равнобедренный с основанием MN ($BM = BA + AM$, $BN = BC + CN$; так как $BA = BC$ и $AM = CN$, то $BM = BN$). В равнобедренном ΔMBN биссектриса BO, проведенная из его вершины к основанию, является и его высотой.

3. В треугольниках DEC и $D_1E_1C_1$ $DE = D_1E_1$, $\angle D = \angle D_1$, $\angle E = \angle E_1$. На сторонах DE и D_1E_1 отмечены точки P и P_1 так, что $\angle DCP = \angle D_1C_1P_1$. Докажите, что: а) $\Delta DCP = \Delta D_1C_1P_1$; б) $\Delta CPE = \Delta C_1P_1E_1$.

Доказательство:

а) $\Delta DEC = \Delta D_1E_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($DE = D_1E_1$, $\angle D = \angle D_1$, $\angle E = \angle E_1$) (рис. 2.164).

Так как $\Delta DEC = \Delta D_1E_1C_1$, то $DC = D_1C_1$. Тогда $\Delta DCP = \Delta D_1C_1P_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($DC = D_1C_1$, $\angle D = \angle D_1$, $\angle PCD = \angle P_1C_1D_1$).

б) Так как $\Delta DEC = \Delta D_1E_1C_1$, то $EC = E_1C_1$, $\angle ECD = \angle E_1C_1D_1$.

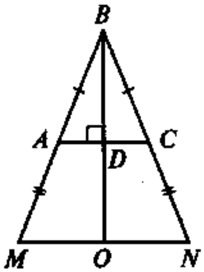


Рис. 2.163

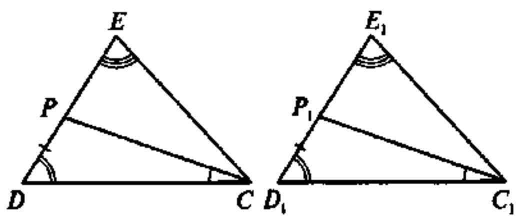


Рис. 2.164

Так как $\angle ECD = \angle E_1C_1D_1$, $\angle PCD = \angle P_1C_1D_1$, а $\angle ECP = \angle ECD - \angle DCP$, $\angle E_1C_1P_1 = \angle E_1C_1D_1 - \angle D_1C_1P_1$, то $\angle ECP = \angle E_1C_1P_1$.

Так как $EC = E_1C_1$, $\angle E = \angle E_1$, $\angle ECP = \angle E_1C_1P_1$, то $\Delta PEC = \Delta P_1E_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CD$, $AC = BD$ (рис. 2.165).

Доказать: $\angle CAD = \angle BDA$.

2. ΔMNP – равнобедренный с основанием MP, точка K – середина отрезка MP, $ME = PF$. Докажите, что луч KN – биссектриса угла EKF (рис. 2.166).

Доказательство: $\Delta MEK = \Delta PFK$ по двум сторонам и углу между ними ($ME = FP$, $MK = KP$ по условию задачи, $\angle M = \angle P$ как углы при основании равнобедренного ΔMNP). Следовательно, $KE = KF$.

$\Delta KEN = \Delta KFN$ по трем сторонам ($KE = KF$; KN – общая сторона; $NE = NF$, так как $NE = MN - ME$, $NF = PN - PF$, а $MN = PN$, $ME = PF$). Следовательно, $\angle EKN = \angle FKN$.

Так как $\angle EKN = \angle FKN$, то KN – биссектриса угла $\angle EKF$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC точка D – середина основания AC. На лучах AB и CB вне треугольника ABC отмечены точки M и N соответственно – так, что $BM = BN$. Докажите, что $\Delta BDM = \Delta BDN$.

Доказательство: Так как D – середина основания равнобедренного ΔABC с основанием AC, то BD – медиана, а значит, и биссектриса $\Delta\, ABC$. Следовательно, $\angle ABD = \angle CBD$ (рис. 2.167).

$\angle NBA = \angle CBM$ как вертикальные.

$\angle NBD = \angle NBA + \angle ABD$, а $\angle MBD = \angle MBC + \angle CBD$. Так как $\angle ABD = \angle CBD$, $\angle MBC = \angle NBA$, то $\angle NBD = \angle MBD$.

$\Delta NBD = \Delta MBD$ по двум сторонам и углу между ними ($NB = MB$; BD – общая сторона; $\angle NBD = \angle MBD$).

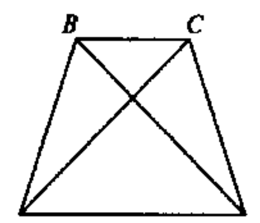


Рис. 2.165

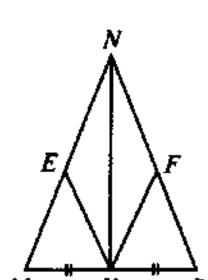


Рис. 2.166

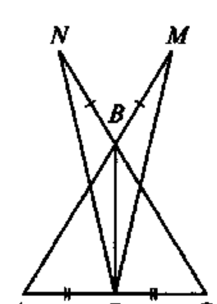


Рис. 2.167

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = CD$, $AC = BD$ (рис. 2.168).

Доказать: $\angle ACB = \angle DBC$.

2. ΔMNP – равнобедренный с основанием MP, точка K – середина отрезка MP, $\angle MKE = \angle PKF$. Докажите, что $\Delta NEK = \Delta NFK$ (рис. 2.169).

Доказательство: $\Delta MEK = \Delta PFK$ по стороне и прилежащим к ней углам ($MK = KP$, так как K – середина MP; $\angle MKE = \angle PKF$ по условию задачи; $\angle M = \angle P$ как углы при основании равнобедренного ΔMNP).

Так как $\Delta MEK = \Delta PFK$, то $ME = PF$, следовательно, $EN = FN$ ($EN = MN - ME$, $FN = PN - PF$, а $MN = FN$ как боковые стороны равнобедренного треугольника).

Так как $\Delta MEK = \Delta PFK$, то $KE = KF$. $\Delta NEK = \Delta NFK$ по трем сторонам (NK – общая сторона, $NE = EF$, $EK = FK$).

3. В равнобедренном треугольнике ABC точка D – середина основания AC. На лучах AB и CB вне ABC отмечены точки M и N соответственно, так, что $\angle BDM = \angle BDN$. Докажите, что $\Delta BDM = \Delta BDN$.

Доказательство: Так как D – середина основания AC равнобедренного ΔABC, то BD – медиана и биссектриса ΔABC. Следовательно, $\angle ABD = \angle CBD$ (рис. 2.170).

$\angle NBA = \angle CBM$ как вертикальные. Поэтому $\angle NBD = \angle MBD$ ($\angle NBD = \angle NBA + \angle ABD$, $\angle MBD = \angle MBC + \angle CBD$, а $\angle NBA = \angle CBM$, $\angle ABD = \angle CBD$).

$\Delta BDM = \Delta BDN$ по стороне и прилежащим к ней углам (BD – общая сторона, $\angle NBD = \angle MBD$, $\angle BDM = \angle BDN$).

Домашнее задание

1. Решить задачи № 140, 141, 142.

2. Решить дополнительную задачу.

Два равнобедренных треугольника ABC и ADC имеют общее основание AC. Вершины B и D расположены по разные

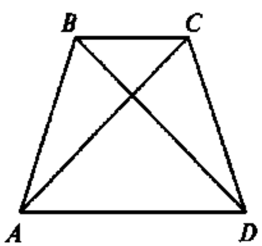


Рис. 2.168

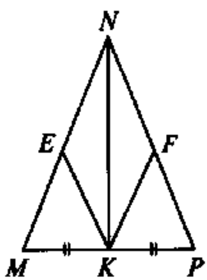


Рис. 2.169

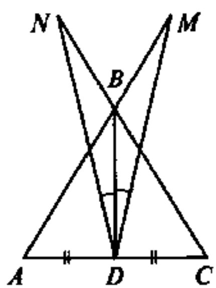


Рис. 2.170

стороны от AC. Точка E лежит на отрезке BD, но не лежит на отрезке AC. Докажите, что $\angle EAC = \angle ACE$.

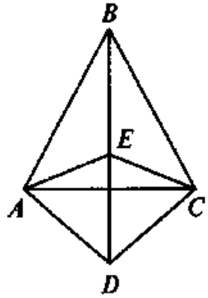


Рис. 2.171

Доказательство:

1) $\Delta ABD = \Delta CBD$ по трем сторонам ($AB = BC$, так как ΔABC – равнобедренный; $AD = CD$, так как ΔADC – равнобедренный; BD – общая сторона) (рис. 2.171).

2) Так как $\Delta ABD = \Delta CBD$, то $\angle ABE = \angle CBE$.

3) $\Delta ABE = \Delta CBE$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = BC$; BE – общая сторона; $\angle ABE = \angle CBE$).

4) Так как $\Delta ABE = \Delta CBE$, то $AE = CE$, т. е. ΔAEC – равнобедренный с основанием AC, а $\angle EAC = \angle ACE$ как углы при основании равнобедренного треугольника.

Урок 22. Окружность

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания об окружности и ее элементах; научить решать задачи по изучаемой теме.

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Проверить домашнюю дополнительную задачу.

(Один ученик заранее записывает решение на доске.)

2. Выполнить анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе.

(Устно решить задачи, с которыми не справилось большинство учащихся. На интерактивной доске подготовить краткие условия и рисунки к этим задачам; на интерактивной доске подготовить одно из неправильных решений задачи и предложить учащимся найти ошибки в решении.)

III. Работа по теме урока

В одном из своих стихотворений поэт Павел Коган сказал: «Я с детства не любил овал, я с детства угол рисовал...». На это ему возразил другой поэт, Наум Коржавин: «Меня, наверно, Бог не звал и вкусом не снабдил утонченным. Я с детства полюбил овал за то, что он такой законченный».

1. Формулировка темы урока.

– Овал действительно всем известен с детства. А какая также известная всем фигура является разновидностью овала?

– Какая из фигур, овал или окружность, встречаются чаще в жизни, при решении задач?
– Какая из фигур, овал или окружность, проще для понимания, для применения при решении задач?
– Как вы считаете, какую тему мы будем сегодня изучать?

Понятие окружности и ее элементов вводится в курсе математики пятого класса, поэтому изучение нового материала можно организовать следующим образом:

2. Выполнить тестовые задания.

(На каждую парту учитель раздает листочки с тестовым заданием. Учащиеся выполняют задания теста, по необходимости обращаясь к п. 21 учебника. По окончании работы ответы заслушиваются.)

1) Вычеркните лишние слова текста в скобках.

а) Окружность – это (*абстрактная, геометрическая, плоская*) фигура, состоящая из (*множества, всех*) точек, расположенных на (*одинаковом, заданном*) расстоянии от (*некоторой, центральной*) точки.

б) Радиусом окружности называется (*линия, прямая, отрезок*), соединяющая центр окружности с (*заданной, какой-либо*) точкой окружности.

2) Закончите определения.

Диаметр окружности – это...

а) два радиуса, лежащие на одной прямой;
б) хорда, проходяшая через центр окружности;
в) прямая, проходящая через две точки и центр окружности.

Центр окружности – это...

а) точка, куда ставится ножка циркуля при начертании окружности;
б) середина окружности;
в) точка, равноудаленная от всех точек окружности.

Дуга окружности – это...

а) часть окружности, выделенная точками;
б) часть окружности, ограниченная двумя точками;
в) часть окружности, ограниченная хордой.

3) На сколько дуг делят окружность две точки, лежащие на окружности?

а) на одну;
б) на две.

4) Как изображается хорда на чертеже окружности?

а) прямой линией;

б) дугой окружности;

в) отрезком с концами, лежащими на окружности.

5) Как называется отрезок, соединяющий центр окружности с любой точкой окружности?

а) длина окружности;

б) радиус окружности;

в) половина диаметра окружности.

6) Укажите на рисунке:

а) хорду (рис. 2.172);

б) диаметр (рис. 2.173).

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 77 и № 78 (рабочая тетрадь).

2. Решить устно задачу № 143.

Задача № 143

а) хорды окружности: CD, MN, AB.

б) диаметры окружности AB.

в) радиусы окружности: OB, OA, OP.

3. Решить самостоятельно задачу № 146 с последующей самопроверкой (у доски и в тетрадях).

Задача № 146

$\Delta COB = \Delta DOA$ (рис. 2.174) по двум сторонам и углу между ними ($OC = OD$, $OB = OA$ как радиусы одной окружности, $\angle COB = \angle DOA$ как вертикальные), следовательно, $AD = CB = 13$ см. Так как AB – диаметр окружности, O – ее центр и $AB = 16$ см, то $AO = OD = 8$ см, тогда $P_{AOD} = AO + OD + AD = 8 + 8 + 13 = 29$ (см).

(*Ответ:* 29 см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Что вы можете сказать о треугольниках COB и DOA?

– Чем являются OA, OB, OC, OD по отношению к данной окружности? Чему равны их длины?

– Чему равен периметр треугольника AOD?

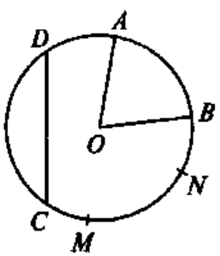


Рис. 2.172

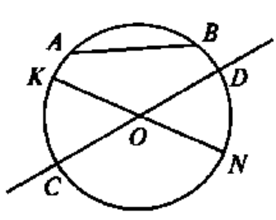


Рис. 2.173

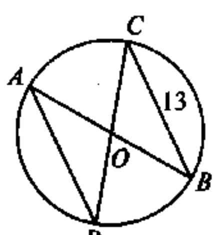


Рис. 2.174

V. Самостоятельная работа обучающего характера

(Рекомендуется дифференцированная работа. Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

I уровень сложности

1. *Доказать:* $\angle AOB = \angle COD$ (рис. 2.175).

2. *Дано:* $\angle MOP = \angle NOK$ (рис. 2.176).

Доказать: $MN = PK$.

3. *Дано:* $AB = CD$, E – середина AB, F – середина CD (рис. 2.177).

Доказать: $OE = OF$.

4. В окружности с центром O проведены диаметр AC и радиус OB так, что хорда BC равна радиусу. Найдите $\angle AOB$, если $\angle BCO = 60°$.

II уровень сложности

1. В окружности с центром O проведены хорды AB и CD. Докажите, что если $\angle AOC = \angle BOD$, то $AB = CD$ (рис. 2.178).

Доказательство:

1) По условию задачи $\angle AOC = \angle BOD$. $\angle AOB = \angle AOC + \angle COB$, $\angle COD = \angle COB + \angle BOD$. Отсюда следует, что $\angle AOB = \angle COD$.

2) $\Delta AOB = \Delta COD$ по двум сторонам и углу между ними ($OA = OC$, $OB = OD$ как радиусы одной окружности, $\angle AOB = \angle COD$).

3) Так как $\Delta AOB = \Delta COD$, то $AB = CD$.

2. *Дано:* $MN = EF$; $OP \perp MN$; $OD \perp EF$ (рис. 2.179).

Доказать: $OP = OD$.

Доказательство:

1) $\Delta MNO = \Delta EFO$ по трем сторонам ($MN = EF$ по условию задачи; $MO = EO$, $NO = FO$ как радиусы одной окружности). Отсюда следует, что $\angle PNO = \angle DEO$.

2) $\Delta PNO = \Delta DEO$ по стороне и прилежащим к ней углам ($PN = DE$, так как $PN = \frac{1}{2}MN$, $DE = \frac{1}{2}EF$, а $MN = EF$ по условию

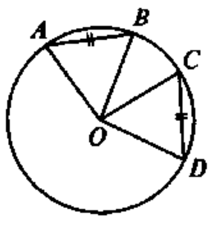


Рис. 2.175

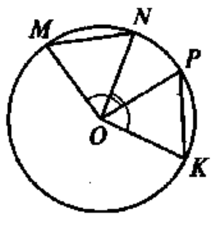


Рис. 2.176

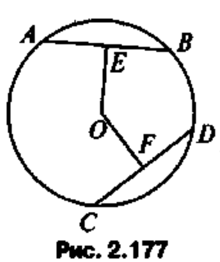


Рис. 2.177

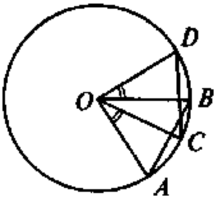


Рис. 2.178

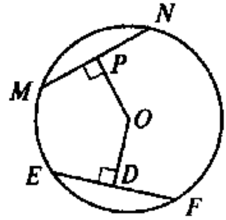


Рис. 2.179

задачи; $\angle PNO = \angle DEO$ по доказанному; $\angle NPO = \angle EDO$, так как $OP \perp MN$, $OD \perp EF$). Отсюда следует, что $OP = OD$.

3. *Дано:* $AB = CD$ (рис. 2.180).

Доказать: $AC = BD$.

Доказательство:

1) $\Delta AOB = \Delta COD$ по трем сторонам ($AO = BO = CO = DO$ как радиусы одной окружности; $AB = CD$ по условию задачи). Значит, $\angle ABO = \angle DCO$ (рис. 2.181).

2) ΔOBC – равнобедренный с основанием BC, и $\angle OBC = \angle OCB$ как углы при основании равнобедренного треугольника.

3) $\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC$, $\angle DCB = \angle DCO + \angle OCB$, но $\angle ABO = \angle DCO$, а $\angle OBC = \angle OCB$, следовательно, $\angle ABC = \angle DCB$.

4) $\Delta ABC = \Delta DCB$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = CD$, BC – общая сторона, $\angle ABC = \angle DCB$). Отсюда следует, что $AC = BD$.

4. Отрезок BD – высота ΔABC. От вершины B на прямой CB по обе стороны от точки B отложены отрезки BE и BK, равные AB. На AC от точки D отложен отрезок DF, равный DA. Докажите, что точки A, E, K и F лежат на одной окружности.

Доказательство:

1) По построению $BE = BK = AB$ (рис. 2.182).

2) Так как $AD = DF$, $BD \perp AF$, то $\Delta ABD = \Delta FDB$ по двум сторонам и углу между ними ($AD = DF$, BD – общая сторона, $\angle ADB = \angle FDB = 90°$), следовательно, $AB = BF$.

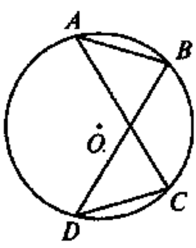


Рис. 2.180

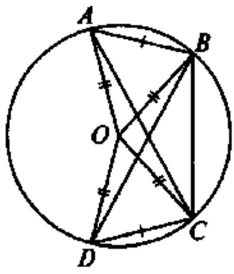


Рис. 2.181

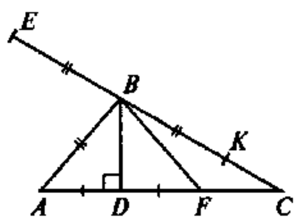


Рис. 2.182

3) Получили, что $BE = BK = AB = BF$, т. е. точки A, E, K, F равноудалены от точки B. Это значит, что данные точки лежат на окружности с центром в точке B, а радиус этой окружности равен длине AB (BE, BK, BF).

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Какая фигура называется окружностью?
2. Что такое центр (радиус, диаметр, хорда, дуга) окружности?
3. Отличается ли окружность от круга? Если да, то в чем различие?
4. Как называется наибольшая из хорд данной окружности?
5. Даны радиусы AO и BO одной окружности. Можно ли утверждать, что AB – диаметр данной окружности?

Домашнее задание

1. § 21, вопрос 16.
2. Решить задачи № 144, 145, 147.
3. Решить дополнительную задачу.

AB и *CD* -- два диаметра окружности с центром в точке O. Луч OE – биссектриса угла AOC. OE пересекает окружность в точке K, причем $KE = KO$. Периметр треугольника KCO в три раза больше радиуса окружности. Докажите, что точки E, A, C и O лежат на одной окружности.

Доказательство:

1) $\Delta OKA = \Delta OKC$ по двум сторонам и углу между ними ($OA = OC$ как радиусы одной окружности; OK – общая сторона; $\angle AOK = \angle COK$, так как OE – биссектриса угла AOC). Отсюда $KA = KC$ (рис. 2.183).

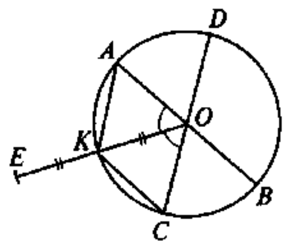


Рис. 2.183

2) По условию задачи $P_{KCO} = 3R$, где R – радиус окружности. $OK = R$, $OC = R$, следовательно, $KC = R$.

3) По условию задачи $KE = KO$, а так как $KO = R$, то $KE = R$. По доказанному $KC = R$, но $KC = AK$, следовательно, $AK = R$.

Итак, получили, что $KO = R$, $KE = R$, $KA = R$, $KC = R$, т. е. точки E, A, C и O равноудалены от точки K и лежат на одной окружности.

Урок 23. Примеры задач на построение

Основные дидактические цели урока: дать представление о задачах на построение; рассмотреть наиболее простые задачи на построение и научить учащихся решать их.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос (вопрос 16).

2. Разобрать решение дополнительной домашней задачи. Для проверки усвоения принципа решения данной задачи можно задать менее подготовленным учащимся вопросы.

– В каком случае точки E, A, C и O будут лежать на одной окружности? (*Если найдется такая точка X, что $XE = XA = XC = XO$.*)

– Какая точка, по вашему мнению, может служить центром такой окружности? (*Точка K.*)

– Как доказать равенство отрезков KE, KA, KC, KO? (*Ответ:* $KO = KE$ по условию задачи. Нужно еще доказать, что $KA = KC$. Это можно сделать, доказав равенство треугольников OAK и OCK.)

– Почему $KC = KO$? (*Ответ:* По условию задачи периметр треугольника KCO в три раза больше радиуса окружности. Две стороны треугольника KCO OK и OC равны радиусу, значит, и третья сторона, KC, также равна радиусу.)

III. Работа по теме урока

(Для подготовки учащихся к восприятию нового материала можно выполнить упражнения.)

– Какой инструмент используется для того, чтобы начертить отрезок заданной длины? А угол заданной градусной меры? (*Линейка с миллиметровыми делениями; транспортир.*)

1. Решить задачи (работа в группах).

(Учитель делит класс на три группы, каждая из которых готовит одну из задач.)

1) Начертите ΔABC такой, что $AB = 3{,}6$ см, $AC = 2{,}7$ см, $A = 48°$.

2) Начертите ΔABC такой, что $AB = 4$ см, $A = 62°$, $C = 54°$.

3) Начертите ΔABC такой, что $AB = 5$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см.

(По окончании работы учащиеся заслушивают решение задач.)

2. Формулировка темы урока.

– Как вы считаете, чем на уроке сегодня мы будем заниматься? (Ответы учеников.)

Эти задачи мы решали с помощью линейки с миллиметровыми делениями и транспортира. Но есть такие задачи, в которых

Рис. 2.184

бывает оговорено, с помощью каких инструментов нужно построить нужную геометрическую фигуру, например, такая: «С помощью циркуля и линейки построить отрезок, равный данному (рис. 2.184)».

При этом линейка не содержит делений, и ставить на линейке деления нельзя. Новый отрезок должен иметь такую же длину, как в задаче.

(Учитель делит класс на группы и дает на обдумывание 3–5 мин. После этого нужно заслушать все варианты решений и обсудить их, при этом учащиеся должны доказать, что новый отрезок имеет ту же длину, что и отрезок в условии задачи. В заключение можно сделать вывод.)

Вывод: Очень многие построения в геометрии могут быть выполнены с помощью циркуля и линейки без делений. Такие задачи мы будем называть задачами на построение. Итак, тема сегодняшнего урока «Задачи на построение».

(Проводится в виде небольшой лекции учителя.)

Задачи на построение – это такие задачи, при решении которых нужно построить геометрическую фигуру, удовлетворяющую условиям задачи, с помошью циркуля и линейки без делений.

Схема решения задач на построение.

1) Анализ (рисунок искомой фигуры, устанавливающий связи между данными задачи и искомыми элементами, и план построения).
2) Построение по намеченному плану.
3) Доказательство, что данная фигура удовлетворяет условиям задачи.
4) Исследование (при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько).

(Необходимо обратить внимание учащихся на то, что при решении простых задач достаточно только второго пункта схемы решения задач на построение, а в некоторых используют второй и третий пункты. В 7 классе учащиеся решают самые простые задачи на построение.)

IV. Отработка навыков решения задач на построение

Решить задачи на построение (работа в группах).

(Учитель делит класс на пять групп, каждая из которых готовит одну из задач на построение в течение 3–5 мин.)

1. На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному (п. 22).
2. Отложить от данного луча угол, равный данному (п. 23).
3. Построить биссектрису данного угла (п. 23).

4. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка (п. 23).
5. Построить середину данного отрезка (п. 23).

(По окончании работы учащиеся заслушивают решение задач и записывают их в тетради.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какая задача называется задачей на построение?
2. Какой алгоритм решения задач на построение?
3. Перечислите основные задачи на построение.
4. Как на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному?
5. Как отложить от данного луча угол, равный данному?
6. Как построить биссектрису данного угла?
7. Как построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка?
8. Как построить середину данного отрезка?

Домашнее задание

1. § 22, 23, вопросы 17–21.
2. Решить задачу № 153.

Урок 24. Решение задач на построение

Основные дидактические цели урока: закрепить навыки решения простейших задач на построение; научить решать более сложные задачи на построение.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся (рекомендуется дифференцированная работа)

1. Ответить на вопросы (задание для менее подготовленных учащихся).

– Как на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному?
– Как отложить от данного луча угол, равный данному?
– Как построить биссектрису данного угла?
– Как построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка?

– Как построить середину данного отрезка?
– Как построить прямую, проходящую через точку, не лежащую на данной прямой, перпендикулярно этой прямой?

(Провести теоретический опрос учащихся с низким уровнем подготовленности.)

2. Решить самостоятельно задачи на построение с доказательством (задание для наиболее подготовленных учащихся).

(Каждый ученик решает одну из задач 2–5 (см. урок 23) на листке бумаги, по окончании работы листок сдается на проверку учителю).

III. Решение задач

1. Решить задачи № 79, 80 (рабочая тетрадь).

2. Решить задачу № 150.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

Задача № 150

Построение:

Начертим окружность с центром в точке A и радиусом, равным PQ. Точки пересечения построенной и данной по условию задачи окружностей – искомые точки (рис. 2.185).

Таких точек может быть:

1) две, если окружности пересекаются в двух точках;

2) одна, если окружности имеют одну общую точку;

3) ни одной, если окружности не пересекаются. Таким образом, задача не всегда имеет решение.

2. Решить самостоятельно задачи.

I уровень сложности: задачи № 148, 151, 155.

II уровень сложности: задача № 155 и дополнительные задачи.

Дополнительные задачи

Задача 1

Начертите произвольный остроугольный треугольник ABC и постройте точку пересечения высоты BD и биссектрисы AL этого треугольника.

Задача 2

От данного луча отложите угол, равный $\frac{1}{4}$ данного угла.

Задача 3

От данного луча отложите угол, который в полтора раза больше данного угла.

Задача 4

Постройте угол, равный 135°. От его вершины A на сторонах отложите два равных отрезка AB и AC и постройте окружность, проходящую через точки A, B и C (рис. 2.186).

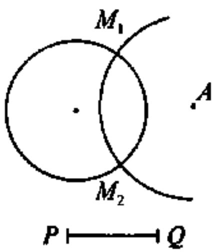


Рис. 2.185

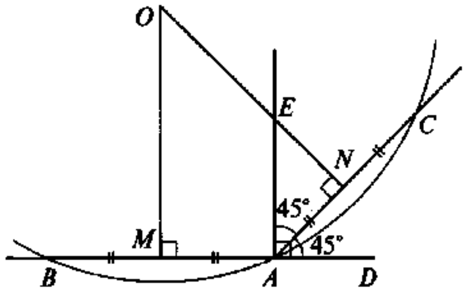


Рис. 2.186

Построение:

Построить угол в 90° и его биссектрису. Половина угла в 90° со смежным ему углом в 90° составляют угол в 135°: $\angle BAC = 135°$. $AB = AC$. Построить середины AB и AC – точки M и N. Через эти точки провести прямые, перпендикулярные AB и AC соответственно, которые пересекутся в точке O. O – центр окружности, проходящей через точки A, B и C. Легко можно доказать, что $OB = OA = OC$.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Перечислите простейшие задачи на построение.
2. Как доказать, что три точки лежат на одной окружности?
3. Сколько точек пересечения могут иметь прямая и окружность?

Домашнее задание

1. Вопросы 17–21, задача № 153.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 81, 82, 83 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 149, 152, 154 (учебник).
3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Дан треугольник ABC (рис. 2.187). На прямых AC и BC постройте точки X и Y – такие, что $XA = XB$ и $YA = YB$.

Построение (рис. 2.188):

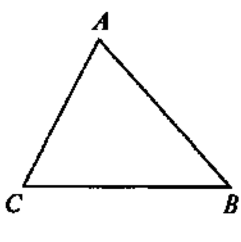


Рис. 2.187

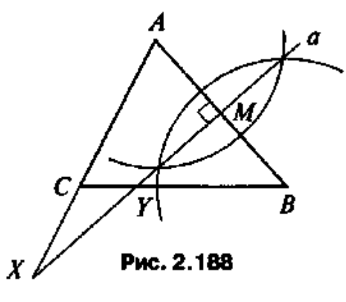


Рис. 2.188

Построить середину AB – точку M, через нее провести прямую a, перпендикулярную AB. $a \cap BC = Y$, $a \cap AC = X$. Легко можно доказать, что $XA = XB$ и $YA = YB$ (воспользуйтесь равенством треугольников AMY и BMY, AMX и BMX).

Задача 2

Как с помощью циркуля и линейки:

а) разделить угол в 54° на три равные части;

б) разделить угол в 35° на семь равных частей?

Построение:

а) $54° : 3 = 18°$, $54° \cdot 2 = 108°$, $108° - 90° = 18°$. Построить угол в 18° и разделить угол в 54° на три равные части.

б) $35° : 7 = 5°$, $35° \cdot 5 = 175°$, $180° - 175° = 5°$. Построить угол в 5° и разделить угол в 35° на семь равных частей.

Урок 25. Решение задач на применение признаков равенства треугольников

Основные дидактические цели урока: закрепить и совершенствовать навыки решения задач на применение признаков равенства треугольников; продолжить отработку навыков решения задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания. Повторение

1. Проверить решение дополнительных домашних задач.

(Справившиеся с заданием учащиеся заранее записывают решение на доске.)

2. Решить самостоятельно задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1) а) *Дано:* $AB = AC$, $\angle ACE = \angle ABD$, $BD = 8$ см, $BE = 3$ см, $AC = 4$ см (рис. 2.189).

Найти: CE, AE.

б) *Дано:* $AE = 15$ см, $EC = 10$ см, $AC = 7$ см.

Найти: Периметр ΔBEO, где O – точка пересечения CE и BD.

2) *Дано:* $AO = OC$, $\angle BAO = \angle DCO$ (рис. 2.190).

Доказать: $AB = CD$.

3) *Дано:* $AB = DC$, $AD = BC$, $P_{ABD} = 15$ см, $P_{ABCD} = 20$ см (рис. 2.191).

Найти: BD.

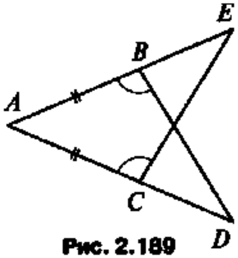


Рис. 2.189

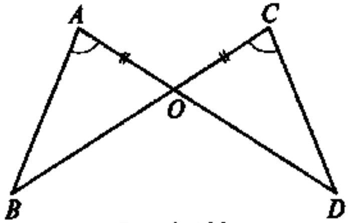


Рис. 2.190

4) *Дано:* $AB = BC$, $AD = DC$, $\angle ABD = 63°$, $\angle ADB = 37°$ (рис. 2.192).
Найти: $\angle CBD$, $\angle CDB$.

Ответы к задачам: 1) $CE = 8$ см, $AE = 7$ см; 2) 18 см; 3) 5 см; 4) $\angle CBD = 63°$, $\angle CDB = 37°$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 4 задания;
- оценка «4» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания;
- оценка «2» – правильно выполненных заданий нет.

3. Решить письменно задачи № 158, 165 (у доски и в тетрадях).

Задача № 158

Дано: ΔABC – равнобедренный (рис. 2.193), AC – основание, $AC = 8$ см, AD – медиана. P_{ABD} больше P_{ADC} на 2 см или наоборот.

Найти: Боковую сторону ΔABC.

Решение: Пусть $BD = x$ см, тогда $DC = x$ см, $AB = 2x$ см. Пусть $AD = y$ см.

Рассмотрим два случая:

1) Если P_{ABD} больше P_{ADC} на 2 см, то $(AB + BD + AD) - (AD + DC + AC) = 2$, т. е. $(2x + x + y) - (y + x + 8) = 2$. Откуда $x = 5$, т. е. $BD = 5$ см, $AB = 10$ см.

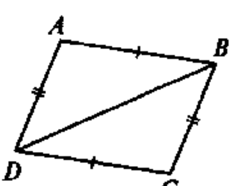


Рис. 2.191

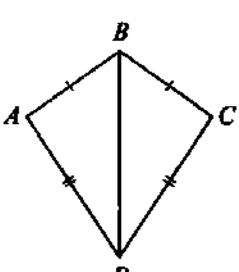


Рис. 2.192

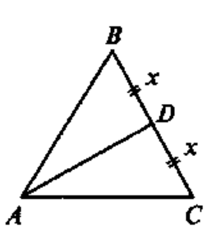


Рис. 2.193

2) Если P_{ADC} больше P_{ABD} на 2 см, то $(y + x + 8) - (2x + x + y) = 2$, откуда $x = 3$, т. е. $BD = 3$ см, $AB = 6$ см.

(*Ответ:* 10 см или 6 см.)

Наводящие вопросы к задаче.

- Что вы можете сказать о длинах отрезков AB, BD и DC? Чему равны AB и DC, если $BD = x$ см?
- По условию задачи сказано, что периметр одного треугольника больше периметра другого. Периметр какого треугольника больше?
- Сколько решений имеет задача?

Задача № 165 (а)

Решение:

1) $\Delta AOC = \Delta BOD$ по двум сторонам и углу между ними ($AO = BO$, $CO = DO$, так как O – середина AB и CD; $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные). Следовательно, $\angle CAO = \angle DBO$ (рис. 2.194).

2) $\Delta AKO = \Delta BK_1O$ по двум сторонам и углу между ними ($AK = BK_1$; $AO = BO$; $\angle KAO = \angle K_1BO$, так как $\angle AOC = \angle BOD$). Отсюда следует, что $OK = OK_1$.

Наводящие вопросы к задаче.

- Чтобы $OK = OK_1$, нужно равенство треугольников, содержащих в себе отрезки OK и OK_1 в качестве своих сторон. Какие это треугольники?
- Равны ли $\angle OAK$ и $\angle OBK_1$? Из равенства каких треугольников следует равенство углов OAK и OBK_1?

Задача № 165 (б)

Решение: Начертим луч OK_2 так, что точка O лежит на отрезке KK_2, тогда $\angle AOK = \angle BOK_2$ как вертикальные. Но по доказанному выше $\Delta AKO = \Delta BK_1O$, следовательно, $\angle AOK = \angle BOK_1$ (рис. 2.195).

Так как $\angle AOK = \angle BOK_2$ и $\angle AOK = \angle BOK_1$, то $\angle BOK_2 = \angle BOK_1$, следовательно, луч OK_2 совпадает с лучом OK_1, т. е. точки O, K и K_1 лежат на одной прямой.

Наводящий вопрос к задаче.

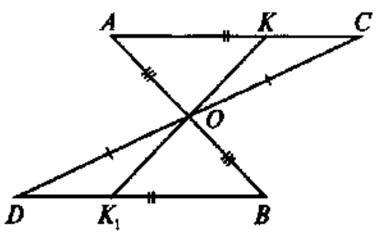


Рис. 2.194

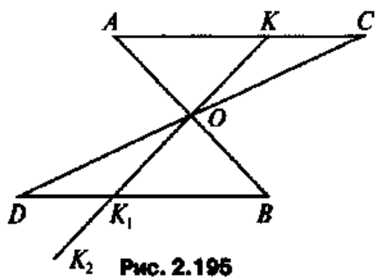


Рис. 2.195

– Предположим, что точка O не лежит на прямой KK_1, а лежит на прямой KK_2. Что можно сказать в этом случае об углах AOK_1, BOK_1 и BOK_2?

III. Самостоятельное решение задач

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить задачи № 157, 159, 162.

Задача № 157

Решение: Пусть ΔABC – равнобедренный ($AB = BC$), тогда $AC = AB + 2$ см, и $AC = AB + BC - 3$ см. Но $AB = BC$, поэтому можно составить равенство: $AB + 2$ см $= 2\,AB - 3$ см, откуда $AB = 5$ см. Тогда $BC = 5$ см, $AC = 7$ см.

(*Ответ:* 5 см, 5 см, 7 см.)

Задача № 162 (а)

Доказательство:

1) ΔADE – равнобедренный с основанием DE, следовательно, $\angle D = \angle E$ как углы при основании равнобедренного треугольника (рис. 2.196).

2) $\Delta ADB = \Delta AEC$ по двум сторонам и углу между ними ($AD = AE$, $DB = CE$, $\angle D = \angle E$), следовательно, $AB = AC$, $\angle DAB = \angle EAC$.

3) $\angle CAD = \angle CAB + \angle DAB$, $\angle BAE = \angle EAC + \angle CAB$, но $\angle DAB = \angle EAC$, поэтому $\angle CAD = \angle BAE$. Итак, $AB = AC$, $\angle CAD = \angle BAE$.

Задача № 162 (б)

Доказательство:

1) ΔADE – равнобедренный с основанием DE, следовательно, $\angle D = \angle E$ (рис. 2.197).

2) $\angle DAC = \angle EAB$, но $\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC$, $\angle EAB = \angle EAC + \angle BAC$, следовательно, $\angle DAB = \angle EAC$.

3) $\Delta DAB = \Delta EAC$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AD = AE$, $\angle DAB = \angle EAC$, $\angle D = \angle E$), отсюда $AB = AC$, $DB = CE$.

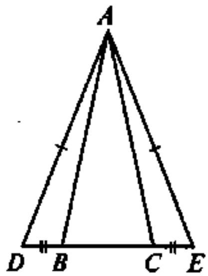


Рис. 2.196

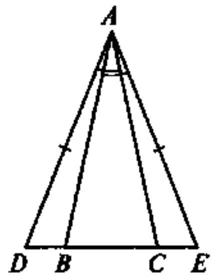


Рис. 2.197

II уровень сложности

Решить задачи № 157, 160, 162, 163.

Задача № 160

Доказательство:

а) Пусть K – произвольная точка прямой a. ΔAKB – равнобедренный, так как KO – медиана и высота, значит, $AK = BK$ (рис. 2.198).

б) Пусть K – произвольная точка плоскости, такая, что $AK = KB$. Тогда KO – медиана, проведенная к основанию, а значит, и высота. Получаем, что KO лежит на прямой a, т. е. $K \in a$.

Задача № 163

Доказательство:

1) ΔABC – равнобедренный с основанием AC, значит, $\angle A = \angle C$ (рис. 2.199).

2) $\Delta AMK = \Delta CNK$ по двум сторонам и углу между ними ($AM = CN$, так как M и N – середины боковых сторон равнобедренного треугольника; $AK = CK$, так как K – середина AC; $\angle A = \angle C$).

3) Так как $\Delta AMK = \Delta CNK$, то $MK = NK$, т. е. в треугольнике MNK две стороны равны, следовательно, ΔMNK – равнобедренный.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте признаки равенства треугольников.
2. Сколько пар равных элементов нужно найти для доказательства равенства треугольников?
3. Сформулируйте свойства равнобедренного треугольника.
4. Как можно доказать, что треугольник является равнобедренным?

Домашнее задание

1. Решить задачи № 156, 161, 164.
2. Решить дополнительную задачу № 166.

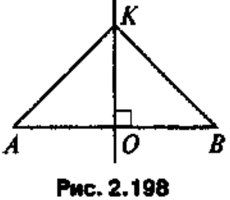


Рис. 2.198

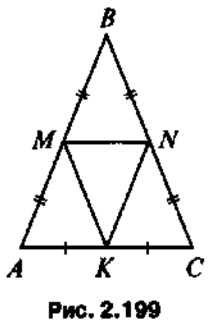


Рис. 2.199

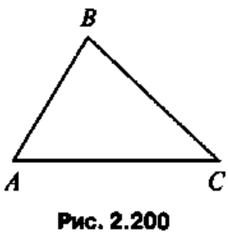


Рис. 2.200

Задача № 156

Решение: Пусть $AB = x$ см, тогда $BC = (x + 2)$ см, $AC = (x + 1)$ см. $P_{ABC} = 15$ см, поэтому $x + (x + 2) + (x + 1) = 15$, откуда $x = 4$. Значит, $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см (рис. 2.200).

(*Ответ:* $AB = 4$ см, $BC = 6$ см, $AC = 5$ см.)

Задача № 161

Доказательство:

1) $BC = B_1C_1$, M и M_1 – середины BC и B_1C_1, следовательно, $BM = MC = B_1M_1 = M_1C_1$ (рис. 2.201).

2) $\Delta ABM = \Delta A_1B_1M_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AM = A_1M_1$, $MB = M_1B_1$, $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$), следовательно, $AB = A_1B_1$, $\angle B = \angle B_1$.

3) $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$).

Задача № 164

Доказательство: 1) Так как ΔABC – равносторонний, и $EB = FC = DA$, то $AE = BF = CD$, а $\angle A = \angle B = \angle C$.

2) $\Delta AED = \Delta BFE = \Delta CDF$ по двум сторонам и углу между ними ($AD = BE = FC$; $AE = BF = CD$; $\angle A = \angle B = \angle C$).

Следовательно, $DE = EF = FD$, т. е. треугольник DEF – равносторонний.

Задача № 166

Доказательство:

1) $\Delta AOC = \Delta BOD$ ($AO = BO$, $OC = OD$, $\angle AOC = \angle BOD$). Отсюда $\angle A = \angle B$, $AC = BD$ (рис. 2.202).

2) Так как $AC = BD$, M и N – середины AC и BD, то $AM = BN$.

3) $\Delta AMO = \Delta BNO$ ($AM = BN$, $AO = BO$, $\angle A = \angle B$). Отсюда $MO = NO$.

4) Докажем теперь, что точки M, N, O лежат на одной прямой. Предположим, что это не так. Но в этом случае найдется луч OL, являющийся продолжением луча OM. Тогда $\angle AOM = \angle BOL$ как вертикальные. Но $\angle AOM = \angle BON$ из равенства треугольников AOM и BON.

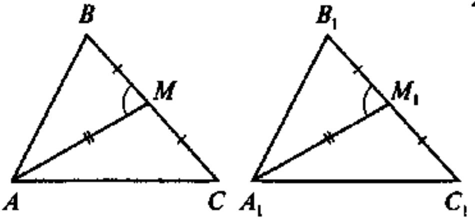


Рис. 2.201

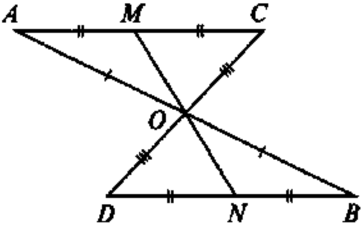


Рис. 2.202

Так как $\angle AOM = \angle BON$ и $\angle AOM = \angle BOL$, то $\angle BON = \angle BOL$. Следовательно, лучи ON и OL совпадают.

Значит, точки M, N, O лежат на одной прямой, а так как $MO = NO$, то O – середина отрезка MN.

Урок 26. Решение задач

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки решения задач на применение признаков равенства треугольников и свойств равнобедренного треугольника; отработать навыки решения задач на построение с помощью циркуля и линейки.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Решить устно задачи № 167, 169, 185.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

2. Рещить письменно задачу № 171 (работа в парах).

(Дать учащимся на обдумывание 2–3 минуты, затем выслушать предложения по решению задачи, выполнить на доске рисунок, составить план решения задачи. Полное решение учащиеся самостоятельно записывают в тетрадях.)

Доказательство:

1) $\Delta ABC = \Delta CDA$ по двум сторонам и углу между ними ($BC = AD$, AC – общая сторона, $\angle ACB = \angle CAD$ по условию задачи), следовательно, $\angle B = \angle D$, $AB = DC$, $\angle BAC = \angle DCA$ (рис. 2.203).

2) Так как $\angle BAC = \angle DCA$, а $\angle BAC = \angle BAO + \angle OAC$, $\angle DCA = \angle DCO + \angle OCA$ и $\angle OAC = \angle OCA$, то $\angle BAO = \angle DCO$.

3) $\Delta ABO = \Delta CDO$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AB = DC$, $\angle B = \angle D$, $\angle BAO = \angle DCO$).

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* O – середина AB, O – середина DC. $\angle OAD = 112°$, $BC = 7$ см (рис. 2.204).

Найти: $\angle OBC$, AD.

2. Луч AD – биссектриса угла A. На сторонах угла A отмечены точки B и C так, что $\angle ADC = \angle ADB$. Докажите, что $AB = AC$.

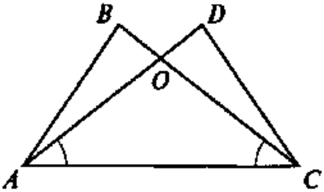


Рис. 2.203

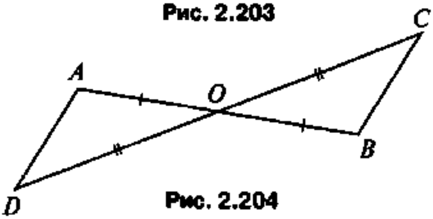


Рис. 2.204

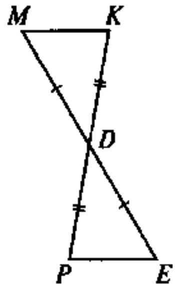


Рис. 2.205

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием BC. С помощью циркуля и линейки проведите медиану BB_1 к боковой стороне AC.

Вариант 2

1. *Дано:* $MD = DE$, $KD = DP$, $\angle MKD = 63°$, $DM = 4$ см (рис. 2.205).

Найти: $\angle DPE$, DE.

2. На сторонах угла D отмечены точки M и K так, что $DM = DK$. Точка P лежит внутри угла D, и $PK = PM$. Докажите, что луч DP – биссектриса угла MDK.

3. Начертите равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и острым углом B. С помощью циркуля и линейки проведите высоту из вершины A.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$. На сторонах BC и B_1C_1 отмечены точки K и K_1, такие, что $CK = C_1K_1$. Докажите, что $\Delta ABK = \Delta A_1B_1K_1$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC биссектрисы AA_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Докажите, что прямая BO перпендикулярна к прямой AC.

Доказательство:

1) $\Delta AA_1C = \Delta CC_1A$ по стороне и прилежащим к ней углам (AC – общая сторона; $\angle A_1AC = \angle C_1CA$, так как AA_1 и CC_1 – биссектрисы равных углов; $\angle C_1AC = \angle A_1CA$ как углы при основании равнобедренного треугольника), следовательно, $\angle OA_1C = \angle OC_1A$, $CA_1 = AC_1$ (рис. 2.206).

2) $\Delta AC_1O = \Delta CA_1O$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AC_1 = CA_1$; $\angle C_1AO = \angle A_1CO$; $\angle OC_1A = \angle OA_1C$).

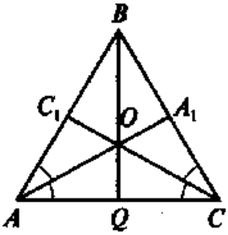


Рис. 2.206

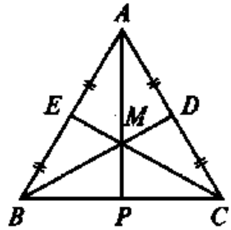


Рис. 2.207

Следовательно, $C_1O = A_1C$.

3) $\Delta BC_1O = \Delta BA_1O$ по трем сторонам (BO – общая сторона; $C_1O = A_1O$; $BC_1 = BA_1$, так как $AB = BC$ и $AC_1 = CA_1$), следовательно, $\angle C_1BO = \angle A_1BO$, т. е. BO – биссектриса угла C_1BA_1.

4) Если BO – биссектриса угла C_1BA_1, то BQ – биссектриса $\angle ABC$, и по свойству биссектрисы равнобедренного треугольника BQ – высота, т. е. $BQ \perp AC$.

3. Начертите равнобедренный тупоугольный треугольник ABC с основанием BC и тупым углом A. С помощью циркуля и линейки проведите:

а) высоту треугольника ABC из вершины угла B;

б) медиану треугольника ABC к стороне AB;

в) биссектрису треугольника ABC из угла A.

Вариант 2

1. Известно, что в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B = \angle B_1$, $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$. На сторонах AC и A_1C_1 отмечены точки D и D_1 так, что $AD = A_1D_1$. Докажите, что $\Delta BDC = \Delta B_1D_1C_1$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC медианы BD и CE, проведенные к боковым сторонам, пересекаются в точке M. Докажите, что прямые AM и BC перпендикулярны.

Доказательство:

1) $\Delta BDC = \Delta CEB$ по двум сторонам и углу между ними (BC – общая сторона; $BE = DC$, так как $DC = \frac{1}{2}AC$, $BE = \frac{1}{2}AB$, а $AC = AB$ как боковые стороны равнобедренного треугольника; $\angle BCD = \angle CBE$ как углы при основании равнобедренного треугольника). Следовательно, $\angle BDC = \angle CEB$ и $\angle DBC = \angle ECB$ (рис. 2.207).

2) $\angle EBM = \angle EBC - \angle DBC$, $\angle DCM = \angle DCB - \angle ECB$. Так как $\angle EBC = \angle DCB$, а $\angle DBC = \angle ECB$, то $\angle EBM = \angle DCM$.

3) $\Delta EBM = \Delta DCM$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BE = CD$; $\angle EBM = \angle DCM$; $\angle BEM = \angle CDM$), значит, $EM = DM$.

4) $\Delta EMA = \Delta DMA$ по трем сторонам ($AE = AD$, $EM = DM$, AM – общая сторона), следовательно, $\angle EAM = \angle DAM$, что означает, что AM – биссектриса $\angle BAC$, а AP – биссектриса и высота ΔABC, т. е. $AP \perp BC$, и $AM \perp BC$.

3. Начертите равнобедренный остроугольный треугольник MNK с основанием MK и острым углом N. С помощью циркуля и линейки проведите:

а) медиану треугольника MNK к стороне MN;

б) биссектрису треугольника MNK из угла K;

в) высоту треугольника MNK из вершины M.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = CD$, $BK = DM$, $AM = CK$ (рис. 2.208). Докажите, что $\Delta ADM = \Delta CBK$.

Доказательство:

1) $AM = CK$, но $AM = AK + KM$, $CK = CM + MK$, значит, $CM = AK$.

2) $\Delta DCM = \Delta BAK$ по трем сторонам ($CD = AB$, $DM = BK$, $CM = AK$), следовательно, $\angle CMD = \angle AKB$.

3) $\angle CMD = 180° - \angle AMD$, $\angle AKB = 180° - \angle CKB$, но $\angle CMD = \angle AKB$, значит, $\angle AMD = \angle CKB$.

4) $\Delta ADM = \Delta CBK$ по двум сторонам и углу между ними ($DM = BK$, $AM = CK$, $\angle AMD = \angle CKB$).

2. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC взяты точки D и E так, что $AD = CE$. Докажите, что $\Delta ABE = \Delta CBD$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и CB взяты соответственно точки M и N так, что $BM = BN$. Отрезки AN и CM пересекаются в точке E. Докажите, что EB – биссектриса угла MEN.

Вариант 2

1. *Дано:* $BE = EK = KD$, $AE = CK$, $BC = AD$ (рис. 2.209). Докажите, что $AB = CD$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC на боковых сторонах AB и CB взяты соответственно точки D и E так, что $AD = CE$.

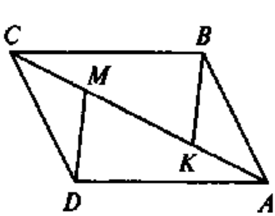


Рис. 2.208

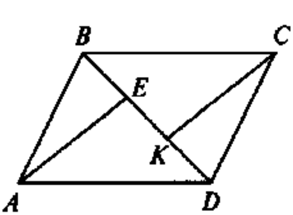


Рис. 2.209

Отрезки AE и CD пересекаются в точке O. Докажите, что BO – биссектриса угла ABC.

3. В равнобедренном треугольнике ABC на основании AC взяты точки M и N так, что $\angle ABM = \angle CBN$. Докажите, что $\Delta ABN = \Delta CBM$.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

IV. Рефлексия учебной деятельности

(При наличии времени после того, как учащиеся сдали тетради на проверку, обсудить решения задач, которые вызвали наибольшие затруднения у учащихся. Работу организовать по группам, назначив консультантами учащихся, справившихся с заданиями.)

Домашнее задание

1. Решить задачи № 168, 170, 172.
2. Решить дополнительную задачу № 174.

Урок 27. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания по темам второй главы; устранить пробелы в знаниях учащихся; подготовить учащихся к контрольной работе.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности.

II. Решение задач на построение

(На предыдущих двух уроках большинство задач было направлено на закрепление знаний, умений и навыков по темам «Признаки равенства треугольников» и «Равнобедренный треугольник». Первую половину настоящего урока отведем на закрепление темы «Задачи на построение».)

Решить задачи № 181, 183 с последующим обсуждением у доски (работа в парах).

Задача № 181

Дано: Радиус окружности; точки A и B.

Построить: Окружность с радиусом R, проходящую через точки A и B.

Наводящие вопросы к задаче.

– Что нужно знать для построения искомой окружности? (*Центр; радиус нам дан.*)

– Как относительно друг друга расположены центр окружности (пусть это будет точка O) и заданные точки A и B? (*Они образуют равнобедренный треугольник AOB с основанием AB и боковой стороной, равной заданному радиусу.*)

– Составьте план построения искомой окружности.

План построения:

1) Построить равнобедренный треугольник AOB с основанием AB и боковой стороной AO, равной заданному радиусу.

2) Построить окружность с центром в точке O и радиусом R. Полученная окружность – искомая.

Задача № 183

Дано: Окружность; точки A и B; отрезок PQ.

Построить: ΔABC такой, что C лежит на заданной окружности, $AC = PQ$.

Построение:

1) Соединим точки A и B отрезком AB.

2) Так как вершина C лежит на окружности, а $AC = PQ$, то начертим окружность с центром в точке A и радиусом, равным PQ.

а) Если окружность пересекает данную окружность в двух точках (C_1 и C_2), то искомых треугольников также будет два: ΔABC_1 и ΔABC_2.

б) Если построенная окружность имеет одну общую точку с заданной окружностью, то эта точка и будет точкой C, и значит, можно построить один треугольник ABC.

в) Если окружности не пересекаются, то в этом случае задача не имеет решения.

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

(Учащимся, допустившим серьезные ошибки при выполнении самостоятельной работы, можно назначить консультантов или предложить разобраться с помощью готового решения (см. урок 26). Учащиеся, успешно справившиеся с самостоятельной работой, могут решать задачи следующего уровня.)

Решить задачи № 175, 177, 178, 179 (учебник).

Задача № 175

Решение:

1) $\Delta OAD = \Delta OBC$ по двум сторонам и углу между ними ($OD = OC$, $OB = OA$, $\angle O$ – общий), следовательно, $\angle ODA = \angle OCB$, $\angle CBO = \angle DAO$.

2) Так как $\angle CBO = \angle DAO$, то $\angle EBD = \angle EAC$ как углы, смежные равным углам CBO и DAO, следовательно, $\Delta BED = \Delta AEC$ по стороне и прилежащим к ней углам ($DB = AC$, $\angle EBD = \angle EAC$, $\angle BDE = \angle ACE$). Отсюда $BE = AE$.

3) $\Delta AOE = \Delta BOE$ по трем сторонам. Значит, $\angle BOE = \angle EOA$, т. е. OE – биссектриса $\angle YOX$.

Построение: чтобы построить биссектрису угла, нужно отложить на его сторонах две пары равных отрезков и соединить концы этих отрезков так, чтобы они пересекались. Луч, проходящий через вершину угла и точку пересечения полученных отрезков, является биссектрисой угла.

Задача № 177

Доказательство: $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$) (рис. 2.210).

а) $\Delta LKC = \Delta L_1K_1C_1$ по двум сторонам и углу между ними ($LC = L_1C_1$ по условию, $\angle C = \angle C_1$ из равенства треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, $KC = AC - AK = A_1C_1 - A_1K_1 = K_1C_1$). Поэтому $KL = K_1L_1$.

б) $\Delta LCA = \Delta L_1C_1A_1$ по двум сторонам и углу между ними ($LC = L_1C_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$), значит, $AL = A_1L_1$.

Задача № 178

Доказательство: пусть точка B лежит на отрезке AC. Допустим, что $AD = BD = CD$. Тогда ΔADC, ΔADB и ΔBDC – равнобедренные, поэтому $\angle A = \angle C$, $\angle A = \angle ABD$, $\angle C = \angle DBC$. Следовательно, $\angle ABD = \angle CBD$. Но эти углы смежные, а так как они равны, то каждый из них равен 90°.

Если $\angle A$ и $\angle ABD$ – прямые углы, то прямые AD и BD перпендикулярны к прямой AC. Но это невозможно, так как они пересекаются в точке D.

Значит, наше предположение, что $AD = BD = CD$, неверно, поэтому хотя бы два из этих отрезков не равны друг другу.

Задача № 179

Доказательство: $\Delta BPX = \Delta CQX$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BX = CX$ по условию, $\angle B = \angle C$ как углы при основании равнобедренного ΔABC, $\angle PXB = \angle QXC$ по условию) (рис. 2.211).

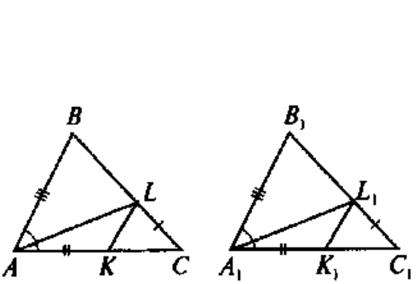


Рис. 2.210

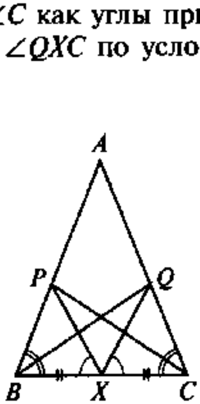


Рис. 2.211

Отсюда $BP = CQ$, и тогда $\Delta BPC = \Delta CQB$ по двум сторонам и углу между ними ($BP = CQ$, BC – общая сторона, $\angle B = \angle C$). Значит, $BQ = CP$.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие темы мы изучили в этой главе? Какие теоретические сведения нам потребуются для того, чтобы успешно выполнить контрольную работу?
2. Сформулируйте признаки равенства треугольников.
3. Какой треугольник называется равнобедренным? Сформулируйте его основные свойства.
4. Что называют биссектрисой (медианой, высотой) треугольника?
5. Какие основные задачи на построение нам известны?

Домашнее задание

1. Решить задачи № 180, 182, 184.
2. Решить дополнительную задачу № 176.

Урок 28. Контрольная работа № 2 по теме «Треугольники»

Основная дидактическая цель урока: проверка уровня усвоения учебного материала по теме «Треугольники».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AO = BO$, $CO = DO$, $CO = 5$ см, $BO = 3$ см, $BD = 4$ см (рис. 2.212).

Найти: Периметр ΔCAO.

2. В равнобедренном треугольнике ABC точки K и M являются серединами боковых сторон AB и BC соответственно. BD – медиана треугольника. Докажите, что $\Delta BKD = \Delta BMD$.

3. Даны неразвернутый угол и отрезок. На сторонах данного угла постройте точки, удаленные от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

4*. Прямая MK разбивает плоскость на две полуплоскости. Из точек M и K в разные полуплоскости проведены равные от-

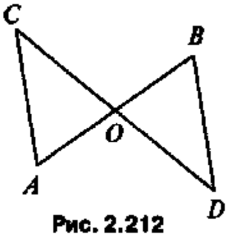


Рис. 2.212

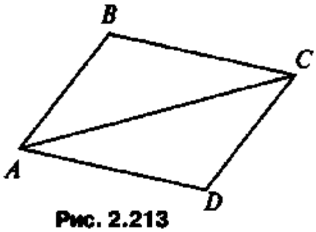


Рис. 2.213

резки MA и KB, причем $\angle AMK = \angle BKM$. Какие из высказываний верные?

а) $\Delta AMB = \Delta AKB$;
б) $\angle AKM = \angle BMK$;
в) $\Delta MKA = \Delta KMB$;
г) $\angle AMB = \angle KMB$.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = CD$, $BC = AD$, $AC = 7$ см, $AD = 6$ см, $AB = 4$ см (рис. 2.213).

Найти: Периметр ΔADC.

2. В равнобедренном ΔABC точки K и M являются серединами боковых сторон AB и BC соответственно. BD – медиана треугольника. Докажите, что $\Delta AKD = \Delta CMD$.

3. Дан неразвернутый угол и отрезок. На биссектрисе данного угла постройте точку, удаленную от вершины угла на расстояние, равное данному отрезку.

4*. Прямая AB разбивает плоскость на две полуплоскости. Из точек A и B в разные полуплоскости проведены равные отрезки AD и BC, причем $\angle BAD = \angle ABC$. Какие из высказываний верные?

а) $\Delta CAD = \Delta BDA$;
б) $\angle DBA = \angle CAB$;
в) $\angle BAD = \angle BAC$;
г) $\angle ADB = \angle BCA$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. В равнобедренном треугольнике с периметром 48 см боковая сторона относится к основанию как 5 : 2. Найдите стороны треугольника.

2. Дан неразвернутый угол и отрезок. Постройте все точки, удаленные от вершины угла на расстояние, равное четверти данного отрезка.

3. В треугольнике ABC $AB = BC$. На медиане BE отмечена точка M, а на сторонах AB и BC – точки P и K соответственно (точки P, M и K не лежат на одной прямой). Известно, что $\angle BMP = \angle BMK$.

Докажите, что:

а) углы BPM и BKM равны;

б) прямые PK и BM взаимно перпендикулярны.

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в 67°30′?

Вариант 2

1. В равнобедренном треугольнике с периметром 56 см основание относится к боковой стороне как 2 : 3. Найдите стороны треугольника.

2. Дан неразвернутый угол и отрезок. Постройте все точки, удаленные от вершины угла на расстояние, равное трем четвертям данного отрезка.

3. На высоте равнобедренного ΔABC, проведенной к основанию AC, взята точка P, а на сторонах AB и BC – точки M и K соответственно (точки M, P и K не лежат на одной прямой). Известно, что $BM = BK$.

Докажите, что:

а) углы BMP и BKP равны;

б) углы KMP и PKM равны.

4*. Как с помощью циркуля и линейки построить угол в 11°15′?

III уровень сложности

Вариант 1

1. Периметр равнобедренного треугольника в четыре раза больше основания и на 10 см больше боковой стороны. Найдите стороны треугольника.

2. Внутри ΔABC взята точка O, причем $\angle BOC = \angle BOA$, $AO = OC$.

Докажите, что:

а) углы BAC и BCA равны;

б) прямая BO проходит через середину отрезка AC.

3. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте угол, равный половине данного угла, и на его сторонах постройте точки, удаленные от вершины угла на расстояние, равное четверти данного отрезка.

4*. Дан угол в 54°. Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 18°?

Вариант 2

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника в два раза больше основания и на 12 см меньше периметра треугольника. Найдите стороны треугольника.

2. На сторонах AB, BC, AC равнобедренного треугольника ABC с основанием AC отмечены точки M, K и P соответственно так, что $\angle AMP = \angle PKC$ и $AM = KC$.

Докажите, что:

а) PB – биссектриса угла MPK;

б) прямые MK и BP взаимно перпендикулярны.

3. Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте угол, равный четверти данного угла, и на его сторонах постройте точки, удаленные от вершины угла на расстояние, равное половине данного отрезка.

4*. Дан угол в 34°. Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 12°?

III. Рефлексия учебной деятельности

Подготовить проект по одной из предложенных тем или выбрать другую тему.

Темы проектных работ.

1. Бермудский треугольник. Тайна исчезновения кораблей и самолетов.
2. Основные виды треугольников.
3. Пирамиды и треугольники. Что общего между ними?
4. Применение задач на построение в практической деятельности человека.
5. Овал.
6. Окружность в архитектуре и в искусстве.

Домашнее задание

По желанию каждый обучающийся выбирает себе домашнее задание: готовит проект или решает контрольную работу следующего уровня.

Урок 29. Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе

Основные дидактические цели урока: устранить пробелы в знаниях учащихся; совершенствовать навыки решения задач по теме «Треугольники»; развивать творческие способности.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Подведение итогов контрольной работы

1. Провести общий анализ контрольной работы.
2. Наметить план работы над ошибками.

III. Работа над ошибками

I уровень сложности

Учащиеся работают под руководством учителя следующим образом:

1) разобрать устно план решения задач контрольной работы по заранее подготовленным рисункам;
2) самостоятельно решить те задачи, с которыми ученик не справился;
3) решить задачи контрольной работы II уровня сложности с помощью готовых подсказок.

Вариант 1

1. Рис. 2.214.

Найти: P_{CAO}.

2. Рис. 2.215.

Доказать: $\Delta BKD = \Delta BMD$.

3. Рис. 2.216.

$OA = OB = \frac{1}{2}PQ$.

4. Рис. 2.217.

а) $\Delta AMB = \Delta AKB$;
б) $\angle AKM = \angle BMK$;
в) $\Delta MKA = \Delta KMB$;
г) $\angle AMB = \angle KBM$.

Вариант 2

1. Рис. 2.218.

Найти: P_{ADC}.

2. Рис. 2.219.

Доказать: $\Delta AKD = \Delta CMD$.

3. Рис. 2.220.

$OA = PQ$, $1 = 2$.

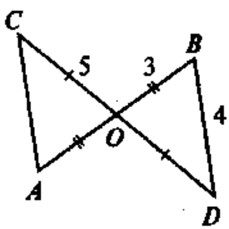


Рис. 2.214

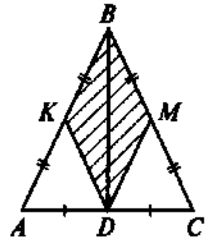


Рис. 2.215

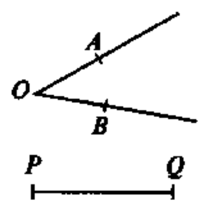


Рис. 2.216

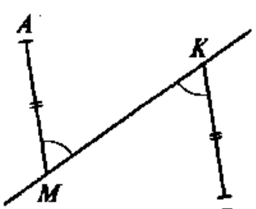


Рис. 2.217

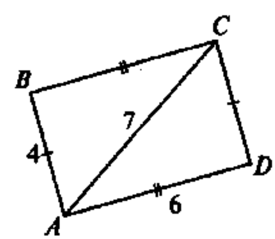


Рис. 2.218

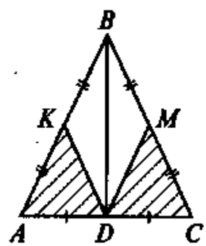


Рис. 2.219

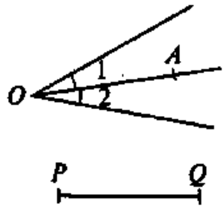


Рис. 2.220

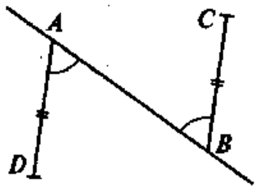


Рис. 2.221

4. Рис. 2.221.

а) $\Delta CAD = \Delta BDA$;

б) $\angle DBA = \angle CAB$;

в) $\angle BAD = \angle BAC$;

г) $\angle ADB = \angle BCA$.

II уровень сложности

Учащиеся работают самостоятельно следующим образом:

1) найти свои ошибки с помощью готовых подсказок для решения задач, решить неверно решенные задачи;

2) решить задачи контрольной работы III уровня сложности, используя предоставленные указания и ответы к задачам.

Подсказки для решения задач II уровня сложности:

Вариант 1

1. Рис. 2.222.

$AB : AC = 5 : 2$, $P_{ABC} = 48$ см, $P_{ABC} = AB + BC + AC$. (*Ответ:* $AB = AC = 20$ см, $AC = 8$ см.)

2. С помощью циркуля и линейки:

1) разделите данный отрезок на четыре равные части;

2) постройте окружность с центром в вершине угла и радиусом, равным четверти данного отрезка.

3. Рис. 2.223.

а) $\Delta BPM = \Delta BKM$ по стороне и прилежащим к ней углам (докажите, что $\angle PBM = \angle KBM$).

б) Докажите, что ΔPBK – равнобедренный с основанием PK, а BD – высота ΔPBK (D – точка пересечения PK и BM).

4. Рис. 2.224.

1) $\angle BOD = 90°$ ($DO \perp AB$).

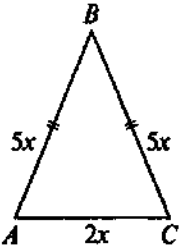


Рис. 2.222

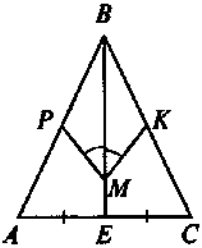


Рис. 2.223

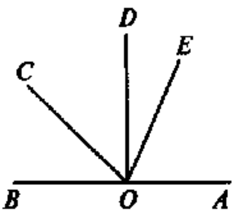


Рис. 2.224

2) CO – биссектриса $\angle BOD$, тогда $\angle COD = 45°$, $\angle DOA = 90°$, а $\angle COA = 135°$.

3) $135° : 2 = 67°30'$. OE – биссектриса $\angle COA$, $\angle AOE = 67°30'$.

Вариант 2

1. Рис. 2.225.

$AC : AB = 2 : 3$, $P_{ABC} = 56$ см, $P_{ABC} = AB + BC + AC$. (*Ответ:* $AB = BC = 21$ см, $AC = 14$ см.)

2. С помощью циркуля и линейки:

1) разделите данный отрезок на четыре равные части, возьмите три части;

2) постройте окружность с центром в вершине данного угла и радиусом, равным трем четвертям данного отрезка.

3. Рис. 2.226.

а) $\Delta BMP = \Delta BKP$ по двум сторонам и углу между ними (докажите, что $\angle MBP = \angle KBP$).

б) Докажите, что ΔMKP – равнобедренный с основанием MK.

4. Рис. 2.227.

1) $\angle AOB = 90°$.

2) CO – биссектриса $\angle BOA$. $\angle COA = 45°$.

3) DO – биссектриса $\angle COA$. $\angle DOA = 22°30'$.

4) PO – биссектриса $\angle DOA$. $\angle POA = 11°15'$.

III уровень сложности

Учащиеся работают самостоятельно следующим образом:

1) используя предоставленные указания и ответы к задачам, найти свои ошибки и правильно решить все задачи;

2) самостоятельно решить дополнительные задачи 1–8 (см. домашнее задание).

Ответы и указания к задачам III уровня сложности:

Вариант 1

1. *Ответ:* 6 см, 6 см, 4 см.

2. а) Докажите, что $\Delta BOA = \Delta BOC$.

б) Докажите, что ΔAOC – равнобедренный, а затем BO – биссектриса и медиана ΔABC.

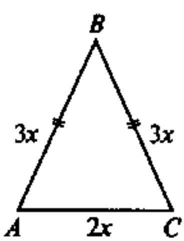


Рис. 2.225

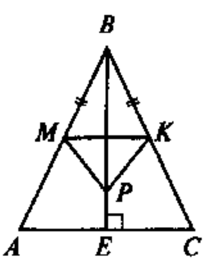


Рис. 2.226

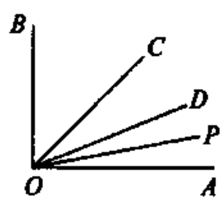


Рис. 2.227

3. *I способ:* $180° - 54 \cdot 3 = 18°$.

II способ: $54° \cdot 2 - 90° = 18°$.

Вариант 2

1. *Ответ:* 8 см, 8 см, 4 см.

2. а) Докажите, что $\Delta AMP = \Delta CKP$, $\Delta BMP = \Delta BKP$.

б) Докажите, что ΔMPK – равнобедренный, а PE – его биссектриса и высота (E – точка пересечения MK и BP).

3. $34° \cdot 3 - 90° = 12°$.

IV. Учебно-исследовательская мини-конференция

Заслушать проекты, подготовленные учащимися. Если подготовлено много проектов, то проекты, которые не удалось заслушать на данном уроке, можно заслушать на последующих уроках по 1–2 проекта в начале урока.

V. Рефлексия учебной деятельности

Итак, мы завершили изучение очень значимой темы «Треугольники». Как вы считаете, насколько плодотворно вам удалось поработать? Остались ли у вас проблемы по решению задач по изученной теме?

Домашнее задание

Решить любые три дополнительные задачи.

Задача 1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведены медианы AE и CD. Докажите, что:

а) $\Delta ABE = \Delta CBD$;

б) ΔDOE и ΔAOC – равнобедренные, где O – точка пересечения AE и CD;

в) OB – биссектриса $\angle DOE$.

Задача 2

В равнобедренном ΔABC с основанием AC на сторонах AB и BC отмечены соответственно точки M и N так, что $\angle ACM = \angle CAN$. Докажите, что:

а) ΔMBN – равнобедренный;

б) $BO \perp MN$, где O – точка пересечения AN и CM.

Задача 3

Треугольники ABC и DEF равны, и оба – равнобедренные. Найдите периметр ΔABC, если $DE = 4$ см, $EF = 5$ см.

Задача 4

Дано: $AB = AM$, $AC = AK$, $\angle BAK = \angle CAM$ (рис. 2.228).

Перечислите все пары равных треугольников с вершинами в точках A, B, K, C, M.

Задача 5

На боковых сторонах равнобедренного треугольника во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники. Дока-

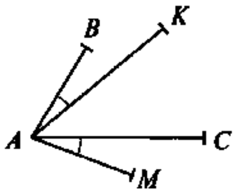


Рис. 2.228

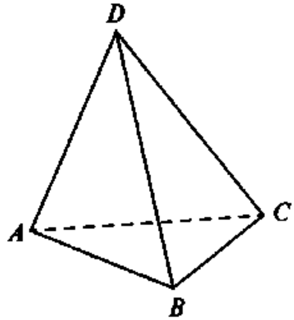


Рис. 2.229

жите, что отрезки, соединяющие вершины равносторонних треугольников (отличные от вершин равнобедренного) с серединой основания равнобедренного треугольника, равны между собой.

Задача 6

Докажите, что если у четырехугольника все стороны и все углы равны, то его диагонали равны и перпендикулярны.

Задача 7

Три черепахи находятся в точках A, B и C, являющихся вершинами равностороннего треугольника. Они одновременно с одинаковой скоростью начинают ползти.

Черепаха, находившаяся в A, ползет по прямой AB в направлении к B.

Черепаха из B ползет в C, черепаха из C ползет в A.

Докажите, что во все моменты времени черепахи располагаются в вершинах равностороннего треугольника.

Задача 8

На рис. 2.229 изображена треугольная пирамида с вершинами A, B, C и D.

Докажите, что все грани этой пирамиды являются равными треугольниками, если:

а) $AB = CD$, $AC = BD$, $AD = BC$;

б) $AB = CD$, $AC = BD$, $\angle ABD = \angle BDC$;

в) $AB = CD$, $\angle ABD = \angle CAB$, $\angle DAB = \angle ABC$;

г) $\angle ABD = \angle BDC$, $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle ADC = \angle BAD$.

Глава III
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРЯМЫЕ

Формируемые УУД: предметные: знать определения параллельных прямых, параллельных отрезков, секущей по отношению к прямой; знать аксиомы планиметрии, следствия аксиомы параллельных прямых; знать, какая теорема называется теоремой, обратной данной; уметь выделять условие и заключение теоремы; иметь представление о накрест лежащих, односторонних, соответственных углах, образованных при пересечении двух прямых третьей; уметь строить параллельные прямые с помощью чертежного угольника и линейки; знать признаки параллельности двух прямых; теоремы об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей; теоремы об углах с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами; формировать умения доказывать параллельность прямых с использованием соответствующих признаков, находить равные углы при параллельных прямых и секущей; уметь решать задачи на применение аксиом планиметрии, признаков параллельности двух прямых; теорем об углах, образованных двумя параллельными прямыми и секущей; теорем об углах с соответственно параллельными или перпендикулярными сторонами; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал, уметь извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; уметь доказывать и опровергать утверждения, используя очевидные или изученные ранее геометрические определения, теоремы и свойства геометрических фигур; моделировать с помощью схематических рисунков, строить логические цепочки; оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей; воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 30. Признаки параллельности прямых

Основные дидактические цели урока: повторить понятие параллельных прямых; ввести понятие накрест лежащих односторонних и соответственных углов; рассмотреть признаки параллельности двух прямых; научить учащихся решать простейшие задачи на применение признаков параллельности двух прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Решение тестовых заданий с последующим обсуждением

(При изучении нового материала желательно опираться на имеющиеся у учащихся знания по данной теме за курс математики 5–6 классов.)

Выполнить самостоятельно тестовые задания.

(Оценки за тест в журнал выставляться не будут.)

1. Укажите рисунки, на которых изображены пересекающиеся прямые.

а) Рис. 3.1, а; б) Рис. 3.1, б; в) Рис. 3.1, в.

2. Завершите высказывание.

Пересекающиеся прямые имеют...

а) на чертеже одну общую точку;

б) одну общую точку.

3. Укажите рисунки, на которых изображены параллельные прямые.

а) Рис. 3.2, а; б) Рис. 3.2, б; в) Рис. 3.2, в.

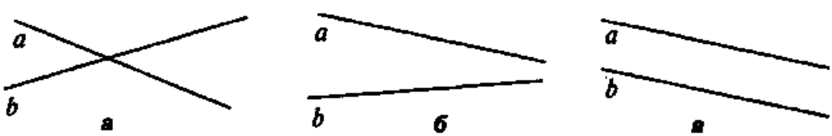


Рис. 3.1

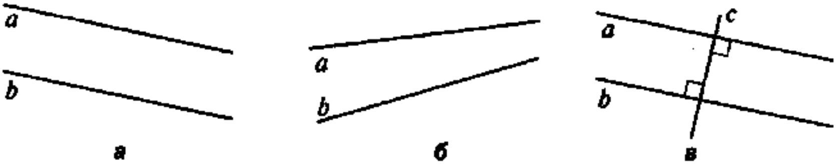


Рис. 3.2

4. Выберите неправильную концовку определения.

Две прямые на плоскости называются параллельными...

а) если они находятся на постоянном расстоянии друг от друга;

б) если они не пересекаются на плоскости;

в) если они обе перпендикулярны к третьей прямой;

г) если они не пересекаются на чертеже.

5. Укажите рисунки, на которых изображены параллельные отрезки.

а) Рис. 3.3, а; в) Рис. 3.3, в;

б) Рис. 3.3, б; г) Рис. 3.3, г.

6. Выберите правильную концовку определения.

Два отрезка называются параллельными, если они...

а) оба перпендикулярны третьей прямой;

б) лежат на параллельных прямых;

в) имеют одинаковое расстояние между концами;

г) не пересекаются на плоскости.

7. Укажите рисунки, на которых изображены параллельные лучи.

а) Рис. 3.4, а; в) Рис. 3.4, в;

б) Рис. 3.4, б; г) Рис. 3.4, г.

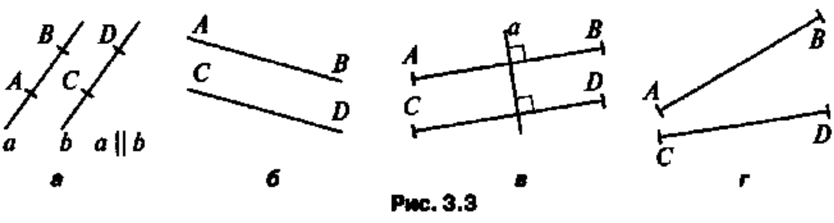


Рис. 3.3

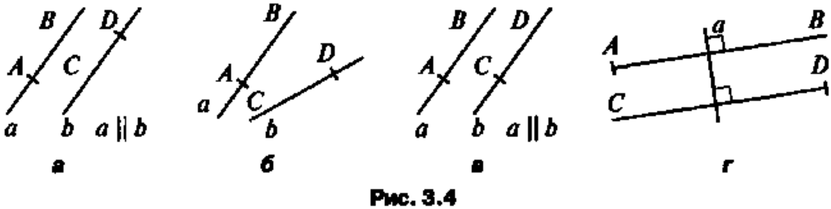


Рис. 3.4

(Учитель называет номер задания и просит двух-трех учеников назвать вариант ответа. В случае несовпадения ответов идет обсуждение задания.)

Ответы теста: 1 – а, б; 2 – б; 3 – а, в; 4 – г; 5 – а, в; 6 – б; 7 – а, в, г.

III. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? Чему мы должны научиться, что нового узнать? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Узнаем, какие прямые (отрезки, лучи) являются параллельными и т. д.)

Да, сегодня мы должны научиться определять, являются прямые параллельными или нет, для этого мы познакомимся с признаками параллельности двух прямых. Но для того, чтобы изучить признаки параллельности двух прямых, введем новые понятия.

– Начертите прямые a и b и прямую c так, что a и b пересекаются с прямой c.

– Сколько неразвернутых углов изображено на рис. 3.5?

– Запишите в тетрадях:

c – **секущая** по отношению к прямым a и b.

$\angle 3$ и $\angle 5$; $\angle 4$ и $\angle 6$ – **накрест лежащие** углы.

$\angle 4$ и $\angle 5$; $\angle 3$ и $\angle 6$ – **односторонние** углы.

$\angle 1$ и $\angle 5$; $\angle 2$ и $\angle 6$; $\angle 4$ и $\angle 8$; $\angle 3$ и $\angle 7$ – **соответственные** углы.

2. Ответьте на вопросы.

(Задание на закрепление понятия углов, полученных при пересечении двух прямых секущей (рис. 3.6)).

– Назовите накрест лежащие углы при прямых a и b и секущей c.

– Назовите односторонние углы при прямых b и c и секущей a.

– Назовите соответственные углы при прямых a и c и секущей b.

3. Решите задачу.

Дано: $\angle 4 = \angle 5$ (рис. 3.7).

Докажите: $\angle 3 = \angle 6$; $\angle 3 = \angle 7$; $\angle 6 = \angle 2$; $\angle 4 + \angle 6 = 180°$; $\angle 5 + \angle 2 = 180°$.

Доказательство признаков параллельности прямых.

(Признак параллельности прямых, использующий накрест лежащие углы, можно доказать по учебнику. Признаки параллельности прямых, использующие односторонние углы и соот-

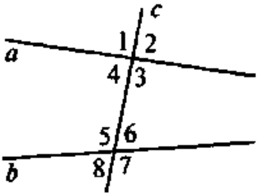


Рис. 3.5

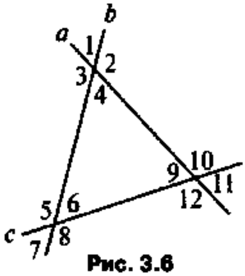


Рис. 3.6

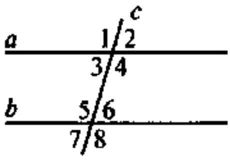


Рис. 3.7

ветственные углы, можно предложить учащимся в виде задач на доказательство.)

4. Решите задачи (работа в группах).

(Учитель делит класс на группы. Каждая группа решает одну из задач. По окончании работы представители групп по готовым чертежам рассказывают решение задач.)

Задача 1

Две прямые пересечены третьей так, что соответственные углы равны (рис. 3.8). Докажите, что прямые параллельны.

Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $a \cap c$, $b \cap c$.

Доказать: $a \parallel b$.

Задача 2

Две прямые пересечены третьей так, что сумма односторонних углов равна 180° (рис. 3.9). Докажите, что прямые параллельны.

Дано: $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $a \cap c$, $b \cap c$.

Доказать: $a \parallel b$.

(После решения задач учащиеся формулируют признаки параллельности прямых, использующие соответственные и односторонние углы.)

IV. Закрепление изученного материала

Решить задачи на закрепление признаков параллельности прямых по готовым чертежам.

(Задачи 1–4 решить устно; задачу 5 решить письменно, записав образец оформления на доске; задачи 6–8 решить с последующим обсуждением (работа в парах).)

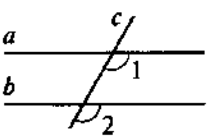


Рис. 3.8

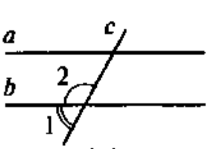


Рис. 3.9

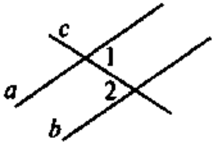


Рис. 3.10

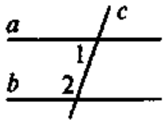


Рис. 3.11

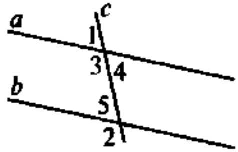


Рис. 3.12

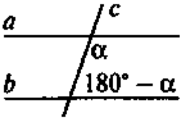


Рис. 3.13

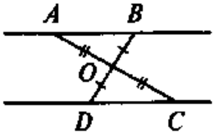


Рис. 3.14

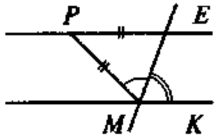


Рис. 3.15

1. *Дано:* $\angle 1 = 32°$, $\angle 2 = 32°$ (рис. 3.10).
Доказать: $a \parallel b$.
2. *Дано:* $\angle 1 = 48°$, $\angle 2 = 132°$ (рис. 3.11).
Доказать: $a \parallel b$.
3. *Дано:* $\angle 1 = 47°$, $\angle 2 = 133°$ (рис. 3.12).
Доказать: $a \parallel b$.
4. *Доказать:* $a \parallel b$ (рис. 3.13).
5. *Доказать:* $AB \parallel CD$ (рис. 3.14).
6. *Доказать:* $PE \parallel MK$ (рис. 3.15).
7. *Доказать:* $AB \parallel CD$; $AD \parallel BC$ (рис. 3.16).
8. *Доказать:* $AB \parallel CD$; $BC \parallel AD$ (рис. 3.17).

Запись решения задачи 5 на доске и в тетрадях.
Дано: $AC \cap BD = O$; $AO = CO$, $BO = DO$.
Доказать: $AB \parallel CD$.

Доказательство: $\Delta AOB = \Delta COD$ по двум сторонам и углу между ними ($AO = CO$, $BO = DO$ по условию задачи; $\angle AOB = \angle COD$ как вертикальные).

Так как $\Delta AOB = \Delta COD$, то $\angle OAB = \angle OCD$.

Углы OAB и OCD – накрест лежащие при прямых AB и CD и секущей AC и они равны, значит, $AB \parallel CD$, что и требовалось доказать.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

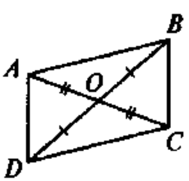


Рис. 3.16

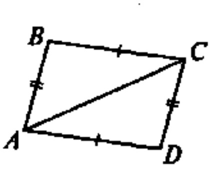


Рис. 3.17

Критерии оценивания:
- оценка «5» — правильно выполнены 3 задания (№ 6, 7, 8);
- оценка «4» — одно из заданий выполнено правильно, а при решении второго задания допущены незначительные ошибки;
- оценка «3» — правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» — не ставится.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие прямые называются параллельными?
2. Назовите накрест лежащие, соответственные, односторонние, вертикальные и смежные углы на рис. 3.5 (см. с. 174).
3. Продолжите утверждения.
   а) Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы...
   б) Если при пересечении двух прямых секущей сумма...
   в) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы...
4. Сформулируйте признаки параллельности прямых.

Домашнее задание

1. § 24, 25, вопросы 1–5.
2. Решить задачи № 186, 187 (учебник), № 84–87 (рабочая тетрадь).

Урок 31. Признаки параллельности прямых

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки доказательства теорем; закрепить навыки решения задач на применение признаков параллельности прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Провести теоретический опрос.

— Докажите признак параллельности прямых, связанный с накрест лежащими углами.

(Задание выполняет на доске наиболее подготовленный ученик.)

— Докажите признак параллельности прямых, связанный с:

а) односторонними углами;

б) соответственными углами.

(Каждый признак доказать 2–3 ученикам письменно на отдельных листочках, а затем сдать на проверку. Менее подготовленным учащимся решить задачи № 91, 96 (рабочая тетрадь).)

2. Выполнить тест на проверку теоретических знаний с последующей самопроверкой (рис. 3.18).

1) Выберите верные утверждения.

а) $\angle 1$ и $\angle 3$ – вертикальные;

б) $\angle 5$ и $\angle 1$ – односторонние;

в) $\angle 7$ и $\angle 6$ – соответственные;

г) $\angle 5$ и $\angle 3$ – накрест лежащие;

д) $\angle 2$ и $\angle 4$ – смежные;

е) $\angle 7$ и $\angle 1$ – накрест лежащие;

ж) $\angle 3$ и $\angle 7$ – односторонние.

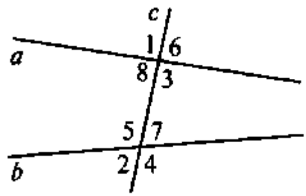


Рис. 3.18

2) Выберите верные утверждения.

Прямые *a* и *b* параллельны, если:

а) $\angle 1 = \angle 3$;

б) $\angle 8 + \angle 5 = 180°$;

в) $\angle 7 = \angle 6$;

г) $\angle 8 + \angle 3 = 180°$;

д) $\angle 5 = \angle 3$;

е) $\angle 2 = \angle 6$;

ж) $\angle 1 + \angle 4 = 180°$;

з) $\angle 1 + \angle 7 = 180°$.

3) Выберите неправильные концовки определения.

Прямые параллельны, если при пересечении двух прямых секущей...

а) односторонние углы равны;

б) сумма соответственных углов равна 180°;

в) вертикальные углы равны;

г) накрест лежащие углы равны;

д) сумма смежных углов равна 180°;

е) соответственные углы равны.

Ответы к тестам: 1 – а, в, г, д, ж; 2 – б, в, д, е, з; 3 – а, б, в, д.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания, при этом указаны все варианты ответа;
- оценка «4» – верно выполнены 2 задания; возможен неполный перечень вариантов ответов во 2-м задании; в одном из заданий указаны все варианты ответов;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но есть пропущенные варианты ответов;
- оценка «2» – неполный перечень ответов во всех заданиях с допущенными ошибками.

3. Решить устно задачи по готовым чертежам.

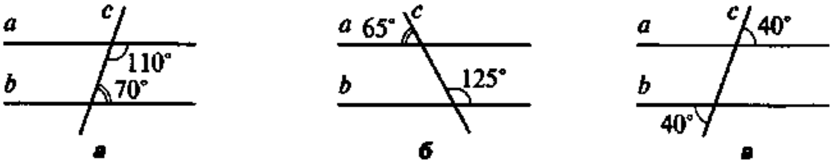


Рис. 3.19

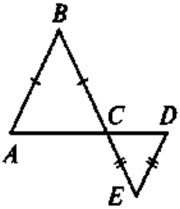


Рис. 3.20

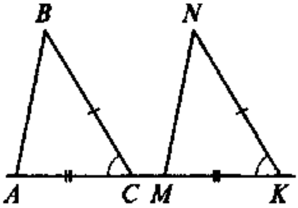


Рис. 3.21

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее. В это же время два-три ученика решают задачи № 90, 92 (рабочая тетрадь).)

1) Параллельны ли прямые a и b (рис. 3.19)? Почему?

2) *Доказать:* $AB \parallel DE$ (рис. 3.20).

3) *Доказать:* $AB \parallel MN$ (рис. 3.21).

III. Решение задач

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Решить задачи № 93, 97 (рабочая тетрадь) при консультативной помощи учителя, задачи № 94, 95 – самостоятельно.

II уровень сложности

Решить задачи с последующей проверкой по готовым ответам (работа в группах).

1. Укажите параллельные прямые (рис. 3.22). Ответ обоснуйте. (*Ответ:* $l_1 \parallel l_4$, $l_2 \parallel l_5$.)

2. *Доказать:* $NK \parallel AC$, $MN \parallel BC$ (рис. 3.23).

Доказательство: $\Delta MNK = \Delta BCA$ по двум сторонам и углу между ними.

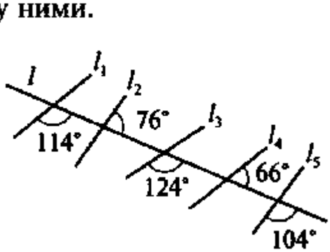


Рис. 3.22

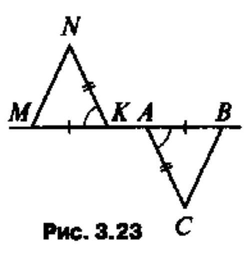


Рис. 3.23

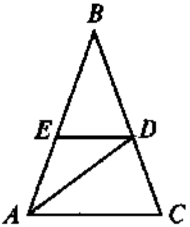


Рис. 3.24

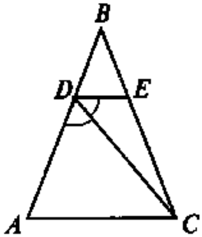


Рис. 3.25

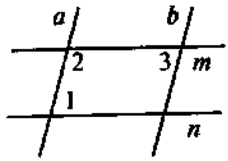


Рис. 3.26

$\angle K = \angle A$, следовательно, $NK \parallel AC$.

$\angle M = \angle B$, следовательно, $MN \parallel BC$.

3. *Дано:* $AB = BC$, $ED = AE$, $\angle C = 80°$, $\angle DAC = 40°$ (рис. 3.24).

Доказать: $ED \parallel AC$.

Доказательство: $\angle C = \angle BAC = 80°$, так как ΔABC – равнобедренный ($AB = BC$), $\angle DAC = 40°$, тогда $\angle EAD = 40°$.

$AE = ED$, тогда $\angle EDA = \angle EAD = 40°$.

Так как $\angle EDA = \angle DAC$, то $ED \parallel AC$.

4. *Дано:* $BD = BE$, DC – биссектриса $\angle ADE$, $\angle BDE = 70°$, $\angle DCA = 55°$ (рис. 3.25).

Доказать: $DE \parallel AC$.

Доказательство: $\angle BDE = 70°$, тогда $\angle EDA = 110°$.

DC – биссектриса $\angle ADE$, тогда $\angle EDC = 55°$.

$\angle EDC = \angle DCA = 55°$, тогда $DE \parallel AC$.

5. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ (рис. 3.26).

Доказать: $a \parallel b$, $m \parallel n$.

Доказательство: $\angle 1 = \angle 2$, тогда $m \parallel n$. $\angle 2 = \angle 3$, тогда $a \parallel b$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены не менее 4 заданий;
- оценка «4» – правильно выполнены не менее 3 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены не менее 2 заданий;
- оценка «2» – правильно выполнено 1 задание.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте признаки параллельности двух прямых.
2. При пересечении двух прямых третьей образовались углы, равные 50° и 130°. Могут ли данные прямые быть параллельными?
3. При пересечении двух прямых третьей один из углов равен 45°. Чему должны быть равны градусные меры оставщихся углов, чтобы прямые были параллельными?

Домашнее задание

1. § 24, 25, вопросы 3–5.
2. Решить задачи № 188, 189, 190.
3. Решить дополнительную задачу (рис. 3.27).

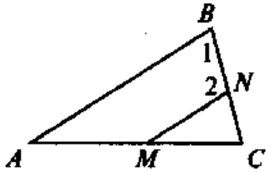


Рис. 3.27

Дано: $\angle 1 = 83°$, $\angle 2$ больше $\angle 1$ на $14°$.

Параллельны ли прямая MN и сторона AB?

Урок 32. Практические способы построения параллельных прямых

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки решения задач на применение признаков параллельности прямых; познакомить учащихся с практическими способами построения параллельных прямых и научить применять их на практике.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Самостоятельная работа обучающего характера

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

Решить задачи с последующей самопроверкой.

I уровень сложности

Вариант 1

1. Параллельны ли прямые a и b (рис. 3.28), если:

а) $\angle 1 = \angle 3$;
б) $\angle 1 = \angle 4$;
в) $\angle 1 + \angle 2 = 180°$;
г) $\angle 5 = \angle 6 = 90°$;
д) $\angle 1 = \angle 2$.

2. *Дано:* $\triangle ABC = \triangle CDE$; $BC = DE$ (рис. 3.29).

Доказать: $AB \parallel CD$.

Вариант 2

1. Параллельны ли прямые a и b (рис. 3.30), если:

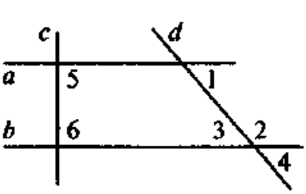


Рис. 3.28

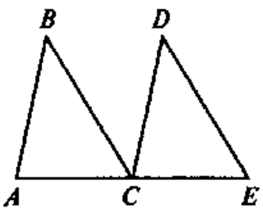


Рис. 3.29

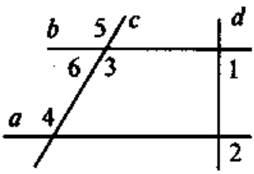


Рис. 3.30

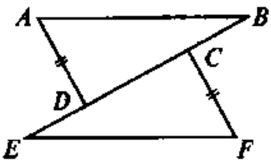


Рис. 3.31

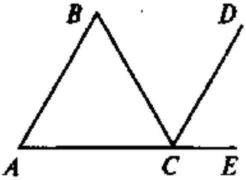


Рис. 3.32

а) $\angle 1 = \angle 2 = 90°$;

б) $\angle 3 = \angle 4$;

в) $\angle 4 = \angle 5$;

г) $\angle 6 = \angle 4$;

д) $\angle 4 + \angle 6 = 180°$.

2. *Дано:* $\Delta ABD = \Delta ECF$; $AD = CF$ (рис. 3.31).

Доказать: $AB \parallel EF$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = BC$; $\angle A = 60°$; CD – биссектриса $\angle BCE$ (рис. 3.32).

Доказать: $DC \parallel AB$.

2. *Дано:* $AB = CD$; $BC = AD$ (рис. 3.33).

Доказать: $BC \parallel AD$.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = BC$; $\angle A = 30°$; $\angle DCE = \frac{1}{5}\angle BCE$ (рис. 3.34).

Доказать: $AB \parallel CD$.

2. *Дано:* $AO = OC$; $BO = OD$ (рис. 3.35).

Доказать: $BC \parallel AD$.

Ответы для самопроверки:

I уровень сложности

Вариант 1

1. а) Да, так как $\angle 1$ и $\angle 3$ – накрест лежащие при прямых *a* и *b* и секущей *d*.

б) Да, так как $\angle 1$ и $\angle 4$ – соответственные при прямых *a* и *b* и секущей *d*.

в) Да, так как $\angle 1$ и $\angle 2$ – односторонние при прямых *a* и *b* и секущей *d*.

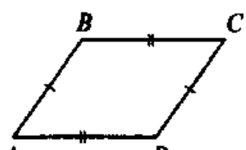


Рис. 3.33

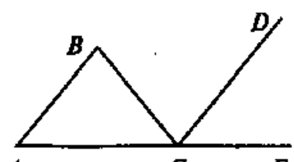


Рис. 3.34

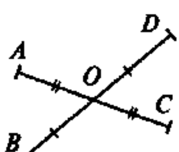


Рис. 3.35

г) Да, так как две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны.

д) Нет, так как $\angle 1$ и $\angle 2$ – односторонние при прямых a и b и секущей d.

2. Так как $\Delta ABC = \Delta CDE$ и $BC = DE$, то $\angle BAC = \angle DCE$. $\angle BAC$ и $\angle DCE$ – соответственные при прямых AB и CD и секущей AE, а так как $\angle BAC = \angle DCE$, то $AB \parallel CD$.

Вариант 2

1. а) Да, так как две прямые, перпендикулярные третьей, параллельны.

б) Да, так как $\angle 3$ и $\angle 4$ – накрест лежащие при прямых a и b и секущей c.

в) Да, так как $\angle 4$ и $\angle 5$ – соответственные при прямых a и b и секущей c.

г) Нет, так как $\angle 4$ и $\angle 6$ – односторонние при прямых a и b и секущей c.

д) Да, так как $\angle 4$ и $\angle 6$ – односторонние при прямых a и b и секущей c.

2. Так как $\Delta ABD = \Delta ECF$ и $AD = CF$, то $\angle B = \angle E$. $\angle B$ и $\angle E$ – накрест лежащие при прямых AB и EF и секущей BE, а так как $\angle B = \angle E$, то $AB \parallel EF$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Так как $AB = BC$ и $\angle A = 60°$, то $\angle BCA = 60°$ ($\angle A = \angle BCA$ как углы при основании равнобедренного ΔABC).

Так как CD – биссектриса $\angle BCE$, то $\angle DCE = \angle BCE : 2 = 120° : 2 = 60°$ ($\angle BCE$ и $\angle ACB$ – смежные и $\angle BCE = 180° - \angle ACB$).

Получили, что соответственные углы BAC и DCE при прямых AB и CD и секущей AE равны, следовательно, $AB \parallel CD$.

2. $\Delta ABC = \Delta CDA$ по трем сторонам ($AB = CD$, $BC = AD$, AC – общая сторона), следовательно, $\angle BCA = \angle CAD$ (рис. 3.36).

Но $\angle BCA$ и $\angle CAD$ – накрест лежащие углы при прямых BC и AD и секущей AC, и так как $\angle BCA = \angle CAD$, то $BC \parallel AD$.

Вариант 2

1. Так как $AB = BC$ и $\angle A = 30°$, то $\angle BCA = 30°$ ($\angle A = \angle BCA$ как углы при основании равнобедренного ΔABC).

$\angle BCA$ и $\angle BCE$ – смежные и их сумма равна 180°, поэтому $\angle BCE = 180° - 30° = 150°$.

$$\angle DCE = \frac{1}{5}\angle BCE = \frac{1}{5} \cdot 150° = 30°.$$

Получили, что соответственные углы BAC и DCE при прямых AB и CD и секущей AE равны, следовательно, $AB \parallel CD$.

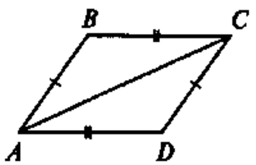


Рис. 3.36

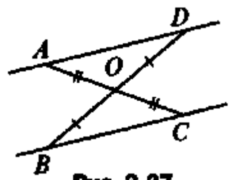


Рис. 3.37

2. $\Delta AOD = \Delta COB$ по двум сторонам и углу между ними ($AO = OC$, $BO = OD$, $\angle AOD = \angle COB$ как вертикальные), следовательно, $\angle ADO = \angle CBO$ (рис. 3.37).

Но $\angle ADO$ и $\angle CBO$ – накрест лежащие углы при прямых AD и BC и секущей BD, и так как $\angle ADO = \angle CBO$, то $BC \parallel AD$.

III. Изучение нового материала

(Практические способы построения параллельных прямых описаны в п. 26 учебника.)

– Прочитайте п. 26 учебника и ответьте на вопросы.

1. Как построить прямую, параллельную данной, через точку, не лежащую на данной прямой?
2. Какие инструменты необходимы для построения нескольких параллельных прямых?
3. Какие теоретические факты лежат в основе способов построения параллельных прямых?
4. Какой инструмент для построения параллельных прямых используется в чертежной практике?
5. Как называется инструмент для разметки параллельных прямых при выполнении столярных работ?

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи № 103, 104 (рабочая тетрадь).
2. Выполнить самостоятельно практические задания.

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

1. С помощью угольника и линейки проведите пять параллельных прямых.

2. С помощью угольника и линейки через точки A и B проведите прямые, параллельные прямой a (рис. 3.38).

3. С помощью угольника и линейки через вершины B и D проведите прямые a и b, параллельные AC. Будет ли $a \parallel b$ (рис. 3.39)? Ответ объясните.

4. С помощью угольника и линейки через вершины A, B и C проведите прямые a, b и c, параллельные прямой l (рис. 3.40). Параллельны ли эти прямые между собой? Пересечет ли прямая AC прямую l? Ответ объясните.

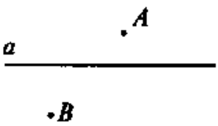


Рис. 3.38

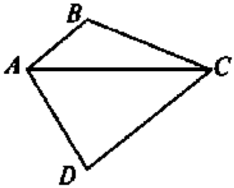


Рис. 3.39

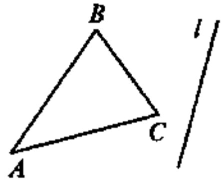


Рис. 3.40

5. С помощью циркуля и линейки через вершину C треугольника ABC проведите прямую, параллельную AB.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Назовите инструменты, используемые в практической деятельности человека для построения параллельных прямых.
2. Как построить параллельные прямые с помощью угольника и линейки?

Домашнее задание

1. § 26, вопрос 6.
2. Решить задачи № 191, 192, 194.
3. Рещить дополнительные задачи.

Задача 1

С помощью циркуля и линейки постройте прямую, параллельную одной стороне треугольника и проходящую через середину одной из двух других его сторон.

Задача 2

В треугольнике ABC BD – биссектриса $\angle ABC$, $AM = MB$. Постройте прямую, проходящую через точку M и параллельную BD с помощью циркуля и линейки.

Урок 33. Решение задач по теме «Признаки параллельности прямых»

Основные дидактические цели урока: повторить признаки параллельности прямых; совершенствовать навыки решения задач на применение признаков параллельности прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Проверить решение домашних задач № 191, 192 и дополнительной задачи 1.

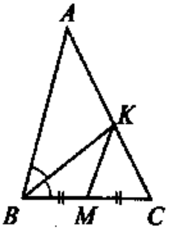


Рис. 3.41

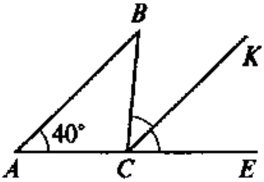


Рис. 3.42

(Три ученика записывают решение на доске, остальные решают задачи в рабочих тетрадях.)

Задача № 191

Решение: Так как $BM = MK$, то ΔBMK – равнобедренный с основанием BK, следовательно, $\angle MBK = \angle BKM$. Так как BK – биссектриса $\angle ABC$, то $\angle ABK = \angle KBM$, отсюда следует, что $\angle ABK = \angle BKM$. Но $\angle ABK$ и $\angle BKM$ – накрест лежащие при прямых AB и KM и секущей BK и так как они равны, то $AB \parallel KM$ (рис. 3.41).

Задача № 192

Решение: CK – биссектриса $\angle BCE$, а так как $\angle BCE = 80°$, то $\angle KCE = 40°$. $\angle BAC$ и $\angle KCE$ – соответственные при прямых AB и CK и секущей AE, и так как $\angle BAC = \angle KCE$, то $AB \parallel CK$, т. е. биссектриса $\angle BCE$ параллельна прямой AB (рис. 3.42).

Дополнительная задача 1

1) Построить середину отрезка AB – точку M.

2) Построить перпендикуляр к стороне BC, проходящий через точку M (ME, $E \perp BC$).

3) Построить перпендикуляр к отрезку ME, проходящий через точку M (MK, $K \perp AC$). MK – искомая прямая. $MK \parallel BC$, так как $MK \perp ME$ и $BC \perp ME$.

2. Решить задачи № 98—100 (рабочая тетрадь) самостоятельно с последующей самопроверкой (один из учащихся читает свое решение, остальные проверяют).

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. Параллельны ли прямые d и e (рис. 3.43)?

2. *Дано:* $EO = LO$; $FO = KO$ (рис. 3.44).

Доказать: $EF \parallel KL$.

3. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 2 + \angle 3 = 180°$ (рис. 3.45).

Доказать: $a \parallel c$.

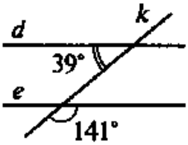


Рис. 3.43

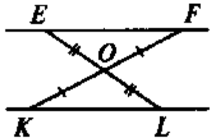


Рис. 3.44

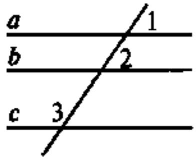


Рис. 3.45

Вариант 2

1. Параллельны ли прямые *m* и *n* (рис. 3.46)?

2. *Дано:* $NF = PF$; $MF = QF$ (рис. 3.47).

Доказать: $MN \parallel PQ$.

3. *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 180°$; $\angle 2 = \angle 3$ (рис. 3.48).

Доказать: $a \parallel c$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. Какие из прямых *a*, *b*, *c*, изображенных на рис. 3.49, являются параллельными?

2. *Дано:* $AB = BC$; $DE = EF$; $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 3.50).

Доказать: $AB \parallel DE$.

3. Прямая EK является секущей для прямых CD и MN ($E \in CD$, $K \in MN$). Угол DEK равен 65°. При каком значении угла NKE прямые CD и MN могут быть параллельными?

Вариант 2

1. Какие из прямых *m*, *n*, *k*, изображенных на рис. 3.51, являются параллельными?

2. *Дано:* $MN = NK$; $PO = OE$; $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 3.52).

Доказать: $MN \parallel OE$.

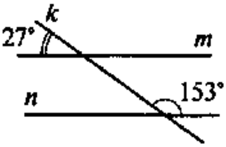


Рис. 3.46

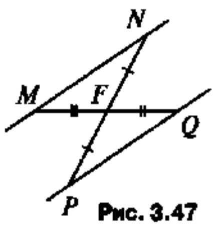


Рис. 3.47

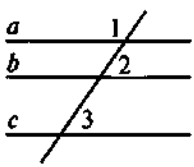


Рис. 3.48

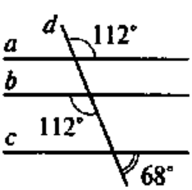


Рис. 3.49

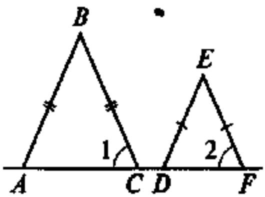


Рис. 3.50

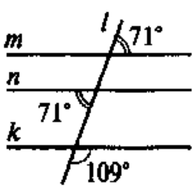


Рис. 3.51

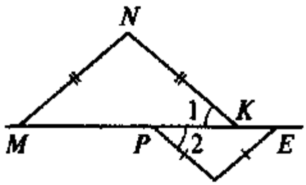


Рис. 3.52

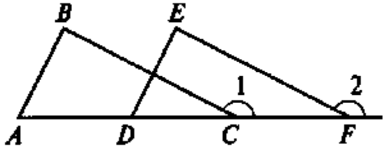


Рис. 3.53

3. Прямая MN является секущей для прямых AB и CD ($M \in AB$, $N \in CD$). Угол AMN равен 78°. При каком значении угла CNM прямые AB и CD могут быть параллельными?

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$; $BC = EF$; $AD = CF$ (рис. 3.53).
Доказать: $AB \parallel DE$.

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$; $BD \perp AC$; AC – биссектриса $\angle BAE$ (рис. 3.54).
Доказать: $BC \parallel AE$.

3. *Дано:* $AM = MD$; $DE = DF$; $AE = AF$ (рис. 3.55).
Доказать: $MD \parallel AF$.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$; $ED = BC$; $EF = AC$ (рис. 3.56).
Доказать: $EF \parallel AC$.

2. *Дано:* AC – биссектриса $\angle BAD$; $BE \perp AC$; $AE = EC$ (рис. 3.57).
Доказать: $AD \parallel BC$.

3. *Дано:* AC – биссектриса $\angle BAM$; $\angle BDA = \angle BEC$; $AD = CE$; $BE = BD$ (рис. 3.58).
Доказать: $AM \parallel BC$.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какими способами можно доказать параллельность двух прямых?
2. Сформулируйте признаки параллельности прямых.

Домашнее задание

1. Решить задачи № 193, 195 (учебник), № 101, 102 (рабочая тетрадь).

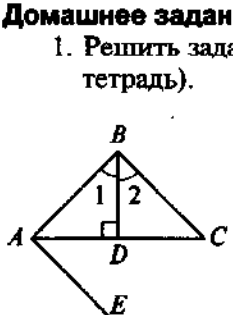


Рис. 3.54

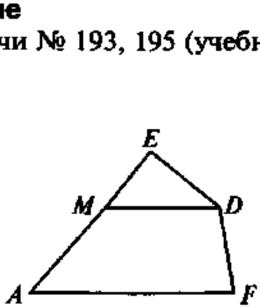


Рис. 3.55

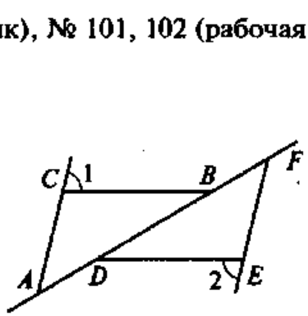


Рис. 3.56

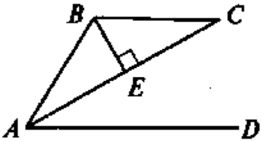


Рис. 3.57

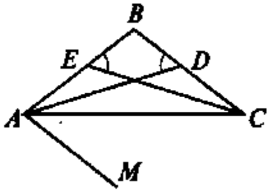


Рис. 3.58

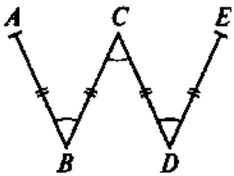


Рис. 3.59

2. Решить дополнительную задачу (рис. 3.59).

Дано: $AB = BC = CD = DE$; $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDE$.

Доказать: точки A, C, E лежат на одной прямой.

Решение:

1) $\Delta ABC = \Delta BCD$ по двум сторонам и углу между ними, следовательно, $\angle ACB = \angle CBD$, а отсюда $AC \parallel BD$, так как накрест лежащие углы при прямых AC и BD и секущей BC равны.

2) Из равенства треугольников BCD и CDE можно получить таким же образом, что $BD \parallel CE$.

3) $AC \parallel BD$, $CE \parallel DB$. Но через точку C, не лежащую на прямой BD, проходит только одна прямая, параллельная BD. Это значит, прямые AC и CE совпадают, а точки A, C, E лежат на одной прямой.

Урок 34. Аксиома параллельных прямых

Основные дидактически цели урока: ввести понятие аксиомы; рассмотреть аксиому параллельных прямых и ее следствия; научить учащихся решать задачи на применение аксиомы параллельных прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Проверить домашнюю дополнительную задачу и задачи № 101, 102 (рабочая тетрадь).

2. Проанализировать ошибки, допущенные в самостоятельной работе.

(I уровень сложности – подготовить рисунки к задачам на интерактивной доске или на карточках, разобрать устно решение задач; II и III уровень сложности – раздать каждому ученику ответы и указания к задачам и предложить самостоятельно найти ошибки в своей работе.)

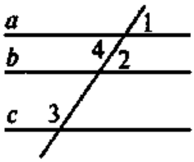


Рис. 3.60

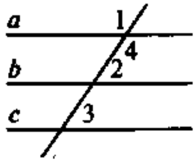


Рис. 3.61

Ответы и указания к задачам самостоятельной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $d \parallel e$.

2. $\Delta EOF = \Delta LOK$, значит, $\angle E = \angle L$. $\angle E = \angle L$, значит, $EF \parallel KL$.

3. $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, но $\angle 1 = \angle 4$, тогда $\angle 4 + \angle 3 = 180°$, значит $a \parallel c$ (рис. 3.60).

Вариант 2

1. $m \parallel n$.

2. $\Delta MFN = \Delta QFP$, значит, $\angle M = \angle Q$. $\angle M = \angle Q$, значит, $MN \parallel PQ$.

3. $\angle 1 + \angle 2 = 180°$. $\angle 2 = \angle 3$, но $\angle 1 = \angle 4$, значит, $\angle 4 + \angle 3 = 180°$. Следовательно, $a \parallel c$ (рис. 3.61).

II уровень сложности

Вариант 1

1. $a \parallel b \parallel c$.

2. ΔABC и ΔDEF – равнобедренные, $\angle 1 = \angle 2$, значит, $\angle A = \angle D$. $\angle A$ и $\angle EDF$ – соответственные при прямых AB и DE и секущей AF, следовательно, $AB \parallel DE$.

3. Рассмотрим два случая (рис. 3.62):

а) $\angle NKE = 115°$; б) $\angle NKE = 65°$.

Вариант 2

1. $m \parallel n \parallel k$.

2. ΔMNK и ΔPOE – равнобедренные, $\angle 1 = \angle 2$, тогда $\angle NMK = \angle PEO$, но $\angle NMK$ и $\angle PEO$ – накрест лежащие при прямых MN и OE и секущей ME, следовательно, $MN \parallel OE$.

3. Рассмотрим два случая (рис. 3.63):

а) $\angle CNM = 102°$; б) $\angle CNM = 78°$.

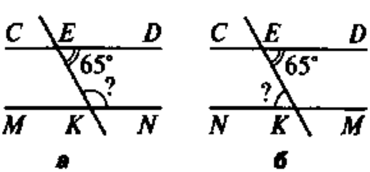


Рис. 3.62

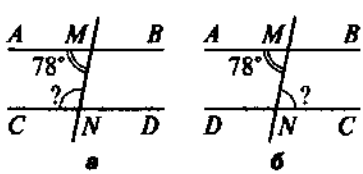


Рис. 3.63

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\Delta ABC = \Delta DEF$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $\angle BAC = \angle EDF$. $\angle BAC$ и $\angle EDF$ – соответственные при прямых AB и DE и секущей AF, следовательно, $AB \parallel DE$.

2. $\Delta ABD = \Delta CBD$ по стороне и прилежащим к ней углам, следовательно, $\angle BAD = \angle BCD$. AC – биссектриса $\angle BAE$, значит, $\angle BAD = \angle DAE$.

Получили, что накрест лежащие углы $\angle BCD$ и $\angle DAE$ при прямых BC и AE и секущей AC равны, значит, $BC \parallel AE$.

3. $\Delta AED = \Delta AFD$ по трем сторонам, поэтому $\angle EAD = \angle DAF$. ΔAMD – равнобедренный, значит, $\angle EAD = \angle MDA$.

$\angle MDA$ и $\angle DAF$ – накрест лежащие при прямых MD и AF и секущей AD и они равны, значит, $MD \parallel AF$.

Вариант 2

1. $\Delta ABC = \Delta FDE$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $\angle CAB = \angle EFD$. $\angle CAB$ и $\angle EFD$ – накрест лежащие при прямых AC и EF и секущей AF, следовательно, $AC \parallel EF$.

2. $\Delta ABE = \Delta CBE$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $\angle BAE = \angle BCE$. AC – биссектриса BAD, поэтому $\angle BAE = \angle EAD$.

Получили, что накрест лежащие углы BCE и EAD при прямых BC и AD и секущей AC равны, значит, $BC \parallel AD$.

3. $\Delta ADB = \Delta CEB$ по двум сторонам и углу между ними, отсюда $AB = BC$, значит, $\angle BAC = \angle BCA$ как углы при основании равнобедренного ΔABC. AC – биссектриса $\angle BAM$, значит, $\angle BAC = \angle CAM$. Накрест лежащие углы CAM и ACB при прямых AM и BC и секущей AC равны, значит, $AM \parallel BC$.

III. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня на уроке будем заниматься? (*Примерный ответ.* Продолжим изучать параллельные прямые и т. д.)

Да, сегодня мы продолжим изучать параллельные прямые, для этого мы познакомимся с аксиомой параллельных прямых. Узнаем что такое аксиома, познакомимся с аксиомами планиметрии.

2. Провести беседу об аксиомах геометрии (см. п. 27 и приложение 1 учебника).

3. Решить самостоятельно задачу с последующим обсуждением.

Задание: Через точку A, не лежащую на прямой a, провести прямую, параллельную прямой a.

Построение:

1) Провести через точку A прямую b так, что $a \perp b$ (рис. 3.64);

2) Провести через точку A прямую c так, что $b \perp c$.

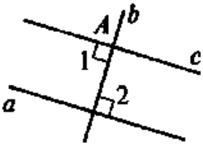


Рис. 3.64

Доказательство: $\angle 1 = \angle 2 = 90°$, т. е. накрест лежащие углы при прямых a и c и секущей b равны, следовательно, $a \parallel c$.

– Всегда ли через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной?
– Сколько прямых, параллельных данной, можно провести через точку, не лежащую на данной прямой?

Можно ли доказать, что через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной? Многие математики, начиная с древних времен, пытались доказать данное утверждение, а в «Началах» Евклида это утверждение называется пятым постулатом. Попытки доказать пятый постулат Евклида не увенчались успехом, и лишь в XIX в. было окончательно выяснено, что утверждение о единственности прямой, проходящей через данную точку параллельно данной прямой, не может быть доказано на основе остальных аксиом Евклида, а само является аксиомой. Огромную роль в решении этого вопроса сыграл русский математик Николай Иванович Лобачевский. Итак, аксиома параллельных прямых гласит: «Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной».

– Является ли утверждение «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную данной» аксиомой? Почему? (*Это утверждение не является аксиомой, так как оно доказывается.*)
– Чем отличаются вышеуказанные утверждения? (*Аксиома параллельных прямых говорит о единственности такой прямой, а другое утверждение – о существовании такой прямой.*)

(Понятие следствия и рассмотрение следствий аксиомы параллельных прямых (см. п. 28 учебника).)

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи № 105 (рабочая тетрадь), № 197, 199 (учебник). (Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

Задача № 197

1) Через точку, не лежащую на прямой p, может проходить только одна прямая, параллельная данной, поэтому другие три

не параллельны прямой *p*, то есть эти прямые пересекаются с прямой *p*.

2) Может оказаться, что ни одна прямая, проходящая через указанную точку, не параллельна прямой *p*, тогда все четыре прямые пересекаются с прямой *p*.

(*Ответ:* Три или четыре.)

Задача № 199

Решение: Прямые *BC* и *AC* имеют общие точки с прямой *AB* (рис. 3.65). По следствию аксиомы параллельности прямых «если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую». А прямые *BC* и *AC* пересекают прямую *AB*, значит, они пересекают и прямую *p*, так как по условию задачи $AB \parallel p$.

2. Решить задачи (работа в парах).

Задача 1

Прямая *d* пересекает прямую *b* (рис. 3.66). Пересечет ли эта прямая прямую *a*? Почему?

Решение: По условию задачи $\angle 2 = 80°$. $\angle 2$ и $\angle 3$ – смежные и $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, тогда $\angle 3 = 100°$ (рис. 3.67).

$\angle 1$ и $\angle 3$ – соответственные углы при прямых *a* и *b* и секущей *c*, и они равны, значит, $a \parallel b$.

Прямая *d* пересекает прямую *b*, параллельную прямой *a*. По следствию аксиомы параллельных прямых прямая *d* пересекает прямую *a*. (*Ответ:* прямая *d* пересечет прямую *a*.)

Задача 2

Пересечет ли прямая *a* прямую *DE* (рис. 3.68)? Ответ поясните.

Решение:

1. Пусть *CK* – биссектриса $\angle BCD$. Тогда $\angle ABC = \angle BCK = 30°$, а так как данные углы являются накрест лежащими при прямых *AB* и *CK* и секущей *BC*, то $AB \parallel CK$. Так как *a* пересекает *AB*, то *a* пересекает и *CK* (рис. 3.69).

2. $\angle EDP = 150°$, тогда $\angle CDE = 30°$. Но $\angle KCD = 30°$ тоже. Накрест лежащие углы *KCD* и *EDP* равны, значит, $KC \parallel ED$. А так

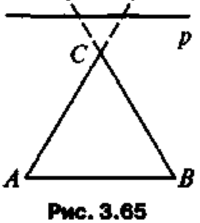


Рис. 3.65

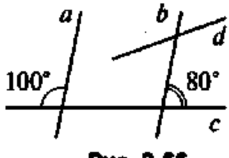


Рис. 3.66

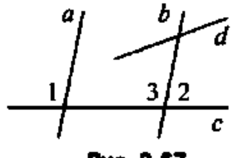


Рис. 3.67

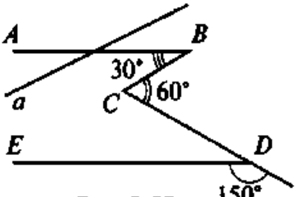


Рис. 3.68

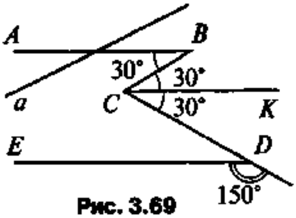


Рис. 3.69

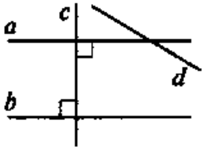


Рис. 3.70

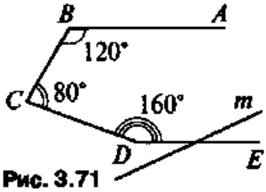


Рис. 3.71

как a пересекает CK, то она пересекает и DE. (*Ответ:* Прямая a пересечет прямую DE.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сколько прямых можно провести через две точки?
2. Сколько отрезков, равных данному, можно отложить на луче от его начала?
3. Сколько углов, равных данному неразвернутому углу, можно отложить от луча в заданную сторону?
4. Сформулируйте аксиому параллельных прямых.
5. Сформулируйте следствия аксиомы параллельных прямых.

Домашнее задание

1. § 27, 28, вопросы 7–11.
2. Решить задачи № 196, 198, 200.
3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Дано: $a \perp c$, $b \perp c$, прямая d пересекает a (рис. 3.70).

Пересекает ли прямая d прямую b? Почему?

Задача 2

Дано: Прямая m пересекает прямую DE (рис. 3.71).

Пересекает ли эта прямая прямую AB? Ответ поясните.

Урок 35. Свойства параллельных прямых

Основные дидактические цели урока: рассмотреть свойства параллельных прямых; показать учащимся применение свойств параллельных прямых; закрепить знания, умения, навыки учащихся по теме «Аксиома параллельных прямых».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Выполнить задания с последующим объяснением.

– Докажите, что через данную точку, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной.
– Докажите, что прямая, пересекающая одну из двух параллельных прямых, пересекает и другую.
– Докажите, что если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

(Три ученика работают у доски, остальные выполняют тест в тетрадях.)

2. Выполнить тест с последующей самопроверкой.

1) Вычеркните лишние слова в скобках.

Аксиома – это (*очевидные, принятые, исходные*) положения геометрии, не требующие (*объяснений, доказательств, обоснований*).

2) Выберите окончание формулировки аксиомы параллельных прямых:

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит...
а) только одна прямая, параллельная данной;
б) всегда проходит прямая, параллельная данной;
в) только одна прямая, не пересекающаяся с данной.

3) Что может быть следствием аксиомы или теоремы? Укажите неверные ответы.
а) Утверждение, не требующее доказательства.
б) Новая теорема, для доказательства которой использована аксиома или теорема.
в) Утверждение, непосредственно выводимое из аксиомы или теоремы.

4) Укажите следствия аксиомы параллельных прямых.
а) Если отрезок или луч пересекает одну из параллельных прямых, то он пересекает и другую.
б) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны друг другу.
в) Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она пересекает и другую.
г) Если три прямые параллельны, то любые две из них параллельны друг другу.
д) Если две прямые не параллельны третьей прямой, то они не параллельны между собой.

е) Если прямая пересекает одну из параллельных прямых, то она не может не пересекать другую.

ж) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они не могут быть нс параллельны между собой.

5) Если через точку, лежащую вне прямой, проведено несколько прямых, то сколько из них пересекаются с исходной прямой? Укажите правильный ответ.

а) Неизвестно, так как не сказано, сколько прямых проведено через точку.

б) Все, кроме параллельной прямой.

в) Все, которые имеют на рисунке точку пересечения с исходной прямой.

6) Почему, если одна из прямых, проходящих через точку, лежащую вне заданной прямой, параллельна этой прямой, то другие прямые, проходящие через эту точку, не могут быть ей параллельны? Укажите неправильный ответ.

а) Это противоречит аксиоме параллельных прямых.

б) Любая другая прямая, если она также параллельна заданной, совпадет с первой.

в) Все другие прямые имеют точку пересечения с заданной прямой, хотя она может находиться на сколь угодно большом расстоянии от исходной точки.

Ответы к тесту: 1 – следует вычеркнуть слова: *очевидные*, *принятые*, *объяснений*, *обоснований*; 2 – а; 3 – а, б; 4 – б, в, е, ж; 5 – б; 6 – в.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены не менее 5 заданий;
- оценка «4» – правильно выполнены не менее 4 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены не менее 3 заданий;
- оценка «2» – правильно выполнены не более 2 заданий.

III. Работа по теме урока

1. Решить задачу (рис. 3.72).

а) *Доказать:* $AB \parallel CD$.

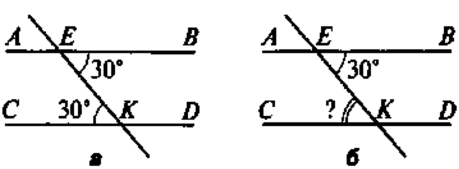


Рис. 3.72

б) ***Дано:*** $AB \parallel CD$.

Найти: $\angle EKC$.

(Следует обратить внимание учащихся, что в первой задаче $a \parallel b$ по первому признаку параллельности прямых, а вторая задача является обратной первой, и мы не знаем, равны ли накрест лежащие углы, если прямые параллельны. Таким образом, перед учащимися поставлена проблема, которую необходимо разрешить.)

2. Формулировка темы урока.

— Как вы думаете, какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Научиться определять величины углов при пересечении двух параллельных прямых третьей и т. д.)

Да, сегодня мы с вами должны изучить свойства углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей.

Пусть $a \parallel b$, c — их секущая, $\angle 1$ и $\angle 2$ — накрест лежащие углы, образованные данными прямыми.

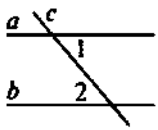
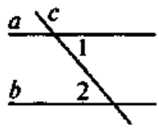
Требуется выяснить, равны ли $\angle 1$ и $\angle 2$.

(Решение этой задачи выполнить по учебнику.)

Свойство накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей: Если две параллельные прямые пересечены третьей, то накрест лежащие углы равны.

Во всякой теореме различают две части: **условие** и **заключение**. Условие теоремы — это то, что дано, а заключение — то, что требуется доказать.

— Заполните таблицу.

Название теоремы	**Признак параллельности прямых**	**Свойство параллельных прямых**
Формулировка теоремы	Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны	Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны
Условие (дано)	 Прямые a, b; c — их секущая; $\angle 1$, $\angle 2$ — накрест лежащие углы; $\angle 1 = \angle 2$	 Прямые a, b; c — их секущая; $\angle 1$, $\angle 2$ — накрест лежащие углы; $a \parallel b$
Заключение (доказать)	$a \parallel b$	$\angle 1 = \angle 2$

– В чем заключается разница между этими теоремами? (*Примерный ответ.* Теоремой, **обратной** данной, называется такая теорема, в которой условием является заключение данной теоремы, а заключением – условие данной теоремы.)

2. Провести беседу о методе доказательства от противного по учебнику.

3. Доказать следствия свойства накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей и свойств соответственных и односторонних углов при параллельных прямых и их секущей (работа в группах).

(Учитель делит класс на группы. Каждая группа выполняет одно из заданий. По окончании работы учащиеся заслушивают ответы представителей групп.)

Задания для работы в группах.

– Докажите, что если прямая перпендикулярна к одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и другой. (*Данное утверждение является следствием свойства накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей.*)
– Сформулируйте теорему, обратную признаку параллельности прямых, использующему соответственные углы. Дайте название полученной теореме и докажите ее.
– Сформулируйте теорему, обратную признаку параллельности прямых, использующему односторонние углы. Дайте название полученной теореме и докажите ее.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи по готовым чертежам.

1) *Дано:* $\angle 1 = 75°$; $a \parallel b$ (рис. 3.73).

Найти: $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

2) *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 160°$; $a \parallel b$ (рис. 3.74).

Найти: $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$.

2. Решить задачи № 106, 107, 108 (рабочая тетрадь).

(В конце урока менее подготовленные учащиеся сдают тетради на проверку.)

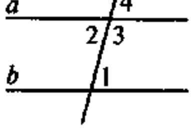


Рис. 3.73

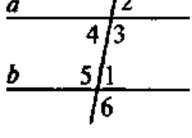


Рис. 3.74

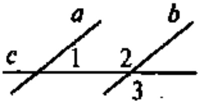


Рис. 3.75

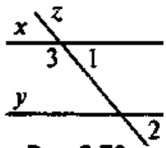


Рис. 3.76

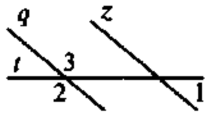


Рис. 3.77

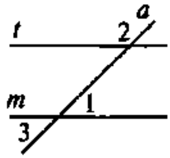


Рис. 3.78

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте свойство накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей.
2. Сформулируйте следствие свойства накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей.
3. Сформулируйте свойство соответственных углов при параллельных прямых и их секущей.
4. Сформулируйте свойство односторонних углов при параллельных прямых и их секущей.

Домашнее задание

1. § 29, вопросы 12–15.
2. Решить задачи по готовым чертежам.

1) *Дано:* $a \parallel b$; $\angle 1$ в 4 раза меньше $\angle 2$ (рис. 3.75).
Найти: $\angle 3$.
2) *Дано:* $x \parallel y$; $\angle 1 + \angle 2 = 100°$ (рис. 3.76).
Найти: $\angle 3$.
3) *Дано:* $q \parallel z$; $\angle 1 : \angle 2 = 2 : 7$ (рис. 3.77).
Найти: $\angle 3$.
4) *Дано:* $\angle 2$ на 90° больше $\angle 1$ (рис. 3.78).
Найти: $\angle 3$.

Урок 36. Свойства параллельных прямых

Основные дидактические цели урока: закрепить свойства параллельных прямых; совершенствовать навыки доказательств теорем; научить учащихся решать задачи на применение свойств параллельных прямых и признаков параллельных прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос.

2. Выполнить задания (самостоятельная работа у доски с последующим заслушиванием готовых ответов.)

– Докажите свойство накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей.
– Докажите свойство соответственных углов при параллельных прямых и их секущей.
– Докажите свойство односторонних углов при параллельных прямых и их секущей.
– Докажите, что если прямая перпендикулярна одной из двух параллельных прямых, то она перпендикулярна и к другой.

3. Решить задачу № 109 (рабочая тетрадь).

(Два-три ученика самостоятельно решают задачу, тетради сдают на проверку учителю.)

3. Выполнить задания (фронтальная работа).
– Сформулируйте утверждение, обратное данному, и выясните, верно ли оно.

а) Вертикальные углы равны.

б) Сумма смежных углов равна 180°.

в) Если накрест лежащие углы при пересечении двух прямых их секущей равны, то эти прямые параллельны.

г) Если C – середина отрезка AB, то $AC = CB$.

д) В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является его медианой и высотой.

4. Проверить домашнее задание по готовым чертежам.

III. Решение задач

1. Решить задачи № 114, 115 (рабочая тетрадь).

(Один учащийся вслух читает задачу и решает ее, остальные учащиеся исправляют его ошибки).

2. Решить задачи № 202, 205 с последующим обсуждением (работа в парах).

3. Решить самостоятельно задачи № 203, 206.

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

4. Решить дополнительную задачу (рис. 3.79).

Дано: $AB = CD$, $AK = DF$, $A = D = 60°$, $\angle AKB = \angle KBC = 90°$.

Доказать: $BK \parallel CF$, $BC \parallel AD$.

Задача № 202

Решение:

1) $\angle 1$, $\angle 2$ – односторонние углы при прямых a и b и секущей d, $\angle 1 + \angle 2 = 42° + 140° = 182° \neq 180°$, следовательно, прямые a и b не параллельны (рис. 3.80).

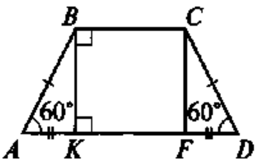


Рис. 3.79

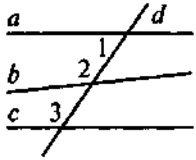


Рис. 3.80

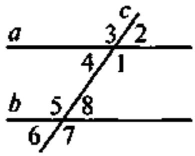


Рис. 3.81

2) $\angle 2$ и $\angle 3$ – соответственные углы при прямых c и b и секущей d и $\angle 2 \neq \angle 3$ ($\angle 2 = 140°$, $\angle 3 = 138°$), т. е. прямые c и b не параллельны.

3) $\angle 1$ и $\angle 3$ – односторонние углы при прямых a и c и секущей d и $\angle 1 + \angle 3 = 42° + 138° = 180°$, следовательно, прямые a и c параллельны. (*Ответ:* $a \parallel c$.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Как проверить, параллельны ли прямые a и b? Как называются углы 1 и 2?

– Параллельны ли прямые b и c? Какой из признаков параллельности прямых позволяет это определить?

– Назовите признак параллельности прямых, позволяющий установить, параллельны ли прямые a и c.

Задача № 203

Решение:

а) Пусть $\angle 1 = 150°$, тогда $\angle 3 = 150°$, $\angle 2 = 30°$, $\angle 4 = 30°$, $\angle 8 = 30°$, $\angle 6 = 30°$, $\angle 5 = 150°$, $\angle 7 = 150°$ (рис. 3.81).

б) Пусть $\angle 1$ на 70° больше, чем $\angle 2$. Так как $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, то $\angle 2 = 55°$, $\angle 1 = 125°$, тогда $\angle 3 = 125°$, $\angle 4 = 55°$. Так как $a \parallel b$, то $\angle 8 = 55°$, $\angle 5 = 125°$, $\angle 6 = 55°$, $\angle 7 = 125°$.

Задача № 205

Решение:

$\angle MPS = \angle APO$ как вертикальные, значит, $\angle APO = 73°$. $\angle APO + \angle COP = 73° + 107° = 180°$, а $\angle APO$ и $\angle COP$ – односторонние углы при прямых AB и CD и секущей ME, значит, $AB \parallel CD$. Так как $AB \parallel CD$, то $\angle NSB = \angle STD$, следовательно, $\angle NSB = 92°$ (т. е. $\angle 1 = 92°$) (рис. 3.82).

Наводящие вопросы к задаче.

– Есть ли на рисунке параллельные прямые? Какие?

– Чему равна градусная мера угла 1?

Задача № 206

Решение:

а) AB может быть параллельна CD (рис. 3.83, а);

б) AB и CD могут пересекаться (рис. 3.83, б).

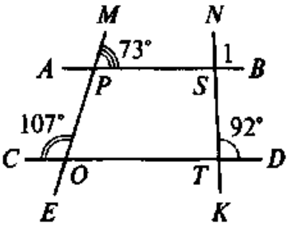


Рис. 3.82

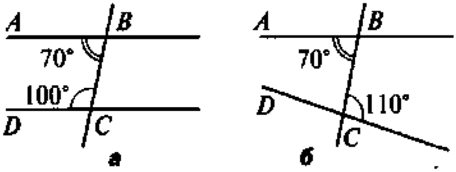


Рис. 3.83

Дополнительная задача

1) $\angle KBC = \angle AKB = 90°$, а так как это накрест лежащие углы при прямых BC и AD и секущей KB, то $BC \parallel AD$.

2) $\Delta ABK = \Delta DCF$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = CD$, $AK = DF$, $\angle A = \angle D$), следовательно, $\angle AKB = \angle CFD = 90°$.

3) Так как $BC \parallel AD$, $\angle CFD = 90°$, то $\angle KFC = 90°$.

4) $\angle AKB = \angle KFC = 90°$, а так как эти углы соответственные при прямых BK и CF и секущей AD, то $BK \parallel CF$.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте свойства углов при параллельных прямых и их секущей.
2. Сформулируйте следствие свойства накрест лежащих углов при параллельных прямых и их секущей.
3. При пересечении двух параллельных прямых третьей один из углов равен 70°. Какие градусные меры могут принимать другие углы?
4. Две параллельные прямые пересечены третьей. Могут ли образовавшиеся при этом углы быть равными?

   а) 42° и 128°; в) 90° и 90°;
   б) 53° и 127°; г) 25° и 25°.

Домашнее задание

1. § 29, вопросы 13–15.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 110–113 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 204, 207, 209 (учебник).
3. Решить дополнительные задачи по готовым чертежам.

Задача 1

Найти: $\angle C$ (рис. 3.84).

Задача 2

Доказать: AB – биссектриса угла XAZ (рис. 3.85).

Решение:

1) $\angle A + \angle B = 180°$, следовательно $BC \parallel AD$. Так как $BC \parallel AD$, то $\angle BCD + \angle CDA = 180°$, тогда $\angle C = 130°$.

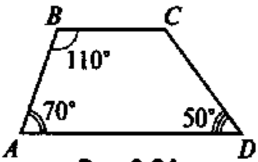


Рис. 3.84

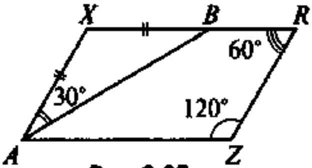


Рис. 3.85

2) $\angle BRZ + \angle RZA = 180°$, следовательно, $XR \parallel AZ$. ΔAXB – равнобедренный, значит, $\angle XAB = \angle XBA = 30°$. $XR \parallel AZ$, следовательно, $\angle XBA = \angle BAZ = 30°$.

Так как $\angle XAB = 30°$ и $\angle BAZ = 30°$, то AB – биссектриса $\angle XAZ$.

Урок 37. Решение задач по теме «Параллельные прямые»

Основные дидактические цели урока: закрепить признаки параллельных прямых, свойства параллельных прямых и аксиому параллельных прямых; совершенствовать навыки решения задач на применение признаков и свойств параллельных прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести индивидуальный письменный теоретический опрос по вопросам 13–15 (3–6 учащихся).

2. Проверить решение дополнительных домашних задач.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее. Один ученик у доски рассказывает решение задачи, делая краткие записи на рисунке. Учащиеся его слушают, а затем исправляют ошибки.)

3. Выполнить задание (фронтальная работа).

Задание

Ученик, отвечая на вопросы учителя, дал соответствующие ответы. Проверьте, верны ли они. В случае неверного ответа укажите ошибки и сформулируйте правильный ответ.

а) *Дано:* $a \parallel b$ (рис. 3.86).

Найти: $\angle 1$.

Решение: $\angle 1 = 85°$, так как они накрест лежащие при параллельных прямых a и b и секущей c.

б) *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 3 = 148°$ (рис. 3.87).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

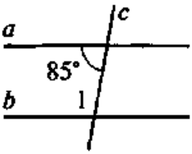


Рис. 3.86

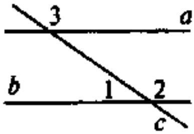


Рис. 3.87

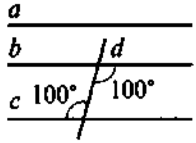


Рис. 3.88

Решение: $\angle 2 = \angle 3 = 148°$, так как они соответственные при параллельных прямых a и b и секущей c. $\angle 1$ и $\angle 2$ – смежные, поэтому $\angle 1 = 180° - \angle 2$, $\angle 1 = 42°$.

в) *Дано:* $a \parallel b$. Параллельны ли a и c (рис. 3.88).

Решение: $b \parallel c$, так как равны накрест лежащие углы. Значит, и $a \parallel c$.

Примечание: В каждом задании есть или ошибки, или неточности в пояснениях.

III. Решение задач

1. Решить самостоятельно задачи по готовым чертежам, сделав краткие записи.

(Ответы для самопроверки подготовить заранее.)

Вариант 1

1) *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 1$ больше $\angle 2$ в 2 раза (рис. 3.89).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

2) *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2 = 122°$ (рис. 3.90).
Найти: $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$, $\angle 8$.

3) *Дано:* $AD \parallel BC$, $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 65°$ (рис. 3.91).
Найти: $\angle ABC$.

Вариант 2

1) *Дано:* $m \parallel n$, $\angle 2$ больше $\angle 1$ на 30° (рис. 3.92).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

2) *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 2 + \angle 5 = 240°$ (рис. 3.93).
Найти: $\angle 1$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 6$, $\angle 7$, $\angle 8$.

3) *Дано:* $CD \parallel AB$, $\angle 1 = 40°$, $\angle 2 = 75°$ (рис. 3.94).
Найти: $\angle ABC$.

Ответы для самопроверки:

Вариант 1

1) $\angle 2 = 60°$, $\angle 1 = 120°$.

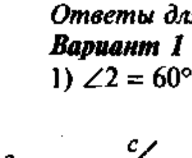


Рис. 3.89

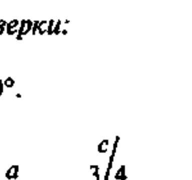


Рис. 3.90

Рис. 3.91

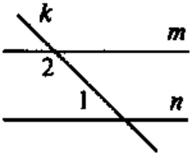


Рис. 3.92

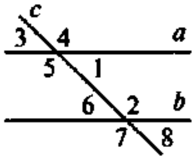


Рис. 3.93

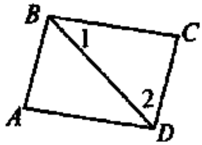


Рис. 3.94

2) $\angle 4 = \angle 7 = 61°$, $\angle 3 = \angle 5 = \angle 6 = \angle 8 = 119°$.

3) $\angle ABC = 115°$.

Вариант 2

1) $\angle 1 = 75°$, $\angle 2 = 105°$.

2) $\angle 4 = \angle 7 = 120°$, $\angle 1 = \angle 3 = \angle 6 = \angle 8 = 60°$.

3) $\angle ABC = 115°$.

2. Решить задачу (работа в парах).

(По окончании работы заслушать решение задачи).

Дано: $AB \parallel DE$ (рис. 3.95, а).

Доказать: $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$.

Подсказка: Через точку C проведите прямую, параллельную AB.

Доказательство: Через точку C, не лежащую на прямой AB, можно провести прямую KC, параллельную AB, и притом только одну (рис. 3.95, б).

Так как $KC \parallel AB$, а $AB \parallel DE$ по условию задачи, то $KC \parallel DE$.

$\angle 1 = \angle ACK$ как накрест лежащие при параллельных прямых AB и KC и секущей AC.

$\angle 2 = \angle KCD$ как накрест лежащие при параллельных прямых KC и DE и секущей DC.

Так как $\angle 1 = \angle ACK$, $\angle 2 = \angle KCD$, а $\angle 3 = \angle ACD = \angle ACK + {} + \angle KCD$, то $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$, что и требовалось доказать.

Наводящие вопросы к задаче.

– Для чего проведена прямая, проходящая через точку C и параллельная прямой AB?
– Параллельна ли прямая KC прямой DE?
– Что вы можете сказать об углах *1* и ACK, *2* и KCD?
– Чему равна сумма углов ACK и KCD?

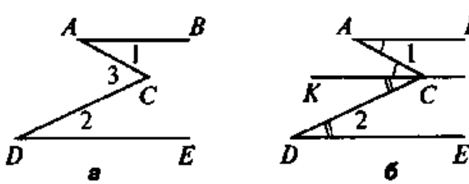


Рис. 3.95

IV. Самостоятельное решение задач

(Учащиеся сами выбирают, задачи какого уровня они будут решать. В конце урока сдают тетради на проверку.)

I уровень сложности

1. *Дано:* $\angle 1 = 60°$, $\angle 2 = 20°$, $a \parallel b$ (рис. 3.96).

Найти: $\angle 3$.

Решение: Через точку C провести прямую, параллельную прямой a, и доказать, что $\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$, $\angle 3 = 80°$.

2. *Дано:* $\angle AOP = 80°$, $\angle OPS = 80°$, $\angle FSP = 40°$ (рис. 3.97).

Найти: $\angle OFK$, $\angle KFB$.

Решение: $\angle AOP = \angle OPS$, тогда $AB \parallel CD$, тогда $\angle OFK = 40°$, $\angle KFB = 140°$.

3. ***Найти:*** x, y (рис. 3.98).

Решение: $\angle E + \angle F = 180°$, тогда $EK \parallel FP$, поэтому $x = 50°$, $y = 130°$.

4. *Дано:* AE – биссектриса $\angle BAD$ (рис. 3.99).

Найти: $\angle ABE$, $\angle BEA$.

Решение: $\angle C + \angle D = 180°$, значит, $BC \parallel AD$, тогда $\angle BEA = \angle EAD = 30°$. AE – биссектриса $\angle BAD$, поэтому $\angle BAE = \angle EAD = 30°$, а $\angle BAD = 60°$. $BC \parallel AD$, значит, $\angle ABE + \angle BAD = 180°$, тогда $\angle ABE = 120°$.

II уровень сложности

1. ***Найти:*** x, y (рис. 3.100).

Указание: Докажите, что $PE \parallel KF$ из равенства углов, градусные меры которых 70°, тогда $y = 52°$, $x = 128°$.

2. ***Найти:*** x, если $\angle ABE = \angle CBE$ (рис. 3.101).

Решение: $\angle C + \angle D = 180°$, значит, $BC \parallel AD$, тогда $\angle AEB = \angle EBC = 52°$. $\angle ABE = \angle CBE$, поэтому $\angle ABC = 104°$.

Так как $BC \parallel AD$, а $\angle ABC = 104°$, то $\angle BAE = 76°$, т. е. $x = 76°$.

3. *Дано:* PT – биссектриса $\angle KPM$ (рис. 3.102).

Найти: x.

Решение: $\angle M + \angle N = 180°$, значит, $NK \parallel MP$, тогда $\angle K = \angle KPM = 68°$. PT – биссектриса $\angle KPM$, значит, $\angle TPM = 34°$.

$NK \parallel MP$, тогда $\angle TPM = \angle PTK = 34°$, т. е. $x = 34°$.

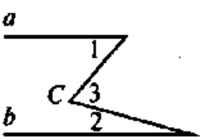


Рис. 3.96

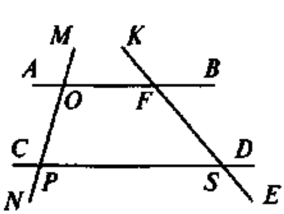


Рис. 3.97

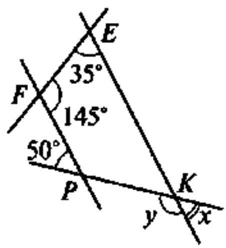


Рис. 3.98

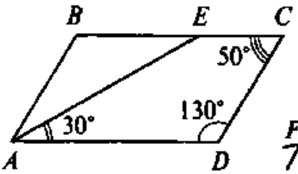


Рис. 3.99

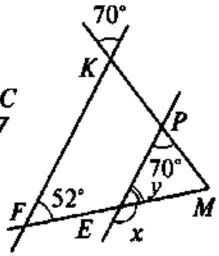


Рис. 3.100

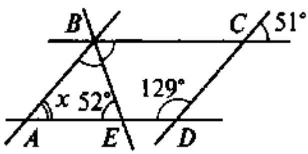


Рис. 3.101

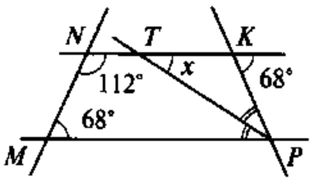


Рис. 3.102

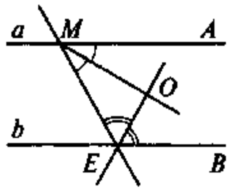


Рис. 3.103

4. *Дано:* $a \parallel b$ (рис. 3.103).

Найти: $\angle MOE$.

Указание: Через точку O провести прямую, параллельную прямой MA, и доказать $\angle MOE = \angle AMO + \angle OEB$.

Так как $a \parallel b$, то $\angle AME + \angle MEB = 180°$, но $\angle AMO = \frac{1}{2}\angle AME$, $\angle OEB = \frac{1}{2}\angle MEB$, тогда $\angle AMO + \angle OEB = \frac{1}{2}(\angle AME + \angle MEB) = 90°$, т. е. $\angle MOE = 90°$.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте свойства углов при параллельных прямых и их секущей.
2. Сформулируйте признаки параллельных прямых.
3. Могут ли быть параллельными прямые, если при их пересечении с третьей прямой образовались углы, градусные меры которых равны: а) 54° и 136°; б) 75° и 105°; в) 80° и 80°?
4. Две параллельные прямые пересечены третьей.
   а) Может ли один из образовавшихся углов быть в два раза больше другого?
   б) Могут ли образовавшиеся углы быть равными?
   в) Может ли один из образовавшихся углов быть меньше другого на 180°?

Домашнее задание

Решить задачи № 208, 210, 211, 212.

Урок 38. Решение задач по теме «Параллельные прямые»

Основные дидактические цели урока: закрепить признаки параллельных прямых, свойства параллельных прямых и аксиому параллельных прямых; совершенствовать навыки решения задач на применение свойств параллельных прямых и признаков параллельности прямых.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания. Повторение

1. Проверить решение домашней задачи № 211.

(Два ученика заранее записывают решение на доске.)

Задача № 211 (а)

Дано: $a \parallel b$, c – секущая, $\angle ABC$ и $\angle BCD$ – накрест лежащие, BE – биссектриса $\angle ABC$, CK – биссектриса $\angle BCD$ (рис. 3.104).

Доказать: $BE \parallel CK$.

Доказательство: Так как $\angle ABC$ и $\angle BCD$ – накрест лежащие при параллельных a и b и секущей c, то $\angle ABC = \angle BCD$.

Учитывая, что BE и KC – биссектрисы углов $\angle ABC$ и $\angle BCD$, получаем $\angle EBC = \angle BCK$, т. е. накрест лежащие углы EBC и BCK при прямых BE и KC и секущей BC равны, значит, $BE \parallel KC$.

Итак, биссектрисы накрест лежащих углов параллельны.

Задача № 211 (б)

Дано: $AB \parallel CD$, AC – секущая, AE – биссектриса $\angle BAC$, CE – биссектриса $\angle ACD$, $\angle BAC$ и $\angle ACD$ – односторонние (рис. 3.105).

Доказать: $AE \perp CE$.

Доказательство: Так как $AB \parallel CD$, то $\angle BAC + \angle ACD = 180°$.

AE – биссектриса $\angle BAC$, CE – биссектриса $\angle ACD$, поэтому $\angle CAE = \frac{1}{2}\angle BAC$, $\angle ACE = \frac{1}{2}\angle ACD$, получаем $\angle CAE + \angle ACE = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ACD) = 90°$, следовательно, $\angle AEC = 90°$.

Итак, биссектрисы односторонних углов перпендикулярны.

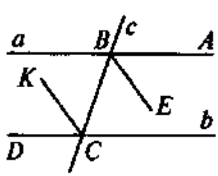


Рис. 3.104

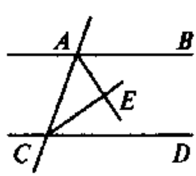


Рис. 3.105

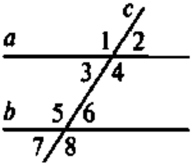


Рис. 3.106

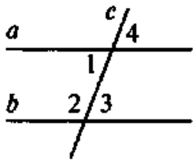


Рис. 3.107

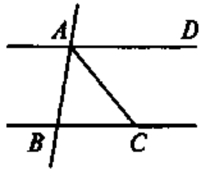


Рис. 3.108

2. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

I уровень сложности

Решить устно задачи (фронтальная работа с менее подготовленными учениками).

1) *Дано:* $a \parallel b$; $\angle 3 = 58°$ (рис. 3.106).

Найти остальные углы.

2) *Дано:* $\angle 1$ меньше $\angle 2$ на 40° (рис. 3.107).

Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

3) *Дано:* $AD \parallel BC$, $\angle ACB = 50°$, AC – биссектриса $\angle BAD$ (рис. 3.108).

Найти: $\angle ABC$.

II уровень сложности

Решить задачи самостоятельно с последующей самопроверкой.

(Условия задач раздать каждому ученику, ответы и указания к задачам раздать ученикам, испытывающим трудности при решении задач.)

1) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2 = 35°$, $\angle 3$ меньше $\angle 4$ на 50° (рис. 3.109).

Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

2) *Дано:* $AB \parallel CE$; $\angle BAC = 20°$; $\angle BCE : \angle ECD = 4 : 1$ (рис. 3.110).

Найти: $\angle BCD$.

3) *Дано:* $\angle A = \angle B$, $\angle ACD = \angle ECD$ (рис. 3.111).

Доказать: $AB \parallel CD$.

Ответы и указания для самопроверки:

1) $\angle 1 = \angle 2 = 35°$, значит, $AB \parallel CD$, тогда $\angle 3 = \angle BDC$, но $\angle BDC$ и $\angle 4$ – смежные и $\angle BDC + \angle 4 = 180°$.

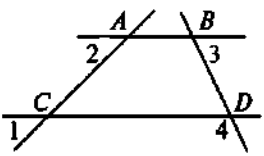


Рис. 3.109

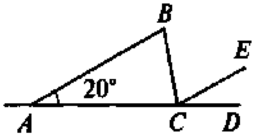


Рис. 3.110

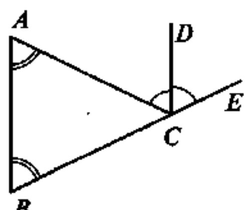


Рис. 3.111

$\angle BDC$ на 50° меньше $\angle 4$, поэтому $\angle BDC + 50° + \angle BDC = 180°$, откуда $\angle BDC = 65°$, значит, $\angle 3 = 65°$, $\angle 4 = 115°$. (*Ответ:* $\angle 3 = 65°$, $\angle 4 = 115°$.)

2) $AB \parallel CE$, значит, $\angle BAC = \angle ECD = 20°$. $\angle BCE : \angle ECD = 4 : 1$, значит, $\angle BCE = 80°$. $\angle BCD = \angle BCE + \angle ECD = 100°$. (*Ответ:* $\angle BCD = 100°$.)

3) Пусть $\angle A = \angle B = x$, тогда $\angle ACB = 180° - 2x$, а $\angle ACE = 180° - \angle ACB = 2x$.

Так как $\angle ACD = \angle ECD$, а $\angle ACE = 2x$, то $\angle ACD = x$.

Получили, что $\angle A = \angle ACD = x$, значит, $AB \parallel CD$.

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 2$ в 3 раза больше $\angle 1$ (рис. 3.112).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

2. *Найти:* $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ (рис. 3.113).

3. Дан прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90°$), $E \in AC$, $F \in AB$, $EF \parallel CB$, EK – биссектриса треугольника AEF. Чему равен угол AEK?

4*. *Дано:* $AB \parallel A_1B_1$, AK – биссектриса $\angle MAB$, A_1K_1 – биссектриса $\angle MA_1B_1$ (рис. 3.114).

Доказать: $\angle MA_1K_1 = \angle MAK$. Могут ли пересекаться прямые A_1K_1 и AK?

Вариант 2

1. *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 1$ на 40° меньше $\angle 2$ (рис. 3.115).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

2. *Найти:* $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ (рис. 3.116).

3. Дан прямоугольный треугольник MEF ($\angle E = 90°$), $C \in ME$, $D \in MF$, $CD \parallel EF$, $K \in MD$. Чему равен $\angle MCK$, если $\angle KCD = 40°$?

4*. *Дано:* $DE \parallel AC$, EM – биссектриса $\angle DEC$, CN – биссектриса $\angle BCK$ (рис. 3.117).

Доказать: $\angle MEC = \angle ECN$. Имеют ли общие точки прямые ME и CN?

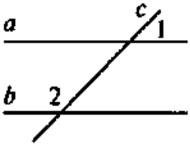


Рис. 3.112

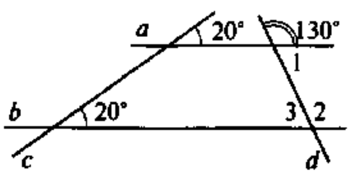


Рис. 3.113

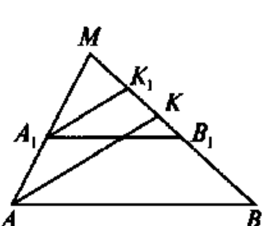


Рис. 3.114

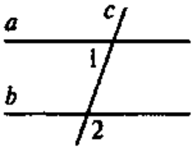


Рис. 3.115

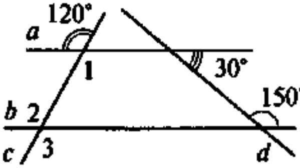


Рис. 3.116

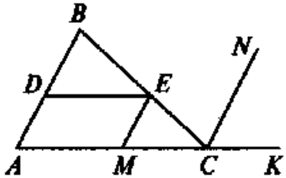


Рис. 3.117

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AC \parallel BD$, $AC = AB$, $\angle MAC = 40°$ (рис. 3.118).
Найти: $\angle CBD$.

2. *Дано:* $\angle 1$ на 38° больше $\angle 2$ (рис. 3.119).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

3. Отрезки CD и AB пересекаются в точке O так, что $AO = OB$, $AC \parallel DB$. Докажите, что $\Delta AOC = \Delta DOB$.

4*. *Дано:* $AB \parallel DE$, $\angle ABC = 30°$, $\angle EDC = 40°$ (рис. 3.120).
Найти: $\angle BCD$.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB \parallel CD$, $AC = AB$, $\angle BCD = 35°$ (рис. 3.121).
Найти: $\angle CAB$.

2. *Дано:* $\angle 1$ на 24° меньше $\angle 2$ (рис. 3.122).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

3. В четырехугольнике $ABCD$ $BC = AD$ и $BC \parallel AD$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta ADC$.

4*. *Дано:* $AB \parallel DE$, $\angle ABC = 110°$, $\angle CDE = 160°$ (рис. 3.123).
Доказать: $BC \perp CD$.

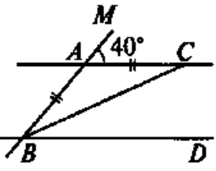


Рис. 3.118

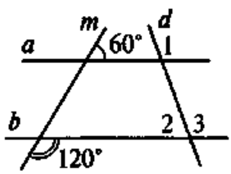


Рис. 3.119

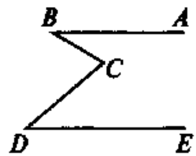


Рис. 3.120

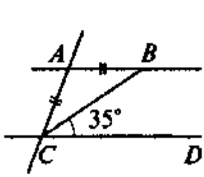


Рис. 3.121

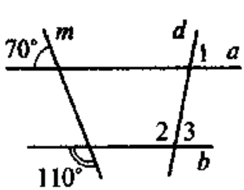


Рис. 3.122

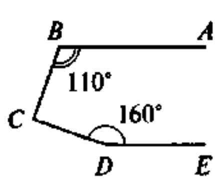


Рис. 3.123

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = BD = BC$, $BE \parallel DC$ (рис. 3.124).
Доказать: $DC \perp AC$.

2. *Дано:* $BE \parallel AF$, $AB \parallel DE$, $AB = CD$ (рис. 3.125).
Доказать: $\Delta BCE = \Delta ADF$.

3. *Дано:* $\angle BED = 70°$, $\angle EDC = 20°$, $AB \parallel CD$ (рис. 3.126).
Найти: $\angle ABC$.

4*. Внутри треугольника ABC отмечена точка F. Через нее проведены прямые, параллельные сторонам AC и AB и пересекающие сторону BC соответственно в точках M и E, $FM = MC$, $FE = EB$. Докажите, что F – точка пересечения биссектрис ΔABC.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = AC$, $AD = DE$, $DE \parallel AC$ (рис. 3.127).
Доказать: $AE \perp BC$.

2. *Дано:* $AB = CD$, $BC \parallel AD$, $DF \parallel BE$ (рис. 3.128).
Доказать: $\Delta FAD = \Delta CBE$.

3. *Дано:* $AB \parallel CD$, $\angle ABC = 30°$, $\angle CDE = 40°$ (рис. 3.129).
Найти: $\angle BED$.

4*. Внутри ΔABC выбрана точка M. Через нее проведена прямая, параллельная стороне AC и пересекающая стороны AB и BC соответственно в точках D и E, причем $MD = AD$ и $ME = EC$. Докажите, что M — точка пересечения биссектрис треугольника.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

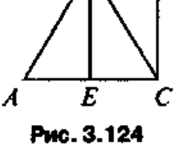


Рис. 3.124

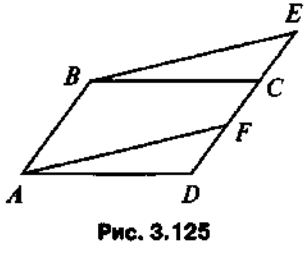


Рис. 3.125

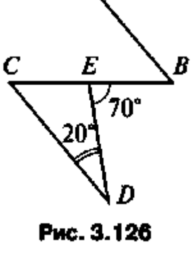


Рис. 3.126

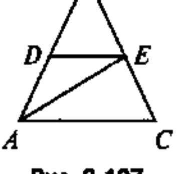


Рис. 3.127

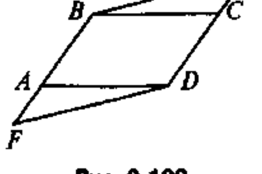


Рис. 3.128

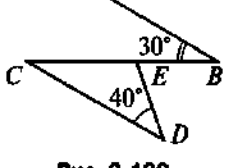


Рис. 3.129

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Что вы можете сказать о биссектрисах накрест лежащих углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей?
2. Что вы можете сказать о биссектрисах односторонних углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей?
3. Могут ли быть параллельными прямые, если при их пересечении с третьей прямой образовались углы, градусные меры которых равны:
   а) 54° и 136°;
   б) 75° и 105°;
   в) 80° и 80°?
4. Две параллельные прямые пересечены третьей. Выберите утверждение, которое может быть верным:
   а) сумма односторонних углов равна 200°.
   б) сумма накрест лежащих углов равна 160°
   в) соответственные углы равны по 30°.

Домашнее задание

Решить задачи.

Задача 1

Дано: $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4$ (рис. 3.130).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$.

Решение: $52° + 128° = 180°$, следовательно, $a \parallel b$. $a \parallel b$, тогда $\angle 2 = \angle 3 = \angle 6$, а $\angle 1 + \angle 6 = 180°$, тогда $\angle 1 + \angle 2 = 180°$ (рис. 3.131).

Так как $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 4$, то $\angle 1 = 5x$, $\angle 2 = 4x$, тогда $5x + 4x = 180°$, $x = 20°$.

Значит, $\angle 1 = 100°$, $\angle 4 = 100°$, $\angle 2 = 80°$, $\angle 3 = 80°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 4 = 100°$, $\angle 2 = \angle 3 = 80°$.)

Задача 2

Дано: $AC \parallel BD$, $AB = AC$, $\angle ACB = 25°$ (рис. 3.132).

Найти: $\angle DBC$.

Решение: $AC \parallel BD$, поэтому $\angle ACB = \angle CBD = 25°$.

$AB = AC$, тогда ΔABC – равнобедренный, $\angle ABC = \angle ACB = 25°$, значит, $\angle ABD = 50°$, а $\angle DBC = 130°$.

(*Ответ:* $\angle DBC = 130°$.)

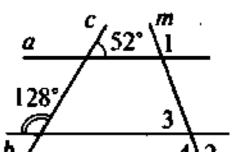


Рис. 3.130

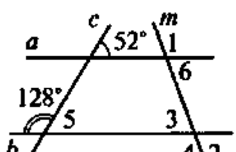


Рис. 3.131

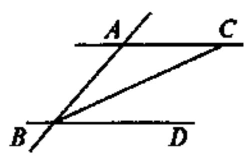


Рис. 3.132

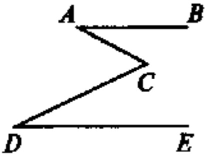


Рис. 3.133

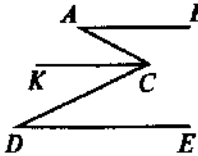


Рис. 3.134

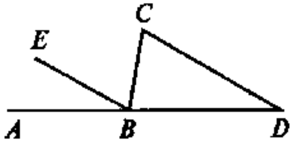


Рис. 3.135

Задача 3

Дано: $AB \parallel DE$, $\angle BCD = 70°$, $\angle ABC : \angle EDC = 3 : 4$ (рис. 3.133).

Найти: $\angle ABC$, $\angle EDC$.

Решение: $CK \parallel AB$, по условию $AB \parallel DE$, тогда $CK \parallel DE$, значит, $\angle ABC = \angle BCK$, $\angle KCD = \angle CDE$, а $\angle BCD = \angle BCK + \angle KCD = \angle ABC + \angle CDE = 70°$ (рис. 3.134).

Так как $\angle ABC : \angle EDC = 3 : 4$, то $\angle ABC = 3x$, $\angle EDC = 4x$, тогда $3x + 4x = 70°$, $x = 10°$. $\angle ABC = 30°$, $\angle EDC = 40°$.

(*Ответ:* $\angle ABC = 30°$, $\angle EDC = 40°$.)

Задача 4

Дано: $DC \parallel BE$, $\angle CDB = 40°$, $\angle CBD$ на $20°$ больше $\angle CBE$ (рис. 3.135).

Найти: $\angle ABC$.

Решение: $DC \parallel BE$, $\angle CDB = 40°$, значит, $\angle ABE = \angle CDB = 40°$.

$\angle ABE = 40°$, тогда $\angle EBD = 140°$, а так как $\angle EBD = \angle EBC + \angle CBD$ и $\angle CBD$ на $20°$ больше $\angle EBC$, то $2\angle EBC + 20° = 140°$, $\angle EBC = 60°$.

Так как $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC$, $\angle ABE = 40°$, $\angle EBC = 60°$, то $\angle ABC = 100°$.

(*Ответ:* $\angle ABC = 100°$.)

Урок 39. Решение задач по теме «Параллельные прямые»

Основные дидактические цели урока: закрепить признаки параллельных прямых, свойства параллельных прямых и аксиому параллельных прямых; совершенствовать навыки решения задач по теме «Параллельные прямые»; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе по теме «Параллельные прямые».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Проверить устно решение домашних задач.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее. Один ученик у доски рассказывает решение первой задачи. Учащиеся его слушают, а затем исправляют ошибки. Таким же образом решить остальные задачи.)

2. Решить устно задачи по готовым чертежам (фронтальная работа).

1. *Дано:* $a \parallel b$, $\angle 2$ на $24°$ меньше $\angle 1$ (рис. 3.136).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

Решение: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные. Так как $a \parallel b$, то $\angle 3 + \angle 4 = 180°$.

$\angle 2$ на $24°$ меньше $\angle 1$, тогда $\angle 2 = x$. $\angle 1 = x + 24°$, тогда $x + x + 24° = 180°$, $x = 78°$.

$\angle 2 = 78°$, $\angle 1 = 102°$. (*Ответ:* $\angle 1 = 102°$, $\angle 2 = 78°$.)

2. *Найти:* $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ (рис. 3.137).

Решение: Сумма односторонних углов при прямых a и b и секущей равна $180°$, значит, $a \parallel b$.

Угол, равный $140°$, и $\angle 1$ – смежные, значит, $\angle 1 = 40°$.

$\angle 1 = \angle 2$ как накрест лежащие углы при параллельных прямых a и b и секущей d, значит, $\angle 2 = 40°$.

$\angle 1 + \angle 3 = 180°$, так как $\angle 1$ и $\angle 3$ – соответственные при прямых a и b и секущей d, значит, $\angle 3 = 140°$. (*Ответ:* $\angle 1 = 40°$, $\angle 2 = 40°$, $\angle 3 = 140°$.)

3. *Дано:* $BC \parallel EF$, $\angle C = 90°$, $\angle KEF = 30°$ (рис. 3.138).

Найти: $\angle KEA$.

Решение: $BC \parallel EF$, тогда $\angle C = \angle FEA = 90°$.

Так как $\angle FEA = 90°$, $\angle KEF = 30°$, то $\angle KEA = 60°$. (*Ответ:* $KEA = \angle 60°$.)

4. *Дано:* $AB \parallel CD$, BE – биссектриса $\angle DBA$, DF – биссектриса $\angle CDM$ (рис. 3.139).

Пересекаются ли прямые DF и BE?

Решение: $CD \parallel AB$, поэтому $\angle MDC = \angle DBA$. BE – биссектриса $\angle DBA$, DF – биссектриса $\angle CDM$, значит, $\angle MDF = \angle DBE$, поэтому $BE \parallel DF$, а значит, BE и DF не пересекаются.

III. Решение задач

Решить задачи (в группах по три-четыре ученика) при помощи учеников-консультантов.

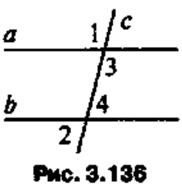


Рис. 3.136

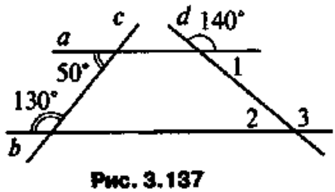


Рис. 3.137

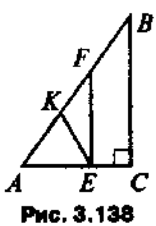


Рис. 3.138

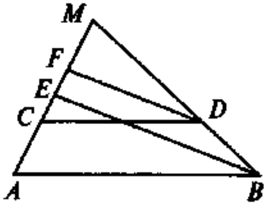


Рис. 3.139

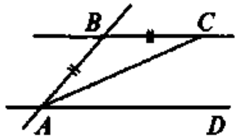


Рис. 3.140

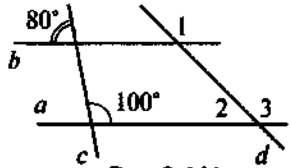


Рис. 3.141

(При необходимости можно пользоваться ответами и указаниями к задачам.)

1. *Дано:* $AD \parallel BC$, $AB = BC$, $\angle ABC = 140°$ (рис. 3.140).

Найти: $\angle ACB$.

Решение: $\angle ABC = 140°$, $AD \parallel BC$, значит, $\angle BAD = 40°$. ΔABC – равнобедренный, поэтому $\angle BAC = \angle BCA$.

$\angle BCA = \angle CAD$, так как $BC \parallel AD$, следовательно $\angle BAC = \angle CAD = 20°$, значит, и $\angle ACB = 20°$ тоже.

(*Ответ:* $\angle ACB = 20°$.)

2. *Дано:* $\angle 1 : \angle 2 = 3 : 1$ (рис. 3.141).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

Решение: $a \parallel b$, $\angle 2 + \angle 3 = 180°$. Так как $a \parallel b$, то $\angle 3 = \angle 1$, следовательно, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$.

$\angle 1 : \angle 2 = 3 : 1$, значит, $\angle 1 = 3x$, $\angle 2 = x$, тогда $3x + x = 180°$, $x = 45°$. Тогда $\angle 1 = 135°$, $\angle 3 = 135°$, $\angle 2 = 45°$.

(*Ответ:* $\angle 1 = \angle 3 = 135°$, $\angle 2 = 45°$.)

3. Отрезки CD и AB пересекаются в точке O так, что $AO = BO$, $\angle ACO = \angle BDO$. Докажите, что $CO = DO$.

Доказательство: Так как $\angle ACO = \angle BDO$, то $AC \parallel BD$, значит, $\angle CAO = \angle DBO$ (рис. 3.142).

$\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные. $\Delta AOC = \Delta BOD$ по стороне и прилежащим к ней углам, значит, $CO = DO$.

4. *Дано:* $AB \parallel DE$, $BC \perp CD$, $\angle ABC = 30°$ (рис. 3.143).

Найти: $\angle CDE$.

Решение:

Проведем $CK \parallel AB$, так как $AB \parallel DE$, то $CK \parallel DE$. Тогда $\angle KCB = \angle CBA = 30°$, $\angle KCD = \angle CDE$. Так как $BC \perp CD$, то $\angle BCD = 90°$, а $\angle KCD = 60°$, значит, $\angle CDE = 60°$ (рис. 3.144).

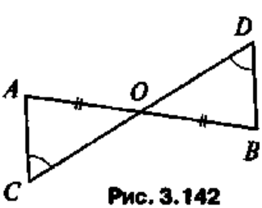


Рис. 3.142

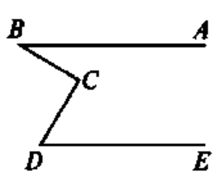


Рис. 3.143

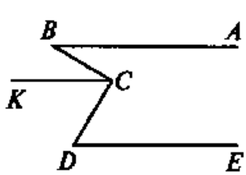


Рис. 3.144

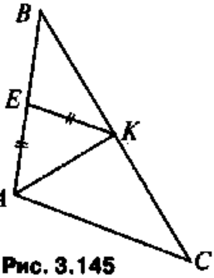


Рис. 3.145

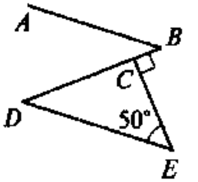


Рис. 3.146

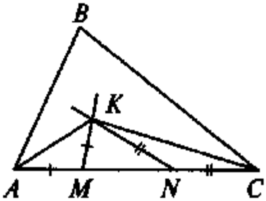


Рис. 3.147

(*Ответ:* $\angle CDE = 60°$.)

5. *Дано:* $AB = AC$, $AE = EK$, $EK \parallel AC$ (рис. 3.145).

Доказать: $BK = KC$.

Доказательство: $AE = EK$, значит, ΔAEK – равнобедренный, $\angle EAK = \angle EKA$. Но $EK \parallel AC$, значит, $\angle EKA = \angle KAC$ и AK – биссектриса равнобедренного ΔABC ($AB = AC$), а значит, и медиана, т. е. $BK = KC$.

6. *Дано:* $AB \parallel DE$, $DB \perp CE$, $\angle CED = 50°$ (рис. 3.146).

Найти: $\angle ABC$.

Решение: Проведем $CK \parallel AB$. Далее решение аналогично решению задачи 4. *Ответ:* $\angle ABC = 50°$.

7. Внутри треугольника ABC отмечена точка K. Через нее проведены прямые, параллельные сторонам AB и BC и пересекающие стороны AB и BC соответственно в точках M и N, причем $MK = MA$, $NK = NC$. Докажите, что K – точка пересечения биссектрис треугольника ABC.

Решение: $AM = MK$, тогда ΔAMK – равнобедренный и $\angle MAK = \angle MKA$. $MK \parallel AB$, тогда $\angle MKA = \angle KAB$. $\angle MAK = \angle KAB$, тогда AK – биссектриса $\angle BAC$ (рис. 3.147).

$KN = NC$, тогда ΔKNC – равнобедренный и $\angle NKC = \angle NCK$.

$KN \parallel BC$, тогда $\angle NKC = \angle KCB$, следовательно $\angle NCK = \angle KCB$.

$\angle NCK = \angle KCB$, тогда CK – биссектриса $\angle ACB$, а точка K – точка пересечения биссектрис ΔABC.

IV. Рефлексия учебной деятельности

Какие из задач вам показались наиболее сложными? (Повторить кратко принципы решения указанных задач, используя рисунки к задачам).

Домашнее задание

1. Выполнить работу над ошибками самостоятельной работы предыдущего урока.
2. Решить задачи самостоятельной работы урока 38 II, III уровней сложности (по одному из вариантов на усмотрение ученика, из тех, которые он еще не решал).

Урок 40. Подготовка к контрольной работе

Основные дидактические цели урока: закрепить теоретический материал по теме «Параллельные прямые»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме, в том числе задачи повышенного уровня сложности; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе по теме «Параллельные прямые».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

(Наиболее подготовленные учащиеся решают задачи повышенной сложности. Менее подготовленные учащиеся решают задачи подготовительного варианта контрольной работы I, II уровня сложности. Работу на уроке с такими учащимися можно организовать по-разному: это и самостоятельная работа с последующей самопроверкой по готовым решениям, и работа в группах по 3–4 человека с последующей проверкой, и фронтальная работа со всем классом с подробным анализом и оформлением на доске и в тетрадях учащихся решений задач.)

1. Решить задачи.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

1) *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 88°$, $a \parallel b$. Найдите все образовавшиеся углы при пересечении прямых a и b и их секущей c (рис. 3.148).

2) *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 = 48°$ (рис. 3.149).

Найти: $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$.

3) Отрезок DM – биссектриса $\Delta\ CDE$. Через точку M проведена прямая, параллельная стороне CD и пересекаюшая сторону DE в точке N. Найдите углы треугольника DNM, если $\angle CDE = 68°$.

4*) Прямая EK является секущей для AB и CD ($E \in AB$, $K \in CD$). $\angle AEK = 49°$. При каком значении $\angle CKE$ прямые AB и CD могут быть параллельными?

II уровень сложности

1) *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 1 : \angle 2 = 4 : 5$. Найдите все образовавшиеся углы (рис. 3.150).

2) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3$ на $30°$ больше $\angle 4$ (рис. 3.151).

Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

3) Отрезок AD – биссектриса треугольника ABC. Через точку D проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке K, так что $DK = AK$. Найдите углы треугольника ADK, если $\angle BAD = 35°$.

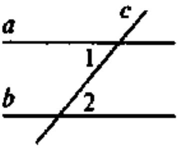


Рис. 3.148

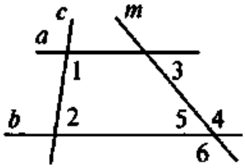


Рис. 3.149

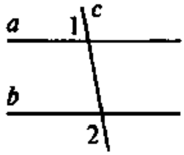


Рис. 3.150

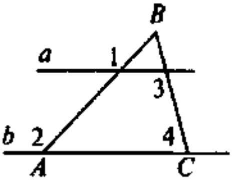


Рис. 3.151

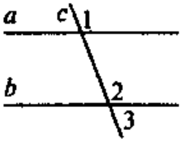


Рис. 3.152

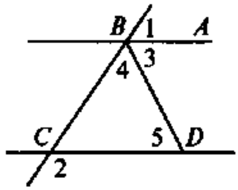


Рис. 3.153

4*) На прямой последовательно отложены отрезки AB, BC, CD. Точки E и P лежат по разные стороны от этой прямой так, что $\angle ABE = \angle PCD = 143°$, $\angle PBD = 49°$, $\angle ACE = 48°$.

а) Докажите, что $BE \parallel PC$.

б) Докажите, что прямые PB и CE пересекаются.

III уровень сложности

1) *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 3$ меньше суммы углов 1 и 2 на 150° (рис. 3.152).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

2) *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, BD – биссектриса $\angle ABC$, $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 186°$ (рис. 3.153).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$.

3) *Дано:* $MN \parallel PK$, KE – биссектриса ΔPKD, $\angle BNM = 78°$ (рис. 3.154).

а) *Найти:* $\angle BKE$.

б) Пересекаются ли прямые AB и KE, если $\angle BMN = 51°$?

4) В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 6 : 7$. Через вершину C проведена прямая MN так, что $MN \parallel AB$.

Найти: $\angle MCD$, где CD – биссектриса $\angle ACB$.

2. Решить задачи повышенной сложности.

1) *Дано:* $AC \parallel BD$, $CK \parallel DM$, $\angle ACK = 48°$, $\angle CDK$ в 3 раза больше $\angle EDM$ (рис. 3.155).

Найти: $\angle KDE$.

2) *Дано:* AE – биссектриса $\angle ABC$, $AD = DE$, $AE = EC$, $\angle ACB = 37°$ (рис. 3.156).

Найти: $\angle BDE$.

3) *Дано:* AD – биссектриса $\angle BAC$, $AO = OD$, $MO \perp AD$ (рис. 3.157).

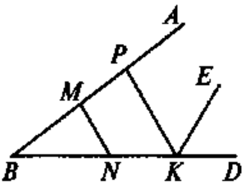


Рис. 3.154

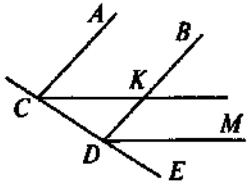


Рис. 3.155

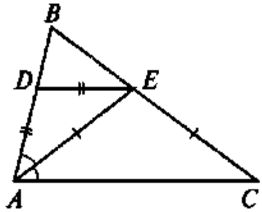


Рис. 3.156

Доказать: $AB \parallel MD$.

4) *Дано:* $AB = BC$, $AO = OD$, $BO = OC$ (рис. 3.158).

Доказать: BD – биссектриса $\angle EBC$.

5) На отрезке AB взята точка C. Через точки A и B проведены по одну сторону от AB параллельные лучи. На них отложены отрезки $AD = AC$ и $BE = BC$. Точка C соединена отрезками прямых с точками D и E. Докажите, что $DC \perp CE$.

3. Решить задачи по готовым чертежам.

(Задание на дом для менее подготовленных учащихся.)

1) *Дано:* $AM = AN$, $\angle MNC = 117°$, $\angle ABC = 63°$ (рис. 3.159).

Доказать: $MN \parallel BC$.

2) *Дано:* $AD = DC$, $DE \parallel AC$, $\angle 1 = 30°$ (рис. 3.160).

Найти: $\angle 2$, $\angle A$.

3) *Дано:* $BD \parallel AC$, BC – биссектриса $\angle ABD$, $\angle EAB = 116°$ (рис. 3.161).

Найти: $\angle BCA$.

4) *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $BM = MO$, $NO = NC$ (рис. 3.162).

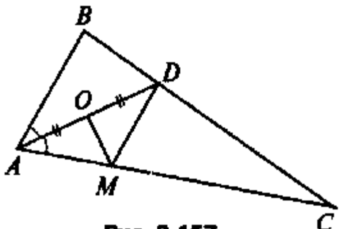


Рис. 3.157

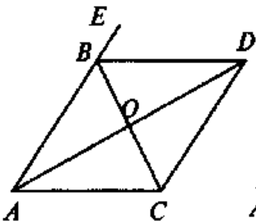


Рис. 3.158

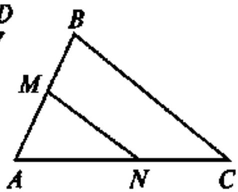


Рис. 3.159

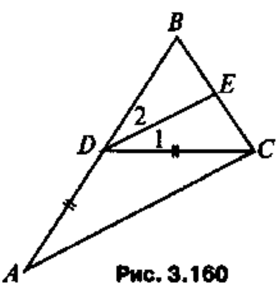


Рис. 3.160

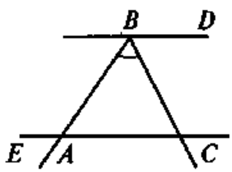


Рис. 3.161

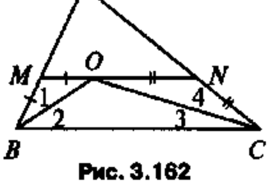


Рис. 3.162

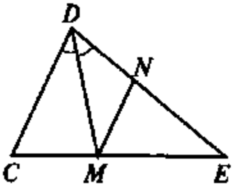


Рис. 3.163

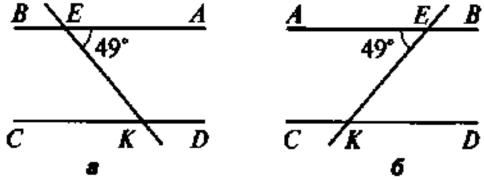


Рис. 3.164

Доказать: точки M, O, N лежат на одной прямой.

Ответы и указания к задачам:

I уровень сложности

1) $a \parallel b$, тогда $\angle 1 = \angle 2 = 44°$. Другие углы равны 136° и 44°.

2) $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $a \parallel b$, следовательно, $\angle 3 = \angle 5 = 48°$, а $\angle 3 + \angle 4 = 180°$, тогда $\angle 4 = \angle 6 = 132°$.

3) DM – биссектриса $\angle CDE$, $\angle CDE = 68°$, тогда $\angle CDM = \angle MDN = 34°$. $CD \parallel MN$, тогда $\angle DMN = \angle CDM = 34°$. $CD \parallel MN$, тогда $\angle NDC + \angle DNM = 180°$ (рис. 3.163).

Значит, $\angle DNM = 180° - \angle NDC = 112°$. (*Ответ:* $\angle NDM = \angle NMD = 34°$, $\angle DNM = 112°$.)

4) Возможны два случая (рис. 3.164):

а) $\angle AEK = \angle CKE$, $\angle CKE = 49°$, так как $AB \parallel CD$.

б) $\angle AEK + \angle CKE = 180°$, так как $AB \parallel CD$, тогда $\angle CKE = 131°$.

II уровень сложности

1) $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ как вертикальные (рис. 3.165).

$a \parallel b$, тогда $\angle 3 + \angle 4 = 180°$, значит, $\angle 1 + \angle 2 = 180°$. $\angle 1 : \angle 2 = 4 : 5$, тогда $\angle 1 = 4x$, $\angle 2 = 5x$. $4x + 5x = 180°$, $x = 20°$, тогда $\angle 1 = 80°$, $\angle 2 = 100°$. (*Ответ:* 4 угла по 80°, 4 угла по 100°.)

2) $\angle 1 = \angle 2$, тогда $a \parallel b$, значит, $\angle 3 + \angle 4 = 180°$. $\angle 3$ на 30° больше $\angle 4$, тогда $\angle 4 + 30° + \angle 4 = 180°$, $\angle 4 = 75°$, $\angle 3 = 105°$. (*Ответ:* $\angle 3 = 105°$, $\angle 4 = 75°$.)

3) $AK = DK$, тогда ΔADK – равнобедренный и $\angle DAK = \angle ADK$, но $\angle DAK = \angle BAD$ (AD – биссектриса ΔBAC), поэтому $\angle BAD = \angle ADK = 35°$, значит, $BA \parallel DK$ (рис. 3.166). Так как $BA \parallel DK$, то $\angle BAK + \angle AKD = 180°$, $\angle AKD = 110°$. (*Ответ:* $\angle DAK = \angle ADK = 35°$, $\angle AKD = 110°$.)

4) а) $\angle ABE = \angle KBC$ как вертикальные. $\angle KBC = \angle PCD = 143°$, значит $EB \parallel PC$, так как соответственные углы при прямых BE и PC и секущей AD равны (рис. 3.167).

б) $\angle ECB = 48°$, $\angle CBP = 49°$, $\angle ECB \neq \angle CBP$, значит, EC и BP не параллельны, т. е. пересекаются.

III уровень сложности

1) $a \parallel b$, тогда $\angle 1 = \angle 2$, а $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, но $\angle 3$ меньше суммы углов 1 и 2 на 150°, тогда $\angle 3 = 2\angle 2 - 150°$. $\angle 2 + 2\angle 2 - 150° =$

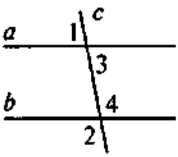


Рис. 3.165

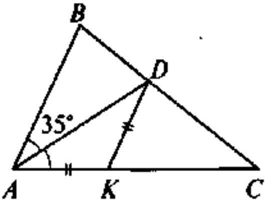


Рис. 3.166

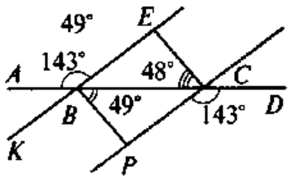


Рис. 3.167

$= 180°$, $\angle 2 = 110°$. Тогда $\angle 1 = 110°$, $\angle 2 = 110°$, $3 = \angle 70°$. (*Ответ:* $\angle 1 = \angle 2 = 110°$, $\angle 3 = 70°$.)

2) $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, тогда $AB \parallel CD$. BD – биссектриса $\angle ABC$, тогда $\angle 3 = \angle 4$. $AB \parallel CD$, значит, $\angle 3 = \angle 5$, получаем $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5$. $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 186°$, $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = 62°$, $\angle ABC = 124°$, $\angle 2 = 124°$, $\angle 1 = 180° - 124° = 56°$. (*Ответ:* $\angle 1 = 56°$, $\angle 2 = 124°$, $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = 62°$.)

3) а) $MN \parallel PK$, $\angle BNM = 78°$, тогда $\angle BKP = 78°$, $\angle PKD = 102°$. KE – биссектриса $\angle PKD$, тогда $\angle PKE = 51°$, $\angle BKE = \angle BKP + \angle PKE = 78° + 51° = 129°$.

б) $\angle BMN = 51°$, $MN \parallel PK$, тогда $\angle BPK = 51°$. $\angle BPK$ и $\angle PKE$ – накрест лежащие при прямых AB и KE, и $\angle BPK = 51°$, $\angle PKE = 51°$, значит, $AB \parallel KE$, т. е. прямые AB и KE не пересекаются.

4) Возможны два случая (рис. 3.168):

а) $MN \parallel AB$, тогда $\angle B = \angle BCM$, $\angle A = \angle ACN$.

$\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 6 : 7$, а $\angle BCM + \angle BCA + \angle ACN = 180°$, тогда $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$ и $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$.

CD – биссектриса $\angle BCA$, тогда $\angle BCD = 35°$, $\angle MCD = \angle MCB + \angle BCD = 60° + 35° = 95°$.

б) Если точки M и N переставить местами, то получим $\angle MCD = \angle ACD + \angle ACM = 35° + 50° = 85°$.

Задачи повышенной сложности

1) Так как $AC \parallel BD$, $CK \parallel DM$, то $\angle ACK = \angle BDM = 48°$. $\angle CDK + \angle EDM = 180° - \angle BDM$. $\angle CDK$ в 3 раза больше $\angle EDM$, тогда $3\angle EDM + \angle EDM = 180° - 48°$, $4\angle EDM = 132°$, $\angle EDM = 33°$ (рис. 3.169).

Тогда $\angle KDE = 48° + 33° = 81°$. (*Ответ:* $\angle KDE = 81°$.)

2) $AD = DE$, тогда $\angle DAE = \angle DEA$. AE – биссектриса ΔABC, тогда $\angle DAE = \angle EAC$, значит, $\angle EAC = \angle DEA$, следовательно, $DE \parallel AC$. ΔAEC – равнобедренный ($AE = EC$), тогда $\angle EAC = \angle ACE = 37°$, следовательно, $\angle DAC = 74°$.

$DE \parallel AC$, $\angle DAC = 74°$, тогда $\angle BDE = 74°$. (*Ответ:* $\angle BDE = 74°$.)

3) $\Delta AOM = \Delta DOM$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $\angle MAO = \angle MDO$. $\angle MAO = \angle BAO$, $\angle MAO = \angle MDO$, тогда $\angle BAO = \angle MDO$, значит, $AB \parallel MD$.

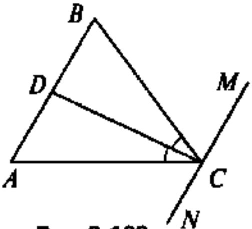


Рис. 3.168

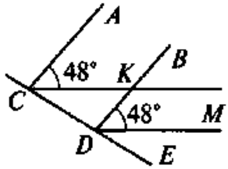


Рис. 3.169

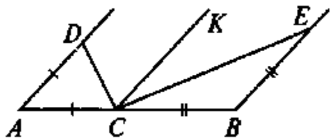


Рис. 3.170

4) $\Delta BOD = \Delta COA$ по двум сторонам и углу между ними, тогда $\angle OCA = \angle OBD$, т. е. $BD \parallel AC$ и $\angle BAC = \angle EBD$.

Но $\angle OCA = \angle BAC$, так как ΔABC – равнобедренный ($AB = BC$), тогда $\angle BAC = \angle OBD$. $\angle BAC = \angle EBD$, $\angle BAC = \angle OBD$, значит, $\angle EBD = \angle OBD$, т. е. BD – биссектриса $\angle EBC$.

5) $AD \parallel BE$. Проведем от точки C луч CK, параллельный AD, тогда $CK \parallel AD \parallel BE$, тогда $\angle ADC = \angle DCK$, $\angle KCE = \angle CEB$ (рис. 3.170).

ΔADC и ΔCBE – равнобедренные, поэтому $\angle ADC = \angle ACD$, $\angle BCE = \angle BEC$, тогда $\angle ACD = \angle DCK$, $\angle BCE = \angle KCE$ и $\angle ACD + \angle DCK + \angle KCE + \angle BCE = 180°$, а $\angle DCK + \angle KCE = 90°$, т. е. $DC \perp CE$.

Задачи по готовым чертежам

1) $\angle MNC = 117°$, тогда $\angle MNA = 63°$. ΔAMN – равнобедренный ($AM = AN$), тогда $\angle MNA = \angle NMA = 63°$.

Получили, что соответственные углы NMA и CBA при прямых MN и BC и секущей AB равны, значит, $MN \parallel BC$.

2) ΔADC – равнобедренный ($AD = DC$), значит, $\angle DAC = \angle ACD$. $DE \parallel AC$, тогда $\angle DCA = \angle 1 = 30°$, тогда $\angle A = 30°$. $\angle 2$ и $\angle A$ – соответственные при параллельных прямых DE и AC и секущей AB, значит, $\angle 2 = \angle A = 30°$. (*Ответ:* $\angle 2 = \angle A = 30°$.)

3) $BD \parallel AC$, тогда $\angle EAB = \angle ABD = 116°$. BC – биссектриса $\angle ABD$, тогда $\angle DBC = 58°$. $BD \parallel AC$, значит, $\angle DBC = \angle BCA$, тогда $\angle BCA = 58°$. (*Ответ:* $\angle BCA = 58°$.)

4) ΔBMO – равнобедренный ($BM = MO$), $\angle MBO = \angle MOB$.

Так как $\angle 1 = \angle 2$, а $\angle 1 = \angle MOB$, то $\angle 2 = \angle MOB$, значит, $MO \parallel BC$.

ΔNOC – равнобедренный ($NO = NC$), $\angle NOC = \angle 4$, а так как $\angle 3 = \angle 4$, то $\angle NOC = \angle 3$, значит, $NO \parallel BC$.

Через точку O, не лежащую на прямой BC, можно провести только одну прямую, параллельную BC, т. е. OM и ON – это одна прямая, а это значит, что точки M, O, N лежат на одной прямой.

Домашнее задание

1. Решить подготовительный вариант контрольной работы II, III уровня сложности (для наиболее подготовленных учеников).
2. Решить задачи по готовым чертежам (для менее подготовленных учеников).

Урок 41. Контрольная работа № 3 по теме «Параллельные прямые»

Основная дидактическая цель урока: проверить уровень усвоения учебного материала по теме «Параллельные прямые».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 1 + \angle 2 = 102°$ (рис. 3.171).

Найти: Все образовавшиеся углы.

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 120°$ (рис. 3.172).

Найти: $\angle 4$.

3. Отрезок AD – биссектриса треугольника ABC. Через точку D проведена прямая, параллельная стороне AB и пересекающая сторону AC в точке F. Найдите углы треугольника ADF, если $\angle BAC = 72°$.

4*. Прямая EK является секущей для прямых CD и MN ($E \in CD$, $K \in MN$). $\angle DEK$ равен 65°. При каком значении угла NKE прямые CD и MN могут быть параллельными?

Вариант 2

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 1 - \angle 2 = 102°$ (рис. 3.173).

Найти: Все образовавшиеся углы.

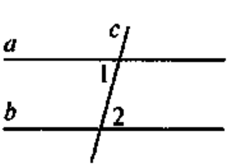


Рис. 3.171

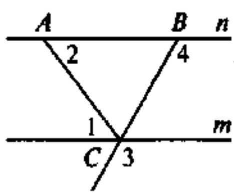


Рис. 3.172

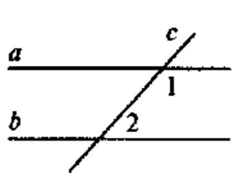


Рис. 3.173

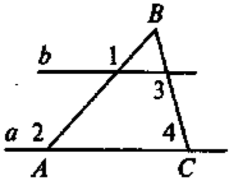


Рис. 3.174

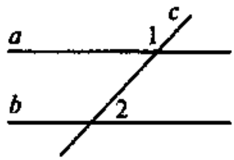


Рис. 3.175

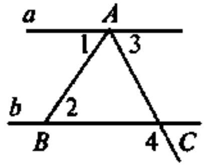


Рис. 3.176

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 140°$ (рис. 3.174).
Найти: $\angle 4$.

3. Отрезок AK – биссектриса треугольника CAE. Через точку K проведена прямая, параллельная стороне CA и пересекающая сторону AE в точке N. Найдите углы треугольника AKN, если $\angle CAE = 78°$.

4*. Прямая MN является секущей для прямых AB и CD ($M \in AB$, $N \in CD$). Угол AMN равен 75°. При каком значении угла CNM прямые AB и CD могут быть параллельными?

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 1 : \angle 2 = 7 : 2$ (рис. 3.175).
Найти: Все образовавшиеся углы.

2. *Дано:* $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3$ в 4 раза меньше $\angle 4$ (рис. 3.176).
Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

3. Отрезок DM – биссектриса ΔCDE. Через точку M проведена прямая, пересекающая сторону DE в точке N так, что $DN = MN$. Найдите углы ΔDMN, если $\angle CDE = 74°$.

4*. Из точек A и B, лежащих по одну сторону от прямой, проведены перпендикуляры AC и BD к этой прямой, $\angle BAC = 117°$.

а) *Найти:* $\angle ABD$.

б) *Доказать:* прямые AB и CD пересекаются.

Вариант 2

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 1 : \angle 2 = 5 : 7$ (рис. 3.177).
Найти: Все образовавшиеся углы.

2. *Дано:* $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3$ на 70° меньше $\angle 4$ (рис. 3.178).
Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

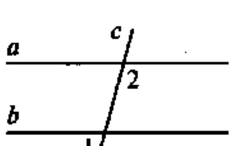


Рис. 3.177

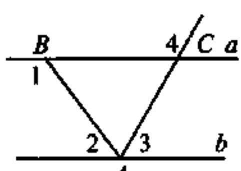


Рис. 3.178

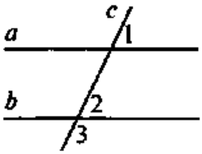


Рис. 3.179

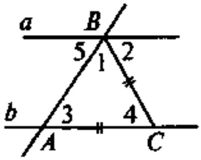


Рис. 3.180

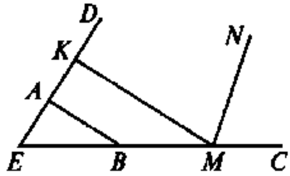


Рис. 3.181

3. Отрезок AD – биссектриса ΔABC. Через точку D проведена прямая, пересекающая сторону AB в точке E так, что $AE = ED$. Найдите углы ΔAED, если $\angle BAC = 64°$.

4*. На сторонах угла A, равного 43°, отмечены точки B и C, а внутри угла – точка D так, что $\Delta ABD = 137°$, $\Delta BDC = 45°$.

а) *Найти:* $\angle ACD$.

б) *Доказать:* прямые AB и DC имеют одну общую точку.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 3$ больше суммы $\angle 1 + \angle 2$ в 4 раза (рис. 3.179).

Найти: Все образовавшиеся углы.

2. *Дано:* $AC = BC$, $\angle 4 = \angle 2$, $\angle 3 + \angle 4 = 110°$ (рис. 3.180).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$.

3. *Дано:* $AB \perp ED$, $KM \perp ED$, $\angle ABE = 34°$, MN – биссектриса $\angle KMC$ (рис. 3.181).

Найти: $\angle EMN$.

4*. В треугольнике ABC $\angle A = 37°$, $\angle C = 65°$. Через вершину B проведена прямая MN параллельно стороне AC.

Найти: $\angle MBD$, где BD – биссектриса угла ABC.

Вариант 2

1. *Дано:* $a \parallel b$, c – секущая, $\angle 2$ меньше разности $\angle 3 - \angle 1$ в 7 раз (рис. 3.182).

Найти: Все образовавшиеся углы.

2. *Дано:* $AB = AC$, $\angle 2 = \angle 5$, $\angle 1 + \angle 3 = 130°$ (рис. 3.183).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$.

3. *Дано:* $CD \perp AK$, $MN \perp AK$, $\angle AMN = 28°$, CE – биссектриса $\angle BCD$ (рис. 3.184).

Найти: $\angle ACE$.

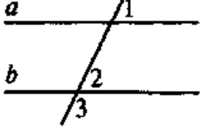


Рис. 3.182

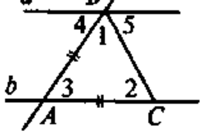


Рис. 3.183

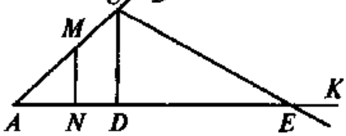


Рис. 3.184

4*. В треугольнике CDE $\angle C = 39°$, $\angle E = 57°$. Через вершину D проведена прямая AB параллельно стороне CE.

Найти: $\angle ADK$, где DK – биссектриса угла CDE.

III. Рефлексия учебной деятельности

Подготовить проект по одной из предложенных тем или выбрать другую тему.

Темы проектных работ.

1. Параллельность и перпендикулярность в практической деятельности человека.
2. Параллельные и перпендикулярные прямые в пространстве.
3. Параллельные прямые пересекаются (о геометрии Лобачевского).
4. Золотое сечение.
5. Четырехугольники с попарно параллельными сторонами.
6. Параллельность и перпендикулярность в архитектуре и в искусстве.

Домашнее задание

По желанию каждый учащийся выбирает себе домашнее задание: готовит проект или решает контрольную работу следующего уровня сложности.

Урок 42. Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе

Основные дидактические цели урока: устранить пробелы в знаниях учащихся; научить учащихся находить и исправлять свои ошибки; привить навыки самостоятельной работы.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Работа по поиску и исправлению своих ошибок

На уроке подготовки к контрольной работе учащимся был предложен подготовительный вариант контрольной работы, задания которого не очень отличались от заданий контрольной работы. Ученики должны были решить в тетрадях задания одного-двух уровней, поэтому работу учащихся на данном уроке можно организовать следующим образом:

1. Объединить учащихся в группы по 2–4 человека таким образом, чтобы в каждой группе были учащиеся, которые решали

один вариант контрольной работы. Учащимся группы предоставить текст контрольной работы с ответами и предложить им найти свои ошибки, исправить их. По необходимости можно консультироваться с учителем.

2. Предложить учащимся решить самостоятельно задачи контрольной работы другого варианта того же уровня в случае, если ученик в контрольной работе допустил серьезные ошибки, и задачи контрольной работы следующего уровня в случае, если в контрольной работе серьезных ошибок нет или их мало.

3. Если ученик успешно справился с контрольной работой, то он сразу же приступает к решению задач следующего уровня сложности. В случае, если ученик успешно решил задачи III уровня, то ему предложить дополнительные задачи для решения в классе и дома.

Ответы и указания к задачам контрольной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle 1 = \angle 2 = 51°$, $\angle 6 = 51°$, $\angle 7 = 51°$, $\angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 8 = 129°$ (рис. 3.185).

2. $\angle 3 = \angle 4 = 120°$, $n \parallel m$ ($\angle 1 = \angle 2$) (рис. 3.186).

3. $\angle DAF = \frac{1}{2}\angle BAC = 36°$, $DF \parallel AB$, $\angle ADF = 36°$, $\angle AFD = 108°$ (рис. 3.187).

4. Возможны два случая (рис. 3.188):

а) $\angle NKE = 115°$; б) $\angle NKE = 65°$.

Вариант 2

1. $\angle 2 = 39°$, $\angle 1 = 141°$, $\angle 3 = \angle 8 = \angle 5 = 39°$, $\angle 4 = \angle 6 = \angle 7 = 141°$ (рис. 3.189).

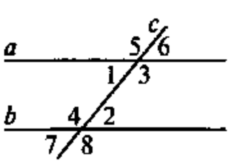


Рис. 3.185

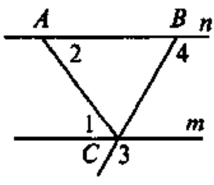


Рис. 3.186

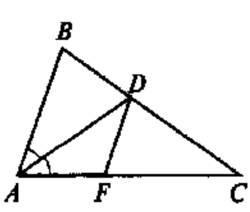
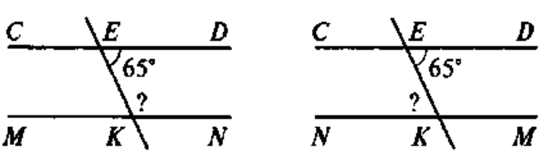


Рис. 3.187



а б

Рис. 3.188

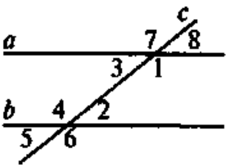


Рис. 3.189

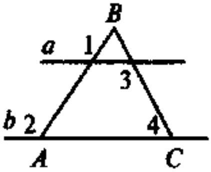


Рис. 3.190

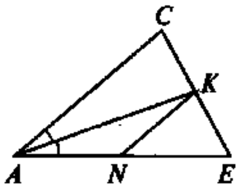
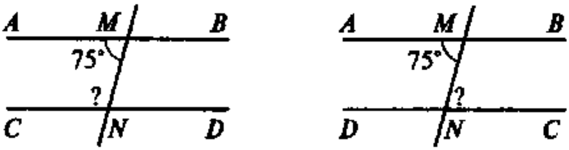


Рис. 3.191



а б

Рис. 3.192

2. $a \parallel b$ ($\angle 1 = \angle 2$), $\angle 3 + \angle 4 = 180°$, $\angle 4 = 40°$ (рис. 3.190).

3. $\angle KAN = \dfrac{1}{2}\angle CAE = 39°$, $NK \parallel AC$, $\angle AKN = 39°$, $\angle ANK = 102°$ (рис. 3.191).

4. Возможны два случая (рис. 3.192):

а) $\angle CNM = 105°$; б) $\angle CNM = 75°$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle 1 = 140°$, $\angle 2 = 40°$, $\angle 7 = \angle 3 = \angle 5 = 140°$, $\angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 40°$ (рис. 3.193).

2. $a \parallel b$ ($\angle 1 = \angle 2$), $\angle 3 + \angle 4 = 180°$, $\angle 3 = 36°$, $\angle 4 = 144°$ (рис. 3.194).

3. $\angle DMN = \angle MDN = \dfrac{1}{2}\angle CDE = 37°$, $MN \parallel CD$, тогда $\angle DNM = 106°$ (рис. 3.195).

4. а) $AC \parallel BD$, тогда $\angle ABD = 63°$ (рис. 3.196);

б) $\angle A + \angle C \neq 180°$, следовательно $AB \cap CD$.

Вариант 2

1. $\angle 1 = 75°$, $\angle 2 = 105°$, $\angle 7 = \angle 3 = \angle 5 = 75°$, $\angle 4 = \angle 6 = \angle 8 = 105°$ (рис. 3.197).

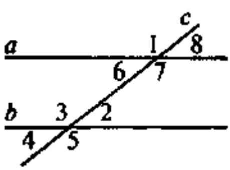


Рис. 3.193

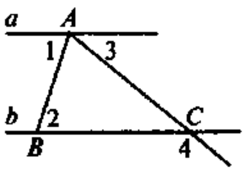


Рис. 3.194

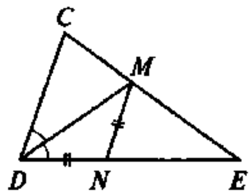


Рис. 3.195

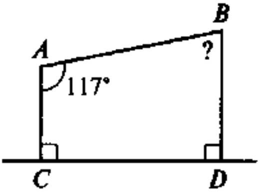


Рис. 3.196

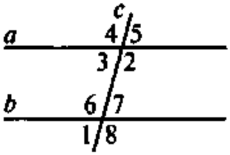


Рис. 3.197

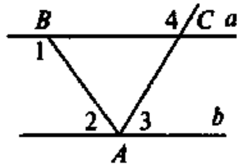


Рис. 3.198

2. $a \parallel b$ ($\angle 1 + \angle 2 = 180°$), $\angle 3 + \angle 4 = 180°$, $\angle 3 = 55°$, $\angle 4 = 125°$ (рис. 3.198).

3. $\angle EAD = \angle EDA = \frac{1}{2}\angle BAC = 32°$, $ED \parallel AC$, тогда $\angle DEA = 116°$ (рис. 3.199).

4. а) $AC \parallel BD$, тогда $\angle ACD = 135°$ (рис. 3.200);

б) $\angle B + \angle D \neq 180°$, следовательно $AB \cap CD$.

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle 3 = 4(\angle 1 + \angle 2)$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 + \angle 3 = 180°$.

Тогда $180° - \angle 2 = 4(\angle 2 + \angle 2)$, $\angle 2 = \angle 1 = \angle 20°$, $\angle 3 = 160°$.

2. $a \parallel b$ ($\angle 4 = \angle 2$), $\angle 1 = \angle 3$ ($AC = BC$). $\angle 3 + \angle 4 = 110°$, тогда $\angle 1 + \angle 2 = 110°$, $\angle 5 = 70°$, $\angle 3 = 70°$, $\angle 1 = 70°$, $\angle 2 = 40°$, $\angle 4 = 40°$.

3. $AB \parallel KM$, тогда $\angle KME = 34°$. $\angle KMN = \frac{1}{2}\angle KMC = 73°$, тогда $\angle EMN = 107°$.

4. Возможны два случая (рис. 3.201):

а) $\angle MBD = \angle MBA + \angle ABD = 37° + \frac{1}{2}(180° - 37° - 65°) = 76°$, ($\angle MBA + \angle ABC + \angle CBN = 180°$).

б) $\angle MBD = \angle MBC + \angle CBD = 65° + \frac{1}{2}(180° - 37° - 65°) = 104°$, ($\angle NBA + \angle ABC + \angle CBM = 180°$).

Вариант 2

1. $7\angle 2 = \angle 3 - \angle 1$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 + \angle 3 = 180°$.

Тогда $7\angle 2 = (180° - \angle 2) - \angle 2$, $\angle 1 = \angle 2 = 20°$, $\angle 3 = 160°$.

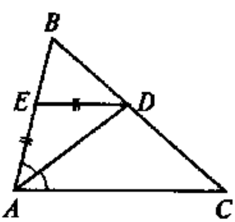


Рис. 3.199

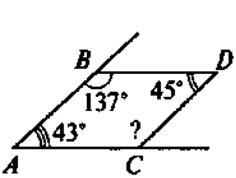
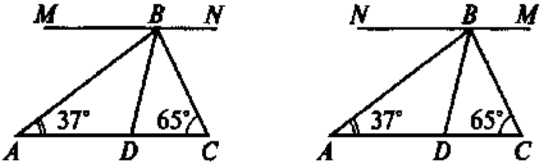
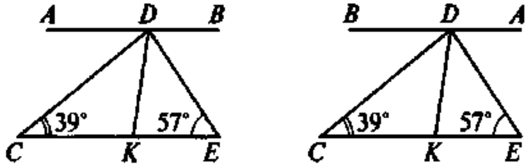


Рис. 3.200



а *б*

Рис. 3.201



а *б*

Рис. 3.202

2. $a \parallel b$ ($\angle 2 = \angle 5$), $\angle 1 = \angle 2$ ($AB = AC$). $\angle 1 + \angle 3 = 130°$, $\angle 5 = 50°$, $\angle 2 = 50°$, $\angle 1 = 50°$, $\angle 4 = 80°$.

3. $MN \parallel CD$, тогда $\angle ACD = 28°$, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle DCB = 76°$, значит, $\angle ACE = 104°$.

4. Возможны два случая (рис. 3.202):

а) $\angle ADC + \angle CDE = \angle EDB = 180°$, $\angle ADK = \angle ADC + \angle CDK = 39° + \frac{1}{2}(180° - 39° - 57°) = 81°$.

б) $\angle BDC + \angle CDE + \angle EDA = 180°$, $\angle ADK = \angle ADE + \angle EDK = 57° + \frac{1}{2}(180° - 39° - 57°) = 99°$.

Дополнительные задачи

Задача 1

На прямой MN между точками M и N выбрана точка A, и проведены по одну сторону от MN лучи AB, AC и AD. На луче AB выбрана точка K, и через нее проведена прямая, параллельная MN и пересекающая лучи AC и AD соответственно в точках P и E, $KP = PA = PE$. Докажите, что $AB \perp AD$.

Доказательство: Пусть $\angle PKA = x$ и $\angle PEA = y$ (рис. 3.203). Так как $KP = PA$ и $PE = PA$, то $\angle KAP = x$ и $\angle PAE = y$. По условию $KE \parallel MN$, значит, $\angle KAM = x$, $\angle EAN = y$. Так как $\angle MAN = 180°$, то $2x + 2y = 180°$, $x + y = 90°$, т. е. $\angle KAE = 90°$, $AB \perp AD$.

Задача 2

Дано: BD – медиана ΔABC, $AB = 2BD$ (рис. 3.204).

Доказать: BC – биссектриса $\angle DBF$.

Доказательство: Продолжим BD за точку D и отложим отрезок DE, равный BD.

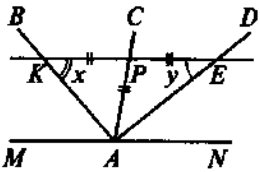


Рис. 3.203

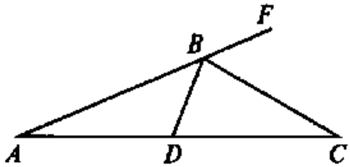


Рис. 3.204

Точки A и E соединим отрезком; $\Delta BDC = \Delta EDA$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $\angle CBE = \angle BEA$, а $BC \parallel AE$.

Так как $AB = 2BD$, то $AB = BE$ и ΔABE – равнобедренный, а значит, $\angle BEA = \angle BAE$.

$BC \parallel AE$, следовательно, $\angle BAE = \angle CBF$.

$\angle BEA = \angle BAE$, $\angle BAE = \angle CBF$, $\angle CBE = \angle BEA$, следовательно, $\angle EBC = \angle CBF$, BC – биссектриса $\angle DBF$.

Задача 3

Дано: ΔABC и точки M и N такие, что середина отрезка BM совпадает с серединой стороны AC, а середина отрезка CN – с серединой стороны AB.

Доказать: точки M, N и A лежат на одной прямой.

Доказательство: $\Delta BCK = \Delta MKA$ по двум сторонам и углу между ними ($BK = KM$, $CK = AK$, $\angle BKC = \angle MKA$), значит, $\angle KBC = \angle KMA$ и $BC \parallel AM$ (рис. 3.205).

$\Delta BCE = \Delta ANE$ по двум сторонам и углу между ними ($BE = AE$, $CE = NE$, $\angle BEC = \angle AEC$), значит, $\angle CBE = \angle NAE$ и $BC \parallel AN$.

Через точку A, не лежащую на прямой BC, можно провести только одну прямую, параллельную BC, следовательно, AN и AM – это одна прямая, т. е. точки N, A и M лежат на одной прямой.

Задача 4

Найти: углы фигуры $ABDE$ (рис. 3.206).

Решение: $78° + 102° = 180°$, значит, $AE \parallel BD$, следовательно, $\angle EDB + \angle AED = 180°$, но $AD = DE$ и $\angle ADE = \angle AED$, тогда $\angle BDA + \angle ADE + \angle AED = 180°$, $\angle BDA = 48°$, тогда $\angle ADE = \angle AED = 66°$.

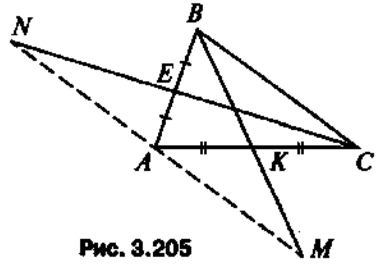


Рис. 3.205

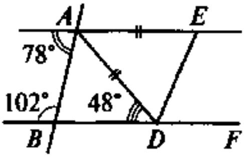


Рис. 3.206

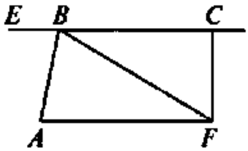


Рис. 3.207

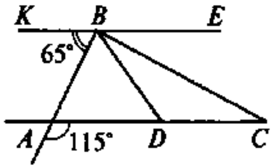


Рис. 3.208

Итак, $\angle AED = 66°$, $\angle BDE = 114°$, $\angle ABD = 78°$, $\angle BAE = 102°$.

Задача 5

Дано: $CF \perp AF$, $CF \perp BC$, $\angle ABF : \angle BAF : \angle AFB = 7 : 8 : 3$ (рис. 3.207).

Найти: углы ΔBCF.

Решение: $\angle ABE + \angle ABF + \angle CBF = 180°$; $\angle ABE = \angle BAF$, $\angle CBF = \angle BFA$ ($BC \parallel AF$, так как $CF \perp AF$, $CF \perp BC$), тогда $\angle BAF + \angle ABF + \angle BFA = 180°$.

Но так как $\angle ABF : \angle BAF : \angle AFB = 7 : 8 : 3$, то $\angle ABF = 70°$, $\angle BAF = 80°$, $\angle AFB = 30°$, тогда $\angle FBC = 30°$, $\angle BCF = 90°$ ($BC \perp CF$), $\angle BFC = \angle AFC - \angle BFA = 90° - 30° = 60°$.

Задача 6

Дано: $\angle CBE$ меньше $\angle ABE$ на 87° и меньше $\angle ABD$ на 33° (рис. 3.208).

Найти: углы ΔBCD.

Решение: $65° + 115° = 180°$, тогда $BE \parallel AC$, $\angle ABE = 115°$.

$\angle CBE$ меньше $\angle ABE$ на 87°, тогда $\angle CBE = 28°$.

$\angle CBE$ меньше $\angle ABD$ на 33°, тогда $\angle ABD = 61°$.

$\angle DBC = \angle ABE - (\angle ABD + \angle CBE) = 26°$. $\angle BCD = \angle CBE = 26°$.

$\angle BDC = \angle KBD = 65° + 61° = 126°$.

Домашнее задание

Решить задачи следующего уровня сложности.

Глава IV
СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Формируемые УУД: предметные: знать определения прямоугольного треугольника; внешнего угла треугольника; расстояния от точки до прямой; расстояния между параллельными прямыми; перпендикуляра и наклонной, проведенных из точки, не лежащей на данной прямой, к этой прямой; иметь представление о катетах и гипотенузе прямоугольного треугольника; уметь строить перпендикуляр и наклонную через точку, не лежащую на данной прямой, к этой прямой; треугольники по трем элементам с помощью циркуля и линейки без делений; решать задачи на построение; уметь находить расстояния от точки до прямой, между параллельными прямыми; знать формулировки и уметь доказывать теорему о сумме углов треугольника; свойство внешнего угла треугольника; теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника и ее следствия; теорему о неравенстве треугольника; свойства прямоугольных треугольников; признаки равенства прямоугольных треугольников; свойство параллельных прямых; формировать умения находить равные прямоугольные треугольники и доказывать их равенство; решать задачи на доказательство; уметь решать задачи на применение теоремы о сумме углов треугольника и ее следствий; теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника и ее следствий; теоремы о неравенстве треугольника; свойств прямоугольных треугольников; признаков равенства прямоугольных треугольников; свойства параллельных прямых; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал, уметь извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; уметь доказывать и опровергать утверждения, используя очевидные или изученные ранее геометрические определения, теоремы и свойства геометрических фигур; моделировать с помощью схематических рисунков, строить логические цепочки; оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей; воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 43. Сумма углов треугольника

Основные дидактические цели урока: ввести понятие внешнего угла треугольника; доказать теорему о сумме углов треугольника, свойство внешнего угла треугольника; научить решать задачи на применение теоремы о сумме углов треугольника и свойства внешнего угла треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

Решить задачи по готовым чертежам.

(Дать на обдумывание 2–3 мин, а затем заслушать варианты ответов.)

1. *Дано:* $AF \parallel BD$, $AB = BF$, $\angle B = 30°$ (рис. 4.1).

Доказать: BD – биссектриса $\angle CBF$.

Найти: $\angle A$, $\angle F$, сумму углов ΔABF.

2. *Дано:* $DE \parallel AC$ (рис. 4.2).

Найти: сумму углов ΔABC.

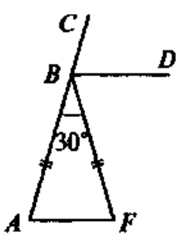


Рис. 4.1

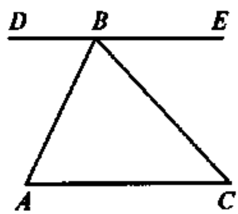


Рис. 4.2

III. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

(После решения задач учитель задает ученикам вопрос, в обсуждении которого должен участвовать весь класс.)

– Случайно ли сумма углов треугольника ABC оказалась равной 180° или этим свойством обладает любой треугольник? (*У каждого треугольника сумма углов равна 180°.*)

Это утверждение носит название **теоремы о сумме углов треугольника**. Итак, тема сегодняшнего урока «Сумма углов треугольника».

2. Доказать теорему о сумме углов треугольника (работа в группах).

(Заслушать представителей групп, на доске и в тетрадях выполнить рисунок и оформить краткое доказательство теоремы.)

План доказательства.

а) Построить $DE \parallel AC$ через вершину B треугольника ABC (рис. 4.3);

б) Доказать, что $\angle A = \angle 1$, $\angle C = \angle 3$;

в) Доказать, что если $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$, значит, $\angle A + \angle 2 + \angle C = 180°$.

Определение: Внешним углом треугольника называется угол, смежный с внутренним.

$\angle BCD$ – смежный с $\angle C$ треугольника ABC (рис. 4.4), значит, $\angle BCD$ – внешний угол этого треугольника.

3. Выполнить задание (работа в группах).

Докажите, что $\angle BCD = \angle A + \angle B$ и сформулируйте свойство внешнего угла треугольника.

(Дать на обдумывание 2–3 мин, а затем заслушать варианты ответов.)

Доказательство: $\angle ACB$ и $\angle BCD$ – смежные и $\angle ACB + \angle BCD = 180°$, значит, $\angle BCD = 180° - \angle ACB$.

Но так как $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$, то $\angle A + \angle B = 180° - \angle ACB$, отсюда следует, что $180° - \angle ACB = \angle BCD = \angle A + \angle B$, что и требовалось доказать.

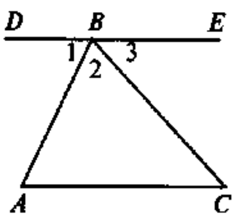


Рис. 4.3

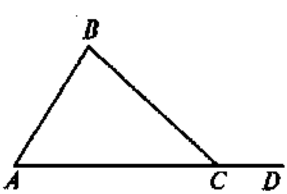


Рис. 4.4

Свойство внешнего угла треугольника: Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи № 223 (б, в, г), 225, 226 (устно).

Ответы и указания к задачам:

Задача № 223

б) $26°$;

в) $180° - 3\alpha$;

г) $60°$.

Задача № 225

$\angle A = \angle B = \angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, значит, $\angle A = 60°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 60°$.

Задача № 226

Если бы углы при основании равнобедренного треугольника были прямыми или тупыми, то сумма этих углов была бы уже равна или больше $180°$, что противоречит теореме о сумме углов треугольника.

2. Решить задачи № 116 и 117 (рабочая тетрадь).

(Один учащийся вслух читает задачу и решает ее, остальные учащиеся исправляют его ошибки).

3. Решить задачи № 228 (в), 227(б) с последующей самопроверкой.

(Один ученик самостоятельно работает у доски, а остальные – в тетрадях).

Задача № 228 (в)

Используя задачу № 226, имеем, что $100°$ – это градусная мера угла, противолежащего основанию равнобедренного треугольника. Значит, сумма углов при основании равна $80°$. С учетом того, что углы при основании равнобедренного треугольника равны, имеем, что каждый угол равен $40°$.

(*Ответ:* $40°$, $40°$, $100°$.)

Наводяшие вопросы к задаче.

– Может ли угол при основании равнобедренного треугольника быть равным $100°$?
– Чему равна сумма углов при основании данного треугольника? А каждый из них?

Задача № 227 (б)

Пусть $\angle C = x$, тогда $\angle BCD = 3x$. Но $\angle C + \angle BCD = 180°$, тогда $x + 3x = 180°$, $x = 45°$, тогда $\angle A = \angle C = 45°$, $\angle B = 90°$ (рис. 4.5).

(*Ответ:* $45°$, $45°$, $90°$.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Чему равен угол при основании равнобедренного треугольника, если он в три раза меньше внешнего угла, смежного с ним?

– Чему равны другие углы данного треугольника?

V. Самостоятельное решение задач

1. Решить задачи № 227 (а), 229.

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

Задача № 227 (а)

Пусть $\angle B = x$, тогда $\angle A = \angle C = 2x$. Так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, то $x + x + 2x = 180°$, откуда $x = 36°$, т. е. $\angle B = 36°$, $\angle A = \angle C = 72°$ (рис. 4.5).

(*Ответ:* 36°, 72°, 72°.)

Задача № 229

ΔABC – равнобедренный с основанием AC, тогда $\angle BAC = \angle BCA = 50°$. AD – биссектриса, значит, $\angle DAC = 25°$ (рис. 4.6).

$\angle DAC + \angle ACD + \angle ADC = 180°$, откуда $\angle ADC = 180° - (\angle DAC + \angle ACD) = 105°$.

(*Ответ:* $\angle ADC = 105°$.)

2. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Дано: DK – биссектриса, $\angle CDK = 28°$, $\angle CKD = 75°$ (рис. 4.7).

Найти: углы ΔCDE.

(*Ответ:* $\angle CDE = 56°$, $\angle DCE = 77°$, $\angle CED = 47°$.)

Задача 2

Дано: $AB = BC$, $\angle A = 50°$, BM – высота (рис. 4.8).

Найти: $\angle CBM$.

(*Ответ:* $\angle CBM = 40°$.)

Задача 3

Дано: $OB = OA$, $OC = CD$, $\angle BOC = 137°$ (рис. 4.9).

Найти: углы ΔAOB и ΔCDO.

(*Ответ:* $\angle AOB = 43°$, $\angle A = \angle B = 68°30'$, $\angle COD = \angle CDO = 43°$, $\angle OCD = 94°$.)

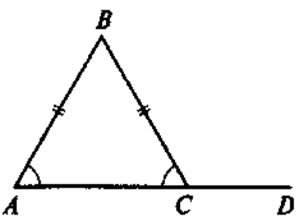


Рис. 4.5

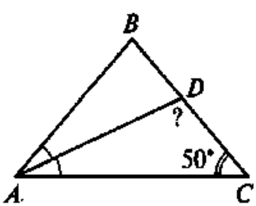


Рис. 4.6

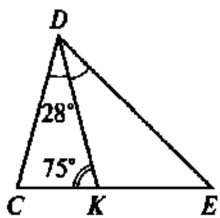


Рис. 4.7

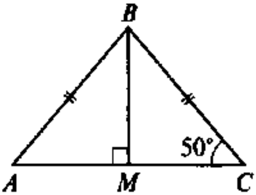


Рис. 4.8

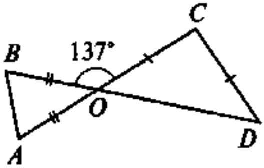


Рис. 4.9

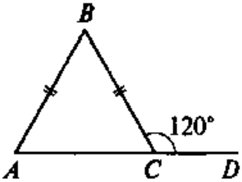


Рис. 4.10

Задача 4

Дано: $AB = BC = 5$ см, $\angle BCD = 120°$ (рис. 4.10).

Найти: AC.

(*Ответ:* $AC = 5$ см.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания (№ 227 (а), 229 и одна из дополнительных задач);
- оценка «4» – одно из заданий выполнено правильно, а при решении второго задания допущены незначительные ошибки;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – оценка не ставится.

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Какой угол называется внешним углом треугольника?
2. Чему равна сумма углов треугольника?
3. Сформулируйте свойство внешнего угла треугольника.
4. Может ли угол при основании равнобедренного треугольника быть острым, прямым, тупым?
5. Чему равны углы равностороннего треугольника? Ответ обоснуйте.

Домашнее задание

1. § 30, вопросы 1, 2.
2. Решить задачи № 224, 228 (а), 230.

Задача № 224

(*Ответ:* $\angle A = 40°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 80°$.)

Задача № 228 (а)

Возможны два случая:

1) 40° – градусная мера угла при основании, тогда углы данного треугольника равны 40°, 40°, 100°.

2) 40° – градусная мера угла, противолежащего основанию, тогда углы данного треугольника равны 40°, 70°, 70°.

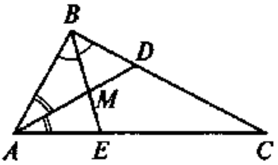


Рис. 4.11

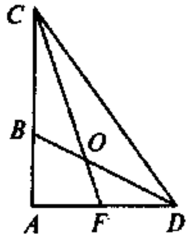


Рис. 4.12

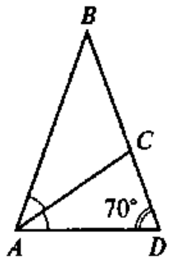


Рис. 4.13

Задача № 230

Решение: AD и BE – биссектрисы ΔABC, тогда $\angle ABM = 96° : 2 = 48°$, $BAM = 58° : 2 = 29°$ (рис. 4.11).

В треугольнике ABM $\angle ABM + \angle BAM + \angle AMB = 180°$.

Тогда $\angle AMB = 180° - (48° + 29°) = 103°$.

(*Ответ:* $\angle AMB = 103°$.)

3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Дано: $\angle A = 90°$; CF, DB – биссектрисы ΔACD (рис. 4.12).

Найти: $\angle COD$.

Решение: $\angle A = 90°$, тогда $\angle ACD + \angle ADC = 180° - \angle A = 90°$.

CF, DB – биссектрисы ΔACD, тогда $\angle DCO = \frac{1}{2}\angle ACD$, $\angle CDO = \frac{1}{2}\angle ADC$, а $\angle DCO + \angle CDO = \frac{1}{2}(\angle ACD + \angle ADC) = \frac{1}{2} \cdot 90° = 45°$.

В треугольнике CDO $\angle DCO + \angle CDO + \angle COD = 180°$, тогда $\angle COD = 180° - (\angle DCO + \angle CDO) = 180° - 45° = 135°$.

(*Ответ:* $\angle COD = 135°$.)

Задача 2

Дано: $AB = BD$, $\angle D = 70°$, AC – биссектриса ΔABD (рис. 4.13).

Найти: $\angle ACB$.

Решение: $AB = BD$, тогда $\angle BAD = \angle BDA = 70°$.

AC – биссектриса ΔABD, тогда $\angle CAD = 35°$.

В ΔACD: $\angle CAD + \angle ADC + \angle ACD = 180°$, тогда $\angle ACD = 75°$.

$\angle ACD + \angle ACB = 180°$, тогда $\angle ACB = 105°$.

(*Ответ:* $\angle ACB = 105°$.)

Урок 44. Сумма углов треугольника. Решение задач

Основные дидактические цели урока: ввести понятие остроугольного, прямоугольного, тупоугольного треугольников; катета и гипотенузы прямоугольного треугольника; совершенствовать навыки решения задач на применение теоремы о сумме углов треугольника, свойства внешнего угла треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 1 и 2.

(Индивидуально на карточках в письменном виде.)

2. Проверить решение домашних задач № 228 (а), 230 и дополнительных домашних задач № 1, 2.

(Четыре ученика готовят рисунки к задачам и записывают краткое решение. Заслушать их после решения задач по готовым чертежам.)

3. Решить задачи по готовым чертежам (фронтальная работа).

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1) *Найти:* $\angle C$ (рис. 4.14).

2) *Найти:* $\angle A$, $\angle C$, $\angle CBD$ (рис. 4.15).

3) *Дано:* ΔACE – равносторонний (рис. 4.16).

Найти: $\angle AFB$.

4) *Дано:* $BC = AC$ (рис. 4.17).

Найти: $\angle ABD$.

4. Решить самостоятельно задачи № 118, 119 (рабочая тетрадь).

(До начала изучения нового материала учащиеся сдают тетради на проверку.)

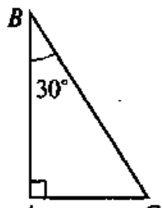


Рис. 4.14

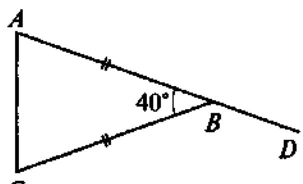


Рис. 4.15

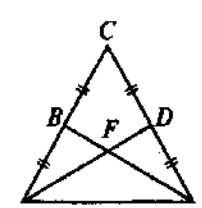


Рис. 4.16

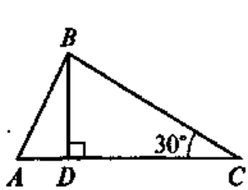


Рис. 4.17

III. Работа по теме урока

1. Выполнить задания теста.

(Задания теста и варианты ответов зачитывает учитель, учащиеся предлагают вариант ответа с пояснением.)

1) В треугольнике ABC $\angle A = 90°$, при этом другие два угла:
   а) один острый, другой может быть прямым или тупым;
   б) оба острые;
   в) могут быть как острыми, так и прямыми или тупыми.

2) В треугольнике ABC $\angle B$ – тупой, при этом другие два угла могут быть:
   а) только острыми;
   б) острыми и прямыми;
   в) острыми и тупыми.

3) В тупоугольном треугольнике могут быть:
   а) прямой и острый углы;
   б) тупой и прямой углы;
   в) тупой и острый углы.

4) В остроугольном треугольнике могут быть:
   а) все углы острые;
   б) один тупой угол;
   в) один прямой угол.

5) В прямоугольном треугольнике могут быть:
   а) прямой и тупой углы;
   б) два прямых угла;
   в) два острых угла.

Ответы к тесту: 1 – б; 2 – а; 3– в; 4 – а; 5 – в.

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, какая тема нашего урока? (***Примерный ответ.*** Узнаем, какие углы могут быть в остроугольном, прямоугольном и тупоугольном треугольниках.)

Да, сегодня мы должны выяснить, какие углы могут быть в треугольниках.

– Сколько острых (прямых, тупых) углов может быть в треугольнике? Сделайте вывод.
– Как называется треугольник, в котором все углы острые?
– Как называется треугольник, в котором один из углов прямой (тупой)? Какими при этом могут быть другие углы?

Выводы:

1. В любом треугольнике либо все углы острые, либо два угла острые, а третий тупой или прямой.
2. Треугольник, в котором все углы острые, называется остроугольным.

3. Треугольник, в котором один из углов прямой, называется прямоугольным. В прямоугольном треугольнике один угол прямой, а два других – острые.
4. Треугольник, в котором один из углов тупой, называется тупоугольным. В тупоугольном треугольнике один угол тупой, а два других – острые.

(Далее вводятся понятия гипотенузы и катетов прямоугольного треугольника.)

Определение: Сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла, называется гипотенузой, а две другие стороны – катетами.

На доске и в тетрадях рис. 4.18 и запись: AB – гипотенуза; AC, BC – катеты.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 232, 129 (рабочая тетрадь).
2. Решить письменно задачу № 231.

Дано: ΔABC, AM – медиана, $AM = \frac{1}{2}BC$ (рис. 4.19).

Доказать: ΔABC – прямоугольный.

Доказательство: ΔABM – равнобедренный с основанием AB, тогда $\angle MBA = \angle MAB$.

ΔAMC – равнобедренный с основанием AC, тогда $\angle MAC = \angle MCA$.

По теореме о сумме углов треугольника $\angle ABC + \angle BAC + \angle ACB = 180°$.

Так как $\angle BAC = \angle MAB + \angle MAC$, $\angle MBA = \angle MAB$ и $\angle MAC = \angle MCA$, то $\angle ABM + \angle MAB + \angle MAC + \angle MCA = 180°$, $2\angle MAB + 2\angle MAC = 180°$, тогда $\angle MAB + \angle MAC = 90°$, $\angle BAC = 90°$, т. е. ΔABC – прямоугольный.

3. Решить задачи по готовым чертежам (в тетрадях записать только ответы) с последующей самопроверкой по готовым ответам.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

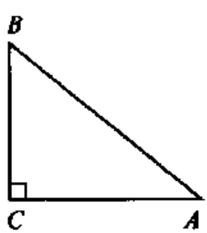


Рис. 4.18

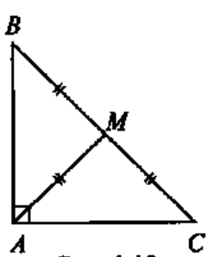


Рис. 4.19

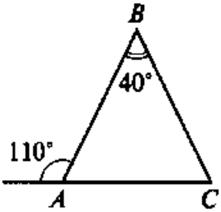


Рис. 4.20

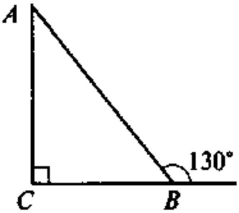


Рис. 4.21

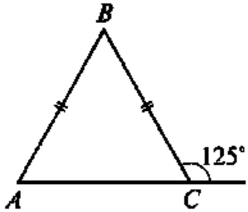


Рис. 4.22

I уровень сложности

1) *Найти:* $\angle A$, $\angle C$ (рис. 4.20).
(*Ответ:* $\angle A = 70°$, $\angle C = 70°$.)
2) *Найти:* $\angle B$, $\angle A$ (рис. 4.21).
(*Ответ:* $\angle B = 50°$, $\angle A = 40°$.)
3) *Найти:* $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ (рис. 4.22).
(*Ответ:* $\angle A = 55°$, $\angle C = 55°$, $\angle B = 70°$.)
4) *Найти:* $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ (рис. 4.23).
(*Ответ:* $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$.)
5) *Найти:* $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ (рис. 4.24).
(*Ответ:* $\angle A = 40°$, $\angle C = 95°$, $\angle B = 45°$.)
6) *Найти:* $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ (рис. 4.25).
(*Ответ:* $\angle A = 70°$, $\angle B = 40°$, $\angle C = 70°$.)
7) *Дано:* $AB \parallel CD$ (рис. 4.26).
Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.
(*Ответ:* $\angle A = 50^{\sigma}$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 70°$.)
8) *Найти:* $\angle ABC$, $\angle C$ (рис. 4.27).
(*Ответ:* $\angle ABC = 90°$, $\angle C = 60°$.)
9) *Найти:* $\angle E$, $\angle CFE$ (рис. 4.28).

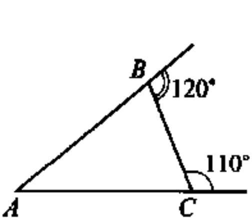


Рис. 4.23

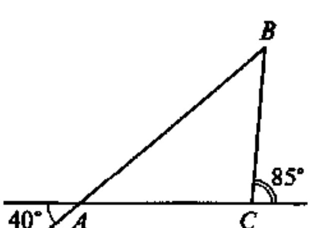


Рис. 4.24

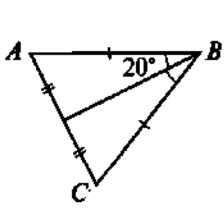


Рис. 4.25

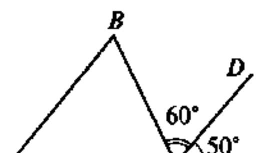


Рис. 4.26

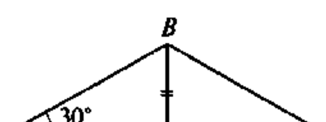


Рис. 4.27

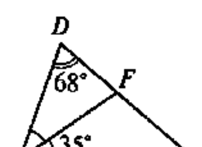


Рис. 4.28

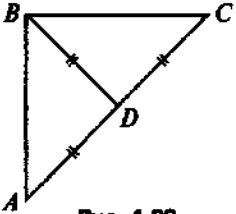


Рис. 4.29

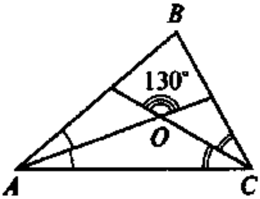


Рис. 4.30

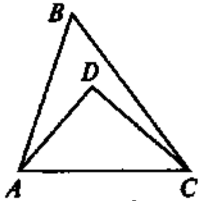


Рис. 4.31

(*Ответ:* $\angle E = 42°$, $\angle CFE = 103°$.)

II уровень сложности

1) ***Найти:*** $\angle ABC$ (рис. 4.29).

(***Ответ:*** $\angle ABC = 90°$.)

2) ***Найти:*** $\angle ABC$ (рис. 4.30).

(***Ответ:*** $\angle ABC = 80°$.)

3) *Доказать:* $\angle ABC < \angle ADC$ (рис. 4.31).

Доказательство: $\angle ABC = 180° - (\angle BAC + \angle BCA)$.

$\angle ADC = 180° - (\angle DAC + \angle DCA)$, $\angle BAC > \angle DAC$, $\angle BCA > \angle DCA$, отсюда $\angle BAC + \angle BCA > \angle DAC + \angle DCA$, а $180° - (\angle BAC + \angle BCA) < 180° - (\angle DAC + \angle DCA)$.

Значит, $\angle ABC < \angle ADC$.

4) *Доказать:* $\angle 1 > \angle 2$ (рис. 4.32).

Доказательство: $\angle 1 = \angle 3$, так как ΔABD – равнобедренный, тогда $\angle BDC = 180° - \angle 3 = 180° - \angle 1$.

В ΔBDC $\angle 2 + \angle CBD + \angle BDC = 180°$, тогда $\angle 2 = 180° - (\angle BDC + \angle CBD) = 180° - (180° - \angle 1 + \angle CBD) = \angle 1 - \angle CBD$.

Получили $\angle 2 = \angle 1 - \angle CBD$, т. е. $\angle 1 > \angle 2$.

5) ***Найти:*** $\alpha + \beta + \gamma$ (рис. 4.33).

(***Ответ:*** $\alpha + \beta + \gamma = 360°$.)

6) *Дано:* $a \parallel b$ (рис. 4.34).

Доказать: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360°$.

(***Ответ:*** Через точку *B* провести прямую, параллельную прямой *a*, получится две пары односторонних углов при параллельных прямых, сумма их равна $180° \cdot 2 = 360°$.)

7) ***Найти ошибку:*** $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ (рис. 4.35).

(***Ответ:*** $\angle 2 + \angle 4 = 180°$, $\angle 1 + \angle 3 < 180°$.)

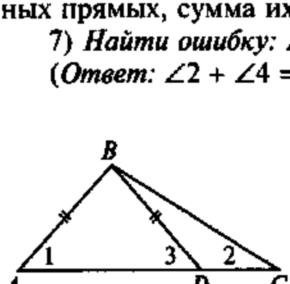


Рис. 4.32

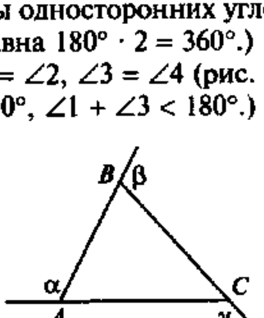


Рис. 4.33

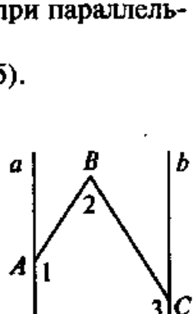


Рис. 4.34

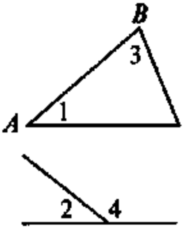


Рис. 4.35

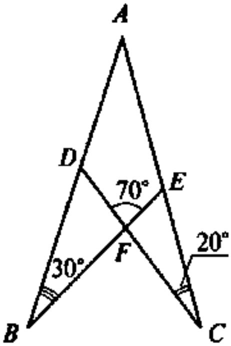


Рис. 4.36

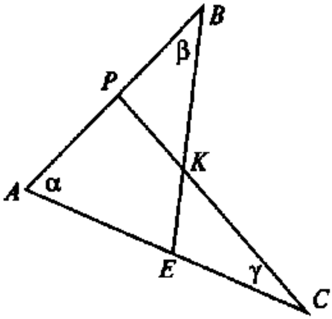


Рис. 4.37

8) *Найти:* $\angle A$ (рис. 4.36).
(*Ответ:* $\angle A = 20°$.)
9) *Найти:* $\angle EKC$ (рис. 4.37).
(*Ответ:* $180° - (\alpha + \beta + \gamma)$.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сколько острых (прямых, тупых) углов может быть в треугольнике?
2. Как называется треугольник, в котором все углы острые?
3. Как называется треугольник, в котором один из углов прямой (тупой)? Какими при этом могут быть другие углы?
4. Как называются стороны прямоугольного треугольника? Как определить, какая из сторон является гипотенузой, а какие катетами?

Домашнее задание

1. § 31, вопросы 3–5.
2. Решить задачи. I уровень сложности: № 120, 121, 123 (рабочая тетрадь); II уровень сложности: № 233, 234, 235 (учебник).

Задача № 234

Решение:

Возможны два случая (рис. 4.38):
а) $\angle DBC = 115°$, тогда $\angle ABC = 65°$, а $\angle A + \angle C = 115°$.
Так как $\angle A = \angle C$, то $\angle A = 57°30'$, $\angle C = 57°30'$.
б) $\angle BCD = 115°$, тогда $\angle BAC = \angle BCA = 65°$, а $\angle ABC = 50°$.
(*Ответ:* $57°30'$, $57°30'$, $65°$ или $65°$, $65°$, $50°$.)

Задача № 235

Решение: Если $\angle ADB = 110°$, то $\angle DAC + \angle ACD = 110°$, так как $\angle ADB$ – внешний угол ΔADC (рис. 4.39).

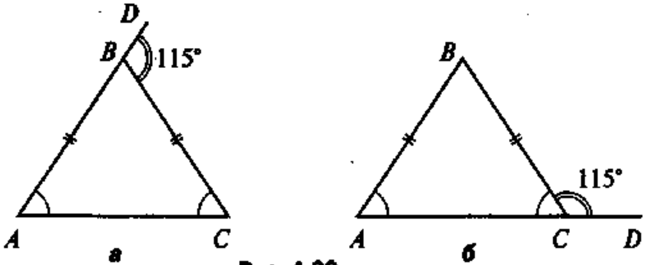


Рис. 4.38

Так как ΔABC – равнобедренный с основанием AC, AD – его биссектриса, то $\angle DAC = \frac{1}{2}\angle ACD$, тогда $\frac{1}{2}\angle ACD + \angle ACD = 110°$, откуда $\angle ACD = 73°20'$, тогда $\angle BAC = 73°20'$, $\angle ABC = 33°20'$.

(*Ответ:* 73°20′, 73°20′, 33°20′.)

3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

В равнобедренном треугольнике CDE с основанием CE и углом D, равным 102°, проведена высота CH.

Найдите: $\angle DCH$.

Решение: $\angle D = 102°$, тогда $\angle CDH = 78°$ (рис. 4.40).

$\angle H = 90°$, тогда $\angle DCH = 180° - (\angle H + \angle CDH) = 12°$.

(*Ответ:* $\angle DCH = 12°$.)

Задача 2

В треугольнике ABC проведены биссектрисы AM и BN, пересекающиеся в точке K, причем $\angle AKN = 58°$.

Найдите: $\angle ACB$.

Решение: $\angle AKN = 58°$, тогда $\angle AKB = 122°$, следовательно, $\angle 1 + \angle 2 = 180° - \angle AKB = 58°$ (рис. 4.41).

$\angle ABC = 2\angle 2$, $\angle BAC = 2\angle 1$.

Тогда $\angle ABC + \angle BAC = 2(\angle 2 + \angle 1) = 2 \cdot 58° = 116°$.

Следовательно, $\angle ACB = 180° - (\angle ABC + \angle BAC) = 64°$.

(*Ответ:* $\angle ACB = 64°$.)

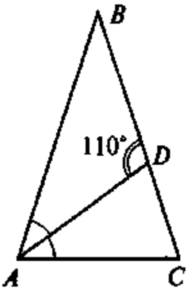


Рис. 4.39

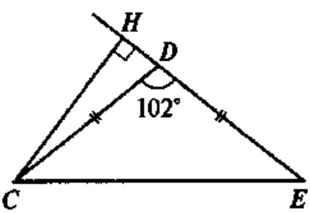


Рис. 4.40

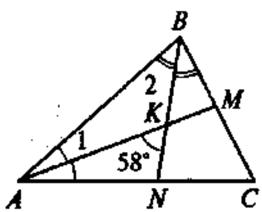


Рис. 4.41

Урок 45. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Основные дидактические цели урока: рассмотреть теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника; научить решать задачи на применение теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника; совершенствовать навыки решения задач на применение теоремы о сумме углов треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

Проверить задачи № 234, 235, дополнительные задачи.

(Четыре ученика заранее записывают краткие решения задач на доске.)

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа. Возможна запись краткого решения задач.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Найти:* углы ΔABC (рис. 4.42).

2. Внутренние углы треугольника ABC пропорциональны числам 2, 5, 8.

а) *Найти:* углы ΔABC.

б) *Найти:* внешние углы ΔABC.

3. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. $\angle A = 50°$, $\angle B = 60°$.

Найти: углы ΔCBD.

Вариант 2

1. *Найти:* углы ΔABC (рис. 4.43).

2. Внутренние углы треугольника ABC пропорциональны числам 3, 5, 7.

а) *Найти:* углы ΔABC.

б) *Найти:* внешние углы ΔABC.

3. В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. $\angle ADB = 120°$, $\angle B = 80°$.

Найти: углы ΔCBD.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AB = BC$ (рис. 4.44).

Найти: углы ΔABC.

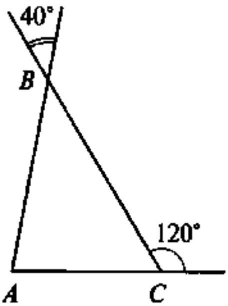


Рис. 4.42

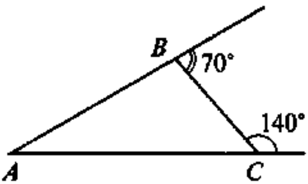


Рис. 4.43

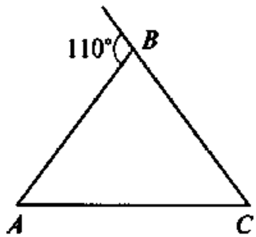


Рис. 4.44

2. Внешний угол треугольника равен 140°, а внутренние углы, не смежные с ним, относятся как 3 : 4.

Найти: все внутренние углы треугольника.

3. ΔABC – равнобедренный с основанием AB. Биссектрисы углов при основании пересекаются в точке D. $\angle ADB = 100°$.

Найти: $\angle C$.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = BC$ (рис. 4.45).

Найти: углы ΔABC.

2. Один из внутренних углов треугольника в 3 раза больше другого, а внешний угол, смежный с третьим внутренним углом, равен 100°.

Найти: все внутренние углы треугольника.

3. ΔABC – равнобедренный с основанием AB. Биссектрисы углов при основании пересекаются в точке D. $\angle C = 100°$.

Найти: $\angle ADB$.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $AD = BD$; $BE = EC$; $\angle BDE = 80°$, $\angle BED = 60°$ (рис. 4.46).

Найти: $\angle ABC$.

2. Какими могут быть углы равнобедренного треугольника, если один из них на 40° меньше суммы двух других?

3. Один из углов треугольника равен сумме двух других. Докажите, что данный треугольник – прямоугольный.

Вариант 2

1. *Дано:* $AD = BD$; $BE = EC$; $\angle A = 40°$, $\angle C = 30°$ (рис. 4.46).

Найти: $\angle DBE$.

2. Какими могут быть углы равнобедренного треугольника, если один из них в 5 раз меньше суммы двух других?

3. Один из углов треугольника равен разности двух других. Докажите, что данный треугольник – прямоугольный.

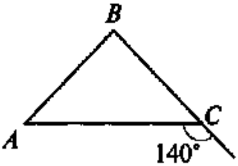


Рис. 4.45

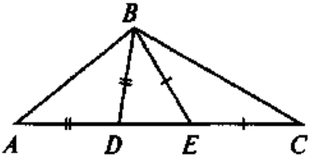


Рис. 4.46

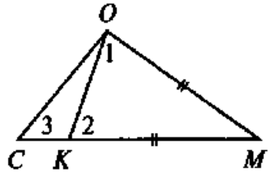


Рис. 4.47

IV. Работа по теме урока

1. Решить задачу с последующим обсуждением (работа в парах).

Дано: ΔMOC, $K \in CM$, $MO = MK$ (рис. 4.47).

Доказать:

а) $\angle 1 > \angle 3$;

б) $\angle MOC > \angle 3$.

Доказательство:

а) Так как $MO = MK$, то ΔMOK – равнобедренный с основанием OK, значит, $\angle 1 = \angle 2$.

Так как $\angle 2$ – внешний угол ΔCOK, то $\angle 2 = \angle 3 + \angle COK$, следовательно, $\angle 2$ больше $\angle 3$. Так как $\angle 1 = \angle 2$, а $\angle 2$ больше $\angle 3$, то и $\angle 1$ больше $\angle 3$, что и требовалось доказать.

б) $\angle MOC = \angle COK + \angle 1$, следовательно, $\angle MOC$ больше $\angle 1$, но $\angle 1$ больше $\angle 3$, поэтому $\angle MOC$ больше $\angle 3$, что и требовалось доказать.

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня будем заниматься на уроке? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Будем сравнивать углы и т. д.)

Да, сегодня мы должны уяснить, какие углы в треугольнике больше, а какие меньше. Научимся сравнивать углы треугольника в зависимости от сторон треугольника и наоборот.

– Как вы думаете, существует ли какая-либо взаимосвязь между сторонами и углами треугольника? Какой из углов лежит против большей стороны треугольника? Какая сторона лежит против большего из углов?

3. Доказать теорему о соотношениях между сторонами и углами треугольника (п. 33 учебника).

(Проводится в форме беседы с учащимися).

V. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 130, 131 (рабочая тетрадь).

2. Решить устно задачи.

1) *Дано:* $\angle C$ – тупой (рис. 4.48).

Доказать: $MB < AB$.

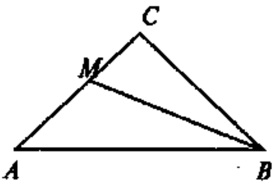


Рис. 4.48

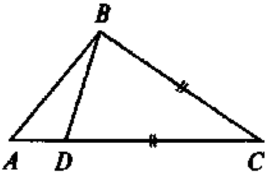


Рис. 4.49

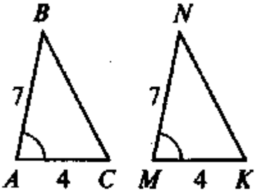


Рис. 4.50

2) *Дано:* $BC = DC$ (рис. 4.49).

Доказать: $\angle B > \angle A$.

3) *Сравнить:* $\angle C$ и $\angle N$ (рис. 4.50).

4) *Дано:* ΔABC, ΔMPK, $AC = MK$, $\angle A = \angle M = 60°$, $\angle C = \angle K = 80°$.

Сравнить: отрезки AB и NK.

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте теорему о соотношениях между сторонами и углами треугольника.
2. В треугольнике ABC меньшая сторона AB, большая – BC. Сравните углы треугольника ABC.
3. В треугольнике MPK угол M больше угла P, но меньше угла K. Сравните стороны треугольника MPK.

Домашнее задание

1. § 32, вопрос 6.
2. Решить задачи № 236, 237.
3. Выполнить работу над ошибками.

Урок 46. Соотношения между сторонами и углами треугольника

Основные дидактические цели урока: рассмотреть следствия теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника; совершенствовать навыки решения задач на применение теорем о соотношениях между сторонами и углами треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Провести теоретический опрос.

(Два ученика готовят у доски доказательства первой и второй частей теоремы о соотношениях между сторонами и углами

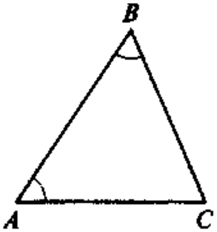


Рис. 4.51

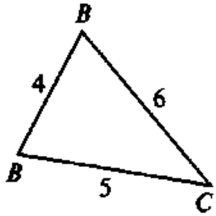


Рис. 4.52

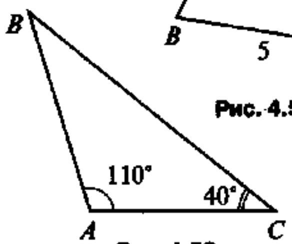


Рис. 4.53

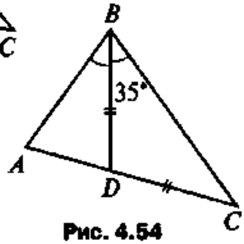


Рис. 4.54

треугольника с последующим заслушиванием их ответов всем классом.)

2. Решить устно задачи.

1) *Дано:* $\angle A = \angle B$ (рис. 4.51).

Доказать: ΔABC – равнобедренный.

2) *Сравнить:* углы ΔABC (рис. 4.52).

3) *Указать:* наибольшую и наименьшую стороны ΔABC (рис. 4.53).

4) *Сравнить:* отрезки AD и DC (рис. 4.54).

3. Решить самостоятельно задачи № 132, 133 (рабочая тетрадь).

III. Работа над ошибками самостоятельной работы по готовым ответам

Ответы к задачам самостоятельной работы

I уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle A = 80°$, $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$.

2. а) 24°, 60°, 96°;

б) 156°, 120°, 84°.

3. $\angle CBD = 30°$, $\angle BDC = 80°$, $\angle BCD = 70°$.

Вариант 2

1. $\angle A = 30°$, $\angle B = 110°$, $\angle C = 40°$.

2. а) 36°, 60°, 84°;

б) 144°, 120°, 96°.

3. $\angle CBD = 40°$, $\angle BDC = 60°$, $\angle BCD = 80°$.

II уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle A = 55°$, $\angle C = 55°$, $\angle B = 70°$.

2. 60°, 80°, 40°.

3. $\angle C = 20°$.

Вариант 2

1. $\angle A = 40°$, $\angle C = 40°$, $\angle B = 100°$.
2. 25°, 75°, 80°.
3. $\angle ADB = 140°$.

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle ABC = 110°$.
2. 55°, 55°, 70° или 70°, 70°, 40°.
3. $\angle A + \angle B = \angle C$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $2\angle C = 180°$, $\angle C = 90°$.

Вариант 2

1. $\angle DBE = 40°$.
2. 75°, 75°, 30° или 30°, 30°, 120°.
3. $\angle C = \angle A - \angle B$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, $\angle A + \angle B + (\angle A - \angle B) = 180°$, $\angle A = 90°$.

IV. Работа по теме урока

Решить задачи (работа в группах).

Задача 1

Докажите, что в прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

Задача 2

Докажите, что если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

(Дать на обдумывание 2—3 мин, а затем заслушать варианты ответов. В конце обсуждения вариантов доказательств следует подчеркнуть, что доказанные утверждения являются следствиями теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника, а второе следствие называется признаком равнобедренного треугольника.)

V. Закрепление изученного материала

1. Решить задачу № 243.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях).

Задача № 243

Дано: ΔABC, AA_1 – биссектриса, $CD \parallel AA_1$, $D \in AB$.

Доказать: $AC = AD$.

Доказательство: $\angle BAA_1 = \angle CAA_1$, так как AA_1 – биссектриса (рис. 4.55).

$AA_1 \parallel DC$, значит, $\angle CAA_1 = \angle ACD$. $\angle BAC$ – внешний угол ΔACD, $\angle BAC = 2\angle CAA_1 = \angle ACD + \angle ADC$.

Так как $\angle ACD = \angle CAA_1$, то и $\angle ADC = \angle CAA_1$, т. е. в ΔACD углы $\angle ACD$ и $\angle ADC$ равны, а по признаку равнобедренного тре-

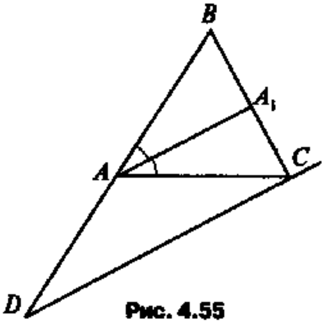


Рис. 4.55

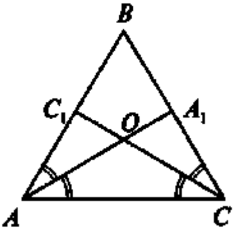


Рис. 4.56

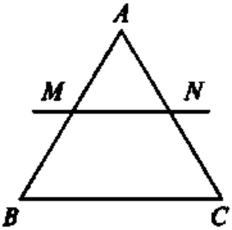


Рис. 4.57

угольника, ΔACD – равнобедренный с основанием DC, откуда следует, что $AD = AC$.

Наводящие вопросы к задаче.

– Сравните $\angle BAC$ и $\angle ACD$.

– Каким является $\angle BAC$ по отношению к $\angle DAC$? Чему равна его величина?

– Сравните $\angle ACD$ и $\angle ADC$.

– О чем это говорит?

2. Решить задачу № 134 (рабочая тетрадь).

3. Решить самостоятельно задачи № 240, 241, 246, 247.

Задача № 240

Решение: ΔABC – равнобедренный, значит $\angle BAC = \angle BCA$ (рис. 4.56).

AA_1, CC_1 – биссектрисы двух равных углов, следовательно, $\angle A_1AC = \angle C_1CA$.

В ΔAOC $\angle OAC = \angle OCA$, значит, ΔAOC – равнобедренный.

Задача № 241

Решение: ΔABC – равнобедренный, значит $\angle B = \angle C$. $MN \parallel BC$, откуда $\angle AMN = \angle B$, $\angle ANM = \angle C$ (рис. 4.57).

Получили, что $\angle AMN = \angle ANM$, т. е. в ΔAMN два угла равны, следовательно, ΔAMN – равнобедренный.

Задача № 246

Решение: Так как BO – биссектриса, то $\angle ABO = \angle EBO$.

$OE \parallel AB$, следовательно, $\angle ABO = \angle BOE$, отсюда $\angle BOE = \angle EBO$, а ΔBOE – равнобедренный с основанием BO, т. е. $BE = OE$. Так как CO – биссектриса, то $\angle ACO = \angle DCO$.

$OD \parallel AC$, следовательно, $\angle ACO = \angle COD$, отсюда $\angle DCO = \angle COD$, а ΔDCO – равнобедренный с основанием OC, т. е. $OD = DC$.

$P_{EDO} = OE + ED + DO$, но $OE = BE$, $OD = DC$, тогда $P_{EDO} = BE + ED + DC = BC$.

Задача № 247

Решение:

а) $\Delta ABQ = \Delta ACP$ по двум сторонам и углу между ними ($AB = AC$, $AQ = AP$, $\angle A$ – общий), следовательно, $\angle ABQ = \angle ACP$.

ΔABC – равнобедренный ($AB = AC$), тогда $\angle ABC = \angle ACB$.

Так как $\angle ABC = \angle ACB$ и $\angle ABQ = \angle ACP$, то $\angle OBC = \angle OCB$, т. е. в ΔBOC два угла равны, а это значит, что ΔBOC – равнобедренный.

б) Так как ΔBOC – равнобедренный, то $BO = CO$, тогда $\Delta ABO = \Delta ACO$ по трем сторонам ($AB = AC$, AO – общая сторона, $BO = CO$), следовательно, $\angle BAO = \angle CAO$, т. е. AO – биссектриса $\angle BAC$, а биссектриса, проведенная из вершины равнобедренного треугольника к его основанию, является его медианой и высотой. Таким образом, прямая OA проходит через середину основания BC и перпендикулярна к нему.

VI. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте следствия теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника.
2. Сформулируйте признак равнобедренного треугольника.
3. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A сравните стороны BC и AB.
4. В треугольнике MPK углы M и K равны. Определите вид данного треугольника.

Домашнее задание

1. § 32, вопросы 6–8.
2. Решить задачи № 242, 244, 245.
3. Решить дополнительную задачу.

В ΔABC проведена биссектриса BD, $\angle A = 75°$, $\angle C = 35°$.

а) *Доказать:* ΔBDC – равнобедренный.

б) *Сравнить:* отрезки AD и DC.

Решение:

а) В ΔABC $\angle A = 75°$, $\angle C = 35°$, тогда $\angle ABC = 180° - (\angle A + \angle C) = 70°$ (рис. 4.58).

Так как BD – биссектриса $\angle ABC$, равного $70°$, то $\angle DBC = 35°$.

В ΔBDC два угла ($\angle DCB$ и $\angle DBC$) равны, значит, ΔBDC – равнобедренный и $BD = DC$.

б) В ΔABD $\angle A = 75°$, $\angle ABD = 35°$, $\angle ADB = 70°$, тогда по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника $BD > AD$.

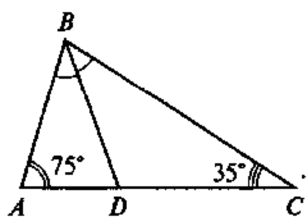


Рис. 4.58

Так как $DC = BD$, а $AD < BD$, то $AD < DC$.

(*Ответ:* $AD < DC$.)

Урок 47. Неравенство треугольника

Основные дидактические цели урока: рассмотреть теорему о неравенстве треугольника и ее следствие, показать их применение при решении задач; совершенствовать навыки учащихся при решении задач на применение теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника ее следствий.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 6–8.

(Четыре ученика отвечают на вопросы письменно в тетрадях.)

2. Проверить решение дополнительной домашней задачи.

3. Решить самостоятельно задачу 1 (для менее подготовленных учашихся); решить самостоятельно задачи 2, 3 (для остальных учащихся).

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помошь.)

Задача 1

В треугольнике CDE проведена биссектриса EF, $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 30^\circ$.

а) *Доказать:* ΔDEF – равнобедренный.

б) *Сравнить:* отрезки CF и DF.

Задача 2

В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$, точка M лежит на стороне AC. Докажите, что $BC < BM < AB$.

Задача 3

В треугольнике ABC $AB = BC$. На продолжении сторон AC и BC за вершину C отмечены точки D и E соответственно. Известно, что $DE \parallel AB$. Докажите, что ΔCDE равнобедренный.

III. Работа по теме урока

1. Решить задачу (работа в группах).

Построить треугольник ABC такой, чтобы:

а) $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AC = 6$ см;

б) $AB = 5$ см, $BC = 3$ см, $AC = 2$ см;

в) $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $AC = 3$ см.

(Дать на решение 2–3 мин, затем учитель вызывает ученика, решавшего задачу а), и весь класс слушает решение этой задачи. Таким же образом проверяются задачи б) и в). В ходе решения данной задачи и последующего ее обсуждения учащиеся должны прийти к тому, что не всегда можно построить треугольник из трех отрезков.)

2. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня будем заниматься на уроке? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Будем строить треугольники по трем сторонам, определять, существует ли треугольник с данными сторонами и т. д.)

Да, сегодня мы должны научиться определять, какие треугольники с данными сторонами существуют, а какие нет.

– Итак, возникла проблемная ситуация. Даны три отрезка, длины которых известны. Как определить, не выполняя построения, существует ли такой треугольник? (*Примерный ответ.* Для того, чтобы определить, существует ли треугольник с данными сторонами, нужно каждую сторону сравнить с суммой двух других сторон треугольника. Если каждая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон, то такой треугольник существует.)

Действительно, **каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон**. Данное утверждение получило название **теоремы о неравенстве треугольника**. Докажем данную теорему.

(Доказательство теоремы выполнить на доске и в тетрадях учащихся.)

Дано: ΔABC (рис. 4.59).

Доказать: $AB < AC + CB$.

Доказательство:

1) $C \in AD$, $A - C - D$, $CD = BC$;

2) ΔBCD – равнобедренный, следовательно, $\angle 1 = \angle 2$;

3) $\angle ABD > \angle 1$, следовательно, $\angle ABD > \angle 2$, тогда $AD > AB$;

4) $AD = AC + CD = AC + BC$, следовательно, $AB < AC + BC$.

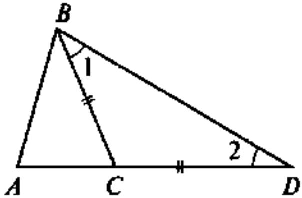


Рис. 4.59

Наводящие вопросы к доказательству теоремы.

– Что вы можете сказать о треугольнике BCD?

– Сравните $\angle ABD$ и $\angle 2$.

– Какая из сторон (AD или AB) треугольника ABD больше? Почему?

– Сравните AD и $AC + BC$, AB и $AC + BC$.

– Как можно записать теорему о неравенстве треугольника на языке математики?

Для любых трех точек A, B и C, не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства: $AB < AC + CB$, $AC < AB + BC$, $BC < BA + AC$.

Каждое из данных неравенств называется **неравенством треугольника**.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи № 137, 135 (рабочая тетрадь).

2. Решить письменно задачи № 253, 250 (б)

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях).

Задача № 253

Решение: Один из внешних углов треугольника острый, тогда внутренний угол, смежный с указанным – тупой. В равнобедренном ΔABC тупым может быть только угол при вершине (рис. 4.60).

Пусть в треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B > 90°$, тогда $AB < AC$, $BC < AC$ по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника. Так как разность двух сторон равна 4 см, то AC на 4 см больше, чем AB и BC.

Тогда $AC = AB + 4$, $BC = AB$.

$P_{ABC} = 25$ см, тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + AB + AB + 4 = 25$, откуда $AB = 7$ см, значит, $BC = 7$ см, $AC = 11$ см.

(*Ответ:* 7 см, 7 см, 11 см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Что вы можете сказать об углах этого треугольника, если известно, что один из них острый?

– Предположим, что тупым является угол B. Сравните стороны треугольника ABC.

– Чему равны стороны данного треугольника, если его периметр равен 25 см?

Задача № 250 (б)

Решение: Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. ΔABC – равнобедренный ($AB = BC$), поэтому достаточно проверить два условия: $AB < AC + BC$, $AC < AB = BC$ (рис. 4.61).

Возможны два случая:

1) $AB = BC = 2$ см, $AC = 8$ см. Условие $AC < AB + BC$ не выполняется, следовательно, такого быть не может.

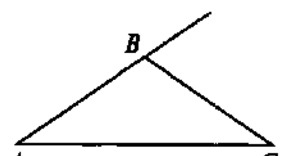


Рис. 4.60

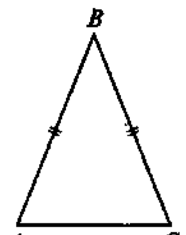


Рис. 4.61

2) $AB = BC = 8$ см, $AC = 2$ см. Оба условия выполняются, такой треугольник существует.

(*Ответ:* 8 см, 8 см, 2 см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Известна ли по условию задачи длина основания равнобедренного треугольника? А длина боковой стороны? Какие значения может принимать длина основания?
– Существует ли равнобедренный треугольник с боковой стороной 2 см, с основанием 8 см? Ответ объясните.
– Существует ли равнобедренный треугольник с боковой стороной 8 см, с основанием 2 см? Ответ объясните.

3. Решить самостоятельно задачи № 249, 252, 238 с последующей самопроверкой по готовым решениям.

Задача № 249

Решение: Пусть основание равно 10 см, боковые стороны по 25 см. По теореме о неравенстве треугольника должны выполняться условия $10 < 25 + 25$; $25 < 10 + 25$. Такой треугольник существует, значит, основание равно 10 см.

Пусть основание равно 25 см, боковые стороны по 10 см.

Условие $25 < 10 + 10$ не выполняется, такой треугольник не существует.

(*Ответ:* Основание равно 10 см.)

Задача № 252

Решение: Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны, значит, равны и смежные с ними внутренние углы данного треугольника, следовательно, указанный треугольник равнобедренный. Пусть основание равно 16 см.

Тогда боковые стороны равны $(74 - 16) : 2 = 29$ см.

В треугольнике со сторонами 16 см, 29 см, 29 см каждая сторона меньше суммы двух других его сторон. Если боковые стороны равны 16 см, то основание равно $74 - 16 \cdot 2 = 42$ см, получаем $42 < 16 + 16$ – неверно, следовательно, боковые стороны не могут быть равными 16 см.

(*Ответ:* 29 см, 29 см.)

Задача № 238

Решение: Возьмем произвольную точку X на основании AC равнобедренного ΔABC и докажем, что $BX < BC$. BX – сторона, противолежащая C. BC – сторона, противолежащая $\angle BXC$ (рис. 4.62).

Сравним $\angle C$ и $\angle BXC$.

Из ΔABC $\angle C = 180° - (\angle A + \angle ABC)$; из ΔBCX $\angle BXC = 180° - (\angle C + \angle CBX)$.

$\angle A + \angle ABC > \angle C + \angle CBX$, так как $\angle A = \angle C$, $\angle ABC > \angle CBX$, следовательно, $180° - (\angle A + \angle ABC) < 180° - (\angle C + \angle CBX)$, т. е. $\angle C < \angle BXC$, а против меньшего угла лежит меньшая сторона, то есть $BX < BC$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «4» – одно из заданий выполнено правильно, а при решении второго задания допущены незначительные ошибки;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – не ставится.

3. Решить дополнительные задачи.

I уровень сложности

1. В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, CM – медиана треугольника. Докажите, что $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$.

Решение:

1) Из ΔCMB $\angle CMB = 180° - (90° + \angle BCM) = 90° - \angle BCM$ (рис. 4.63).

Из ΔABC $\angle CAB = 180° - (90° + \angle ACB) = 90° - \angle ACB$.

Так как $\angle BCM < \angle ACB$, то $90° - \angle BCM > 90° - \angle ACB$, т. е. $\angle CMB > \angle CAB$.

2) ΔCBM – прямоугольный, гипотенуза $CM >$ катета BM, а так как $BM = MA$, то $CM > MA$. В ΔCMA $CM > MA$, но против большей стороны лежит больший угол, т. е. $\angle CAM > \angle ACM$, следовательно, $\angle CAB > \angle ACM$.

3) Так как $\angle CMB > \angle CAB$, а $\angle CAB > \angle ACM$, то $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$.

2. В треугольнике ABC $AC = BC$. Отрезки BC и BA продолжены за вершины C и A. На продолжениях отмечены точки

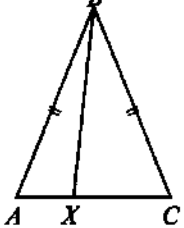


Рис. 4.62

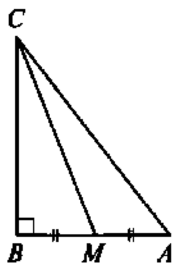


Рис. 4.63

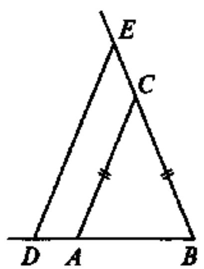


Рис. 4.64

E и D соответственно. Известно, что $DE \parallel AC$. Докажите, что треугольник BDE равнобедренный.

Доказательство: ΔABC – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle CAB$. $DE \parallel AC$, следовательно, $\angle EDA = \angle CAB$, отсюда получаем, что $\angle B = \angle EDA$ и по признаку равнобедренного треугольника ΔBDE – равнобедренный (рис. 4.64).

II уровень сложности

1. В треугольнике ABC BD – медиана, $\angle ABD < \angle BAC + \angle BCA$. Докажите, что $BD > \frac{1}{2}BC$.

Доказательство: Продолжим медиану BD за точку D на отрезок DE, равный BD. Тогда $\Delta ADE = \Delta CDB$ по двум сторонам и углу между ними, значит, $BC = AE$, $\angle CAE = \angle BCA$ (рис. 4.65).

Тогда получаем, $\angle BAC + \angle BCA = \angle BAD + \angle CAE = \angle BAE$. Так как $\angle ABD < \angle BAC + \angle BCA$, то $\angle ABE < \angle BAE$, тогда в ΔABE: $AE < BE$, т. е. $AE < 2BD$ или $BD > \frac{1}{2}AE$.

Так как $AE = BC$, то $BD > \frac{1}{2}AE$.

2. Дан треугольник ABC. Прямая CD параллельна биссектрисе внешнего угла треугольника при вершине B и пересекает сторону AB в точке D. Из точки D к прямой BC проведен перпендикуляр DK. Сравните отрезки DK и BC.

Решение: BE – биссектриса, тогда $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 4.66).

$BE \parallel DC$, тогда $\angle 2 = \angle BCD$, а $\angle 1 = \angle BDC$, а так как $\angle 1 = \angle 2$, то $\angle BCD = \angle BDC$, т. е. ΔDBC – равнобедренный с основанием DC и $DB = CB$.

ΔDBK – прямоугольный ($\angle K = 90°$), значит, гипотенуза DB больше катета DK, а так как $DB = BC$, то $BC > DK$.

(*Ответ:* $BC > DK$.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте теорему о неравенстве треугольника.

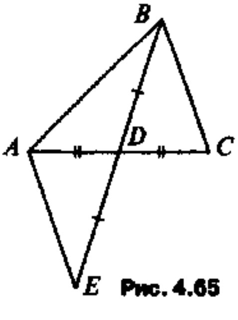


Рис. 4.65

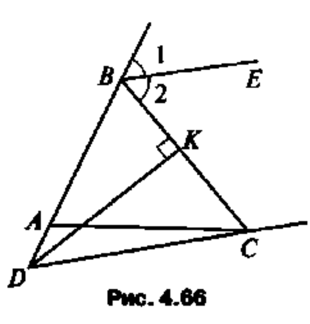


Рис. 4.66

2. Существует ли треугольник со сторонами:
   а) 7 см, 8 см, 12 см;
   б) 5 см, 8 см, 13 см;
   в) 9 см, 15 см, 5 см?

Домашнее задание

1. § 33, вопрос 9.
2. Решить задачи № 250 (а, в), 251, 239.
3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

В треугольнике ABC BD – медиана, $AB > 2BD$. Докажите, что $\angle BAC + \angle BCD < \angle DBC$.

Задача 2

В треугольнике ABC через вершину C проведена прямая, параллельная биссектрисе BD и пересекающая прямую AB в точке K. BE – высота треугольника ABC. Сравните отрезки BE и BK.

Урок 48. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки решения задач по теме «Сумма углов треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника»; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1) Может ли длина AB быть равной 27 см (рис. 4.67)?

2) *Дано:* $R_1 = 5$ см, $R_2 = 4$ см. Каким может быть расстояние от точки O_1 до точки O_2 (рис. 4.68)?

3) *Доказать:* $\angle ABC > \angle C$ (рис. 4.69).

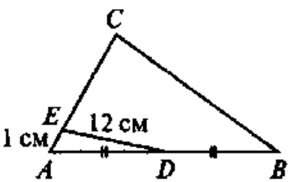


Рис. 4.67

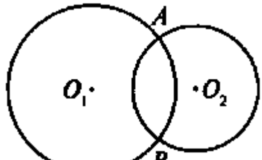


Рис. 4.68

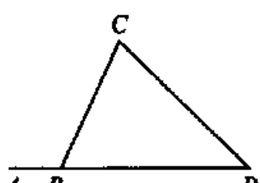


Рис. 4.69

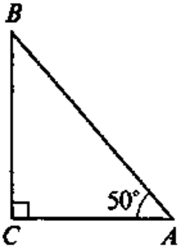


Рис. 4.70

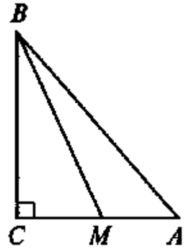


Рис. 4.71

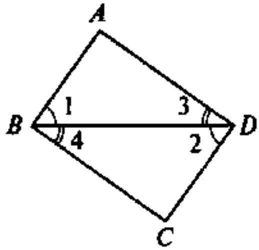


Рис. 4.72

4) *Сравнить:* AC и BC (рис. 4.70).

5) *Доказать:* $BC < BM < BA$ (рис. 4.71).

6) *Доказать:* $BD + DC > AD$ (рис. 4.72).

2. Решить задачу.

(Один ученик решает у доски, остальные – в тетрадях.)

Дано: отрезок EK – биссектриса треугольника DEC. Доказать, что $KC < EC$ (рис. 4.73).

Доказательство: $\angle EKC$ – внешний угол ΔDKE, значит, он больше $\angle 1$, следовательно, $\angle EKC > \angle 2$ ($\angle 1 = \angle 2$, так как EK – биссектриса). Так как $\angle EKC > \angle 2$, то по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника $EC > KC$, т. е. $KC < EC$, что и требовалось доказать.

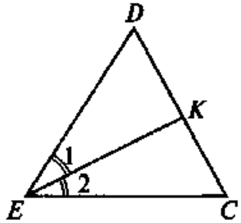


Рис. 4.73

Наводящие вопросы к задаче.

– Сравните $\angle 1$ и $\angle EKC$, $\angle 2$ и $\angle EKC$. Почему?

– Какая из сторон (EC или KC) треугольника EKC больше?

III. Самостоятельное решение задач

(Решить задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам и указаниям. Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

I уровень сложности

1. *Дано:* $\angle BAE = 112°$, $\angle DBF = 68°$, $BC = 9$ см (рис. 4.74). *Найти:* AC.

2. *Дано:* $\angle CBM = \angle ACF$, $P_{ABC} = 34$ см, $BC = 12$ см (рис. 4.75). *Найти:* AB.

3. Одна из сторон тупоугольного равнобедренного треугольника на 17 см меньше другой. Найдите стороны этого треугольника, если его периметр равен 77 см.

4. В равнобедренном треугольнике биссектрисы углов при основании образуют при пересечении угол, равный 52°. Найдите угол при вершине этого треугольника.

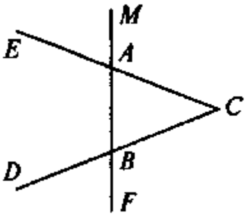


Рис. 4.74

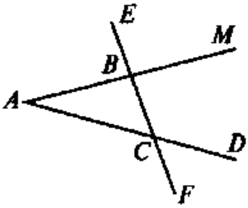


Рис. 4.75

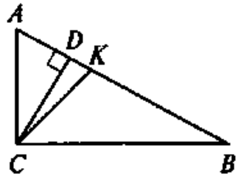


Рис. 4.76

5. В треугольнике ABC $\angle B = 70°$, $\angle C = 60°$. Сравните стороны треугольника.

6. *Дано:* $\angle C = 90°$, $\angle B = 27°$, CD – высота ΔABC, CK – биссектриса ΔABC (рис. 4.76).

Найти: $\angle DCK$.

II уровень сложности

1. В треугольнике MKP медиана MC равна половине стороны KP. Найдите угол M треугольника MKP.

2. Сторона AB треугольника ABC продолжена за точку B. На продолжении отмечена точка D так, что $BC = BD$. Найдите угол ACD, если $\angle ACB = 60°$, $\angle ABC = 50°$.

3. В треугольнике ABC биссектрисы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке O, $\angle ABC = 30°$, $\angle AOB = 107°$. Докажите, что треугольник ABC не является остроугольным.

4. На сторонах угла A, равного 45°, отмечены точки B и C, а во внутренней области угла – точка D так, что $\angle ABD = 95°$, $\angle ACD = 90°$. Найдите $\angle BDC$.

5. В треугольнике ABC $\angle B = 60°$. Внутри треугольника отмечена точка O, равноудаленная от его вершин. Докажите, что треугольник AOC является тупоугольным.

6. В треугольнике ABC BB_1 – медиана. Докажите, что $BB_1 < \frac{1}{2}(AB + BC)$.

7. В треугольнике ABC $\angle A = 40°$, $\angle B = 70°$. Из вершины C вне треугольника проведен луч CD так, что $\angle BCD$ равен 109°59′. Может ли выполняться равенство $AD = AC + CD$?

Ответы и указания к задачам для самопроверки:

I уровень сложности

1. $AC = 9$ см, так как ΔABC – равнобедренный ($\angle ABC = \angle BAC$).

2. $AB = 11$ см, так как ΔABC – равнобедренный с основанием BC ($\angle ABC = \angle ACB$).

3. 20 см, 20 см, 37 см.

4. *Решение:* $\angle AOC \neq 52°$, тогда $\angle 1 + \angle 2 = 128°$ и $\angle 3 + \angle 4 = 128°$, а $\angle BAC + \angle BCA = 256°$, чего быть не может, значит, $\angle AOC_1 = 52°$, тогда $\angle 1 + \angle 2 = 52°$, $\angle 3 + \angle 4 = 52°$, а $\angle BAC + \angle BCA = 104°$, значит, $\angle ABC = 76°$ (рис. 4.77).

(*Ответ:* $\angle ABC = 76°$.)

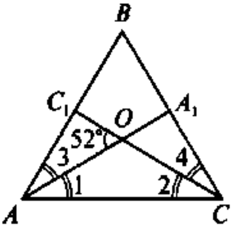


Рис. 4.77

5. $\angle B = 70°$, $\angle C = 60°$, тогда $\angle A = 50°$. Следовательно, по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника $BC < AB < AC$. (*Ответ:* $BC < AB < AC$.)

6. $\angle ACK = 45°$, $\angle BAC = 63°$, тогда $\angle ACD = 27°$, $\angle DCK = \angle ACK - \angle ACD = 45° - 27° = 18°$.

(*Ответ:* $\angle DCK = 18°$.)

II уровень сложности

1. $\angle M = 90°$.

2. $\angle ACD = 85°$ (см. решение по рисунку) (рис. 4.78).

3. $\angle 1 = 180° - (107° + 15°) = 58°$ (рис. 4.79).

$\angle 2 = 58°$, $\angle CAB = 116°$, значит, ΔABC – тупоугольный.

4. $\angle BDC = \angle BDA + \angle CDA$ (рис. 4.80).

$\angle BAD + \angle ABD + \angle BDA = 180°$, $\angle DAC + \angle ACD + \angle CDA = 180°$. Тогда $(\angle BAD + \angle ABD + \angle BDA) + (\angle DAC + \angle ACD + \angle CDA) = 360°$.

$(\angle BAD + \angle DAC) + \angle ABD + \angle ACD + (\angle BDA + \angle CDA)) = 45° + 95° + 90° + \angle BDC = 230° + \angle BDC = 360°$, откуда $\angle BDC = 130°$.

5. $CO = OB$, тогда $\angle 1 = \angle 2$. $OB = OA$, тогда $\angle 3 = \angle 4$. $B = \angle 60°$, т. е. $\angle 1 + \angle 3 = 60°$, тогда $\angle 2 + \angle 4 = 60°$ (рис. 4.81).

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, тогда $\angle 5 + \angle 6 = 60°$, откуда $\angle AOC = 120°$, т. е. ΔAOC – тупоугольный.

6. Продолжим BB_1 за точку B_1 на отрезок $B_1D = BB_1$ (рис. 4.82).

Тогда $\angle ABB_1 = \angle CDB_1$. $BD < BC + CD$, но $BD = 2BB_1$, а $CD = AB$, тогда $2BB_1 < BC + AB$, т. е. $BB_1 < \frac{1}{2}(AB + BC)$.

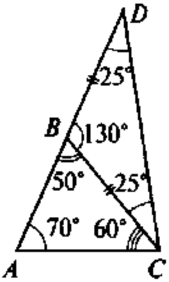


Рис. 4.78

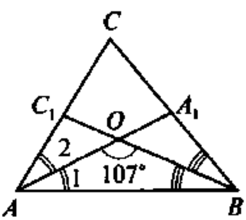


Рис. 4.79

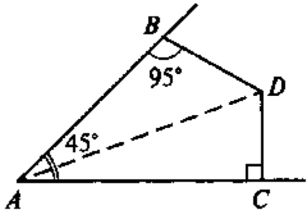


Рис. 4.80

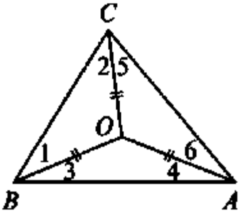


Рис. 4.81

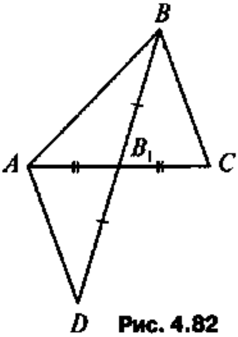


Рис. 4.82

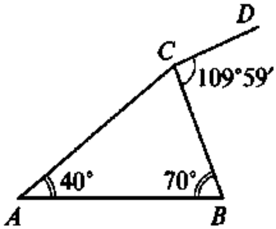


Рис. 4.83

7. Не может, так как если $AD = AC + CD$, то $C \in AD$, т. е. точки A, C, D лежат на одной прямой. В этом случае $\angle BCD = 110°$ (рис. 4.83).

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены: I уровень сложности – 5 задач, II уровень сложности – 4 задачи;
- оценка «4» – правильно выполнены: I уровень сложности – 4 задачи, II уровень сложности – 3 задачи;
- оценка «3» – правильно выполнены: I уровень сложности – 2–3 задачи, II уровень сложности – 2 задачи;
- оценка «2» – правильно выполнена 1 задача.

IV. Рефлексия учебной деятельности.

1. Сформулируйте теорему о сумме углов треугольника.
2. Сформулируйте теорему о неравенстве треугольника.
3. Сформулируйте теорему о соотношениях между сторонами и углами треугольника.
4. Сформулируйте признак равнобедренного треугольника.
5. Сколько острых (прямых, тупых) углов может быть в треугольнике?
6. Чему равен внешний угол треугольника?

Домашнее задание

1. Решить задачи № 296, 297, 298.
2. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Радиус окружности, изображенной на рис. 4.84, равен 6 см. Отрезок AB пересекает окружность, $AO = 13$ см. Может ли отрезок AB равняться 4 см?

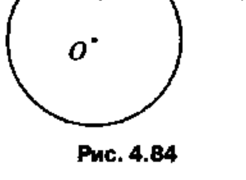


Рис. 4.84

Задача 2

Треугольники ABD и BCD расположены по разные стороны от прямой BD, $\angle ADB = \angle BDC$, $\angle ABD = \angle DBC$. Докажите, что $BD < AB + BC$.

Урок 49. Контрольная работа № 4 по теме «Сумма углов треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника»

Основная дидактическая цель урока: проверить уровень усвоения учебного материала по теме «Сумма углов треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике ABC $AB > BC > AC$. Найдите $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, если известно, что один из углов треугольника равен 120°, а другой 40°.

2. В треугольнике ABC угол A равен 50°, а угол B в 12 раз меньше угла C. Найдите углы B и C.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, а угол B равен 35°, CD – высота. Найдите углы треугольника ACD.

4*. Периметр равнобедренного треугольника равен 45 см, а одна из его сторон больше другой на 12 см. Найдите стороны треугольника.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC $AB < BC < AC$. Найдите $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, если известно, что один из углов треугольника прямой, а другой равен 30°.

2. В треугольнике ABC угол A равен 90°, а угол C на 40° больше угла B. Найдите углы B и C.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, угол A равен 70°, CD – биссектриса. Найдите углы треугольника BCD.

4*. Периметр равнобедренного треугольника равен 50 см, а одна из его сторон на 13 см меньше другой. Найдите стороны треугольника.

II уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике CDE точка M лежит на стороне CE, причем угол CMD острый. Докажите, что $DE > DM$.

2. Найдите углы треугольника ABC, если угол A на 60° меньше угла B и в два раза меньше угла C.

3. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) биссектрисы CD и AE пересекаются в точке O. $\angle AOC = 105°$. Найдите острые углы треугольника ABC.

4*. Один из внешних углов треугольника в два раза больше другого внешнего угла. Найдите разность между этими внешними углами, если внутренний угол треугольника, не смежный с указанными внешними углами, равен 45°.

Вариант 2

1. В треугольнике MNP точка K лежит на стороне MN, причем угол NKP острый. Докажите, что $KP < MP$.

2. Найдите углы треугольника ABC, если угол B на 40° больше угла A, а угол C в пять раз больше угла A.

3. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90°$) биссектрисы CD и BE пересекаются в точке O. $\angle BOC = 95°$. Найдите острые углы треугольника ABC.

4*. Один из внешних углов треугольника в два раза больше другого внешнего угла этого треугольника. Найдите разность между этими внешними углами, если внутренний угол треугольника, не смежный с указанными внешними углами, равен 60°.

III уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике MNK $\angle K = 37°$, $\angle M = 69°$, NP – биссектриса треугольника. Докажите, что $MP < PK$.

2. В треугольнике ABC угол A меньше угла B в три раза, а внешний угол при вершине A больше внешнего угла при вершине B на 40°. Найдите внутренние углы треугольника ABC.

3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, а угол B равен 70°. На катете AC отложен отрезок CD, равный CB. Найдите углы треугольника ABD.

4*. Найдите сумму внутренних и сумму внешних углов, взятых по одному при каждой вершине пятиугольника $ABCDE$ (рис. 4.85).

Вариант 2

1. В треугольнике CDE $\angle E = 76°$, $\angle D = 66°$, EK – биссектриса треугольника. Докажите, что $KC > DK$.

2. В треугольнике ABC угол A меньше угла B на 80°, а внешний угол при вершине A больше внешнего угла при вершине B в два раза. Найдите внутренние углы треугольника ABC.

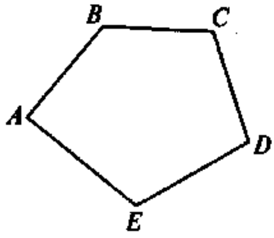


Рис. 4.85

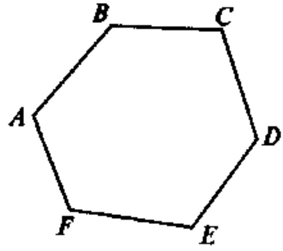


Рис. 4.86

3. В треугольнике ABC угол C равен 90°, а угол B равен 70°. На луче CB отложен отрезок CD, равный CA. Найдите углы треугольника ABD.

4*. Найдите сумму внутренних и сумму внешних углов, взятых по одному при каждой вершине шестиугольника $ABCDEF$ (рис. 4.86).

III. Рефлексия учебной деятельности

Подготовить проект по одной из предложенных тем или выбрать другую тему.

Темы проектных работ.

1. Использование теоремы о сумме углов треугольника для вычисления суммы углов многоугольников.
2. Все о равнобедренных треугольниках.
3. Какие углы могут быть в четырехугольниках.

Домашнее задание

По желанию каждый обучающийся выбирает себе домашнее задание: готовит проект или решает контрольную работу следующего уровня сложности.

Урок 50. Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе

Основные дидактические цели урока: устранить пробелы в знаниях учащихся; совершенствовать навыки решения задач.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

1. Провести общий анализ контрольной работы.

2. Решить задачи, с которыми не справилось большинство учащихся, или заслушать тех, кто успешно справился с этими заданиями.

3. Продемонстрировать лучшие работы.

II. Работа над ошибками

План работы.

1. Найти свои ошибки, используя готовые ответы и указания к задачам контрольной работы (можно объединить учащихся в небольшие группы в зависимости от уровня и варианта контрольной работы, в этом случае им будет легче находить свои ошибки).

2. Решить по своему усмотрению другой вариант контрольной работы или перейти к решению задач следующего уровня. Если ученик успешно справился с задачами III уровня сложности контрольной работы, он решает дополнительные задачи.

Ответы и указания к задачам контрольной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $AB > BC > AC$, значит, $C > A > B$.

Третий угол треугольника равен $180° - (120° + 40°) = 20°$, отсюда $\angle C = 120°$, $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$. (*Ответ:* $\angle C = 120°$, $\angle A = 40°$, $\angle B = 20°$.)

2. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, тогда $\angle B + \angle C = 130°$.

$\angle B + 12\angle B = 130°$, $\angle B = 10°$, $\angle C = 120°$.

(*Ответ:* $\angle B = 10°$, $\angle C = 120°$.)

3. $\angle A = 55°$, тогда $\angle ACD = 35°$, $\angle CDA = 90°$ (рис. 4.87).

(*Ответ:* $\angle ACD = 35°$, $\angle A = 55°$, $\angle CDA = 90°$.)

4*. Рассмотрим два случая (рис. 4.88):

а) $x + 12 + x + 12 + x = 45$, $x = 7$. $AC = 7$, $AB = 19$, $BC = 19$.

$19 < 19 + 7$ (верно), $7 < 19 + 19$ (верно).

б) $x + x + x + 12 = 45$, $x = 11$. $AB = BC = 11$, $AC = 23$.

$23 < 11 + 11$ (неверно).

(*Ответ:* 19 см, 19 см, 7 см.)

Вариант 2

1. $AB < BC < AC$, значит, $\angle C < \angle A < \angle B$.

Третий угол треугольника равен $180° - (90° + 30°) = 60°$, отсюда $\angle C = 30°$, $\angle A = 60°$, $\angle B = 90°$.

(*Ответ:* $\angle C = 30°$, $\angle A = 60°$, $\angle B = 90°$.)

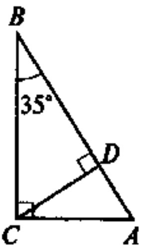


Рис. 4.87

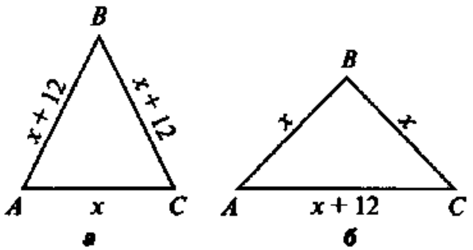


Рис. 4.88

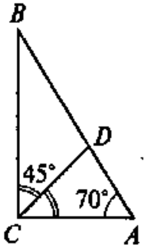


Рис. 4.89

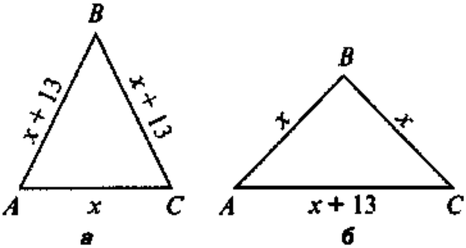


Рис. 4.90

2. $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, тогда $\angle B + \angle C = 90°$.

$\angle C + (\angle C + 40°) = 90°$, $\angle C = 25°$, $B = \angle 65°$.

(*Ответ:* $\angle C = 25°$, $\angle B = 65°$.)

3. $\angle B = 20°$, $\angle BCD = 45°$, $\angle BDC = 115°$ (рис. 4.89).

4*. Рассмотрим два случая (рис. 4.90):

а) $x + 13 + x + 13 + x = 50$, $x = 8$. $AC = 8$, $AB = BC = 21$.

$21 < 21 + 8$ (верно), $8 < 21 + 21$ (верно).

б) $x + x + x + 13 = 50$, $x = 12\frac{1}{3}$. $AB = BC = 12\frac{1}{3}$, $AC = 25\frac{1}{3}$.

$25\frac{1}{3} < 12\frac{1}{3} + 12\frac{1}{3}$ (неверно).

(*Ответ:* 21 см, 21 см, 8 см.)

II уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle CMD$ – острый, тогда $\angle DME$ – тупой, значит, в ΔDME $DE > DM$ (рис. 4.91).

2. $\angle A = x$, $\angle B = x + 60$, $\angle C = 2x$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, тогда $\angle A = 30°$, $\angle B = 90°$, $\angle C = 60°$ (рис. 4.92).

3. $\angle CAO = 30°$, так как $\angle COA = 105°$, $\angle ACO = 45°$, тогда $\angle CAB = 60°$, $\angle ABC = 30°$ (рис. 4.93).

4*. $\angle ABC = 180° - x$, $\angle ACB = 180° - 2x$ (рис. 4.94).

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$, $x = 75°$, тогда $2x - x = 75°$.

(*Ответ:* 75°.)

Вариант 2

1. $\angle NKP$ – острый, тогда $\angle PKM$ – тупой, значит, в ΔPKM $KP < MP$ (рис. 4.95).

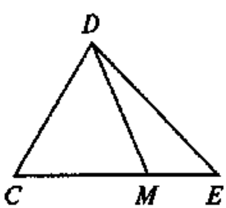


Рис. 4.91

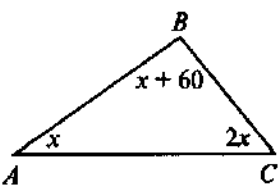


Рис. 4.92

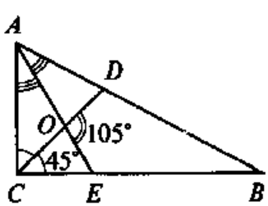


Рис. 4.93

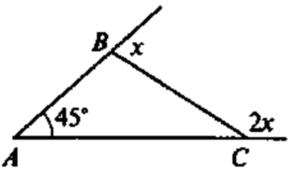


Рис. 4.94

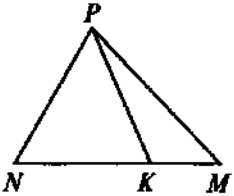


Рис. 4.95

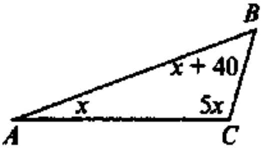


Рис. 4.96

2. $\angle A = x$, $\angle B = x + 40$, $\angle C = 5x$, $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, тогда $\angle A = 20°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 100°$ (рис. 4.96).

3. $\angle CBO = 40°$, так как $\angle COB = 95°$, $\angle BCO = 45°$, тогда $\angle ABC = 80°$, $\angle CAB = 10°$ (рис. 4.97).

4*. $\angle ABC = 180° - x$, $\angle ACB = 180° - 2x$ (рис. 4.98).

$\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180°$, $x = 80°$, тогда $2x - x = 80°$.

(*Ответ:* 80°.)

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle KNP = 37°$, значит, ΔKPN – равнобедренный с основанием KN, тогда $KP = NP$ (рис. 4.99).

В ΔMPN $\angle PMN = 69°$, $\angle MNP = 37°$, значит $NP > PM$, тогда $KP > PM$.

2. $\angle DAB = 180° - x$, $\angle ABE = 180° - 3x$ (рис. 4.100).

$\angle DAB - \angle ABE = 40°$, тогда $x = 20°$.

$\angle BAC = 20°$, $\angle ABC = 60°$, $\angle C = 100°$.

3. $\angle BDC = \angle DBC = 45°$, тогда $\angle ABD = 25°$, $\angle ADB = 135°$, $\angle A = 20°$ (рис. 4.101).

4*. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = (\angle 1 + \angle 6 + \angle 7) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 8) + \angle 9 = (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 7 + \angle 8 + \angle 9) = 180° + 180° + 180° = 540°$ (рис. 4.102).

$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 = (180° - \angle A) + (180° - \angle B) + (180° - \angle C) + (180° - \angle D) + (180° - \angle E) = 180° \cdot 5 - (\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E) = 180° \cdot 5 - 540° = 360°$.

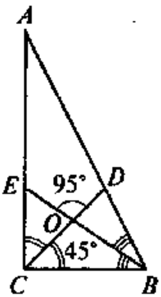


Рис. 4.97

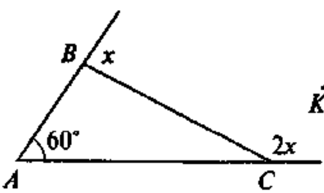


Рис. 4.98

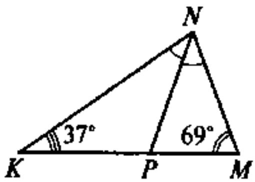


Рис. 4.99

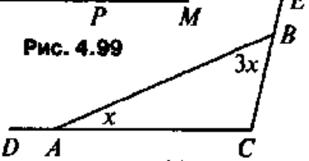


Рис. 4.100

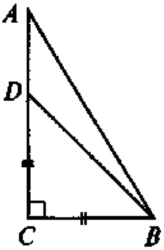


Рис. 4.101

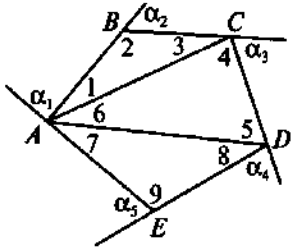


Рис. 4.102

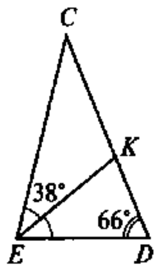


Рис. 4.103

Вариант 2

1. $\angle KCE = 38°$, значит, ΔEKC – равнобедренный с основанием EC, тогда $CK = EK$ (рис. 4.103).

В ΔDKE $\angle KDE = 66°$, $\angle KED = 38°$, $EK > KD$, тогда $KC > DK$.

2. $\angle BAC = 180° - 2x$, $\angle ABC = 180° - x$. $\angle ABC - \angle BAC = 80°$, тогда $x = 80°$. $\angle ABC = 100°$, $\angle BAC = 20°$, $\angle C = 60°$ (рис. 4.104).

3. $\angle CAD = \angle CDA = 45°$, $\angle ABD = 110°$, тогда $\angle BAD = 25°$ (рис. 4.105).

4*. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = (\angle 1 + \angle 4 + \angle 7 + \angle 10) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 5) + (\angle 6 + \angle 8) + (\angle 9 + \angle 11) + \angle 12 = (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 7 + \angle 8 + \angle 9) + (\angle 10 + \angle 11 + \angle 12) = 180° + 180° + 180° + 180° = 720°$ (рис. 4.106).

$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 = (180° - \angle A + (180° - \angle B) + (180° - \angle C) + (180° - \angle D) + (180° - \angle E) + (180° - \angle F) = 180° \cdot 6 - (\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F) = 180° \cdot 6 - 180° \cdot 4 = 360°$.

Дополнительные задачи

Задача 1

На сторонах угла A, равного $127°$, отмечены точки B и C, а внутри угла – точка D так, что $\angle ABD = 25°$, а $\angle ACD = 19°$.

Найти: $\angle BDC$.

Решение: $\angle BDE = \angle BAD + \angle ABD$, $\angle EDC = \angle CAD + \angle ACD$ (рис. 4.107).

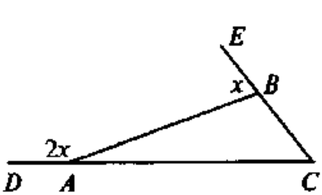


Рис. 4.104

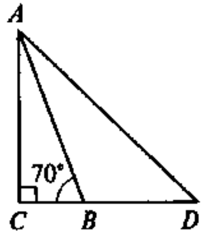


Рис. 4.105

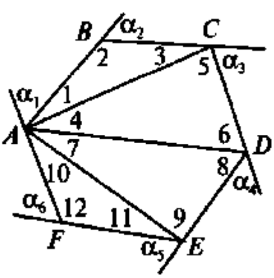


Рис. 4.106

Тогда $\angle BDC = \angle BDE + \angle EDC = (\angle BAD + \angle ABD) + (\angle CAD + \angle ACD) = (\angle BAD + \angle CAD) + \angle ABD + \angle ACD = 127° + 25° + 19° = 171°$.

(*Ответ:* $\angle BDC = 171°$.)

Задача 2

Треугольники ABC и DAC имеют общую сторону AC. Отрезок BD пересекает отрезок AC. Известно, что $BD = AD = CD$. Докажите, что ΔADC является тупоугольным, если $\angle ABC = 130°$.

Доказательство: Так как $AD = DB$, то $\angle ADB = 180° - 2\angle DBA$. $\angle BDC = 180° - 2\angle DBC$, значит, $\angle ADC = 360° - 2(\angle DBA + \angle DBC) = 360° - 2\angle ABC = 100°$, т. е. ΔADC – тупоугольный (рис. 4.108).

Задача 3

В треугольнике ABC BB_1 – медиана. Докажите, что $BB_1 > \frac{1}{2}(AB - BC)$.

Доказательство: Продолжим BB_1 на отрезок $B_1D = BB_1$, тогда $\angle ABB_1 = \angle CDB_1$, следовательно, $AB = CD$. В ΔBDC $BD < BC + CD$, значит, $BD < CD - BC$. Так как $BD = 2BB_1$, а $CD = AB$, то $2BB_1 < AB - BC$, $BB_1 < \frac{1}{2}(AB - BC)$ (рис. 4.109).

Задача 4

В треугольнике ABC $A = 35°$, $B = 71°$. На продолжении стороны AC за вершину C взята точка D. Из вершины C проведен луч CE так, что точки E и B лежат по разные стороны от прямой AD и $\angle ECD = 74°1'$. Может ли выполняться равенство $BE - CE = BC$?

Решение: $\angle ACB = 74°$. $\angle ACB \neq \angle DCE$. Если $BE - CE = BC$, то точки E, C, B лежат на одной прямой, тогда $\angle ACB = \angle DCE$, следовательно, равенство $BE - CE = BC$ выполняться не может (рис. 4.110).

Задача 5

Отрезки AC и BD пересекаются так, что $AB > AC$. Докажите, что $BD > CD$.

Доказательство: $AB > AC$, значит, $\angle BCA > \angle ABC$, тогда $\angle BCD > \angle BCA > \angle ABC > \angle DBC$, значит, в ΔBDC $BD > CD$ (рис. 4.111).

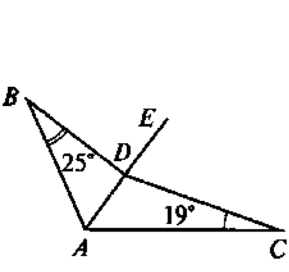


Рис. 4.107

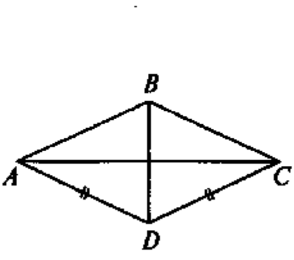


Рис. 4.108

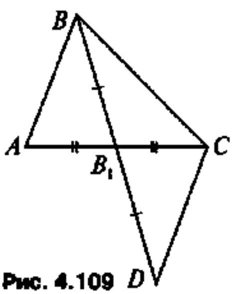


Рис. 4.109

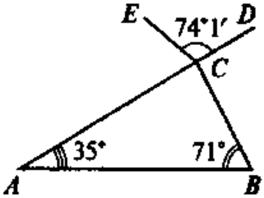


Рис. 4.110

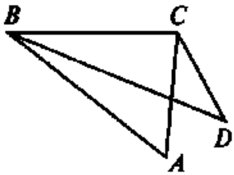


Рис. 4.111

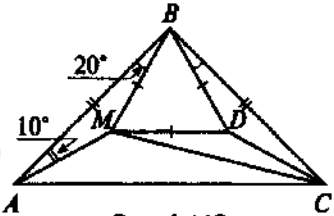


Рис. 4.112

Задача 6

В треугольнике ABC медианы пересекаются в точке M. Известно, что $\angle MAB = \angle MBA$, $\angle MCB = \angle MBC$. Найдите угол ABC.

Указание: Докажите, что $MA = MB = MC$, следовательно, медианы ΔABC являются его высотами, значит, ΔABC – равносторонний.

Задача 7

В равнобедренном треугольнике ABC угол B равен 100°. Внутри треугольника взята такая точка M, что $\angle MAB = 10°$, $\angle MBA = 20°$. Найдите угол BMC.

Решение: Построим $BD = BM$, $\angle CBD = 20°$, тогда $\angle MBD = 60°$ и ΔMBD – равносторонний (рис. 4.112).

$\Delta ABM = \Delta CBD$ по двум сторонам и углу между ними, тогда $\angle BCD = 10°$, $\angle BDC = 150°$, $\angle MDC = 360° - 60° - 150° = 150°$.

Тогда $\Delta BCD = \Delta MCD$ по двум сторонам и углу между ними, $\angle DMC = 20°$, $\angle BMC = 60° + 20° = 80°$.

(*Ответ:* $\angle BMC = 80°$.)

Домашнее задание

Продолжить решать задачи контрольной работы или дополнительные задачи (каждый ученик должен решить не менее трех задач).

Урок 51. Прямоугольные треугольники и некоторые их свойства

Основные дидактические цели урока: рассмотреть свойства прямоугольных треугольников; научить решать задачи на применение свойств прямоугольных треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

Решить задачи по готовым чертежам (фронтальная работа).

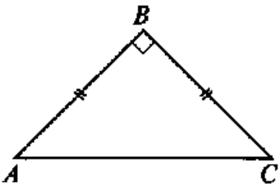


Рис. 4.113

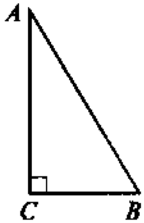


Рис. 4.114

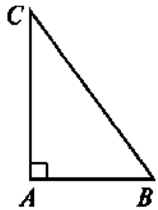


Рис. 4.115

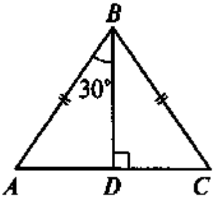


Рис. 4.116

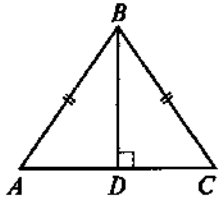


Рис. 4.117

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1. *Найти:* $\angle A$, $\angle C$ (рис. 4.113).

2. $\angle A : \angle B = 1 : 2$ (рис. 4.114).
Найти: $\angle A$, $\angle B$.

3. $\angle C$ на 20° меньше, чем $\angle B$ (рис. 4.115).
Найти: $\angle B$, $\angle C$.

4. *Доказать:* $AD = \frac{1}{2}AB$ (рис. 4.116).

5. $AD = \frac{1}{2}AB$ (рис. 4.117).
Найти: углы треугольника ABD.

(Цель решения данных задач – подготовить учащихся к изучению и доказательству свойств прямоугольных треугольников.)

III. Работа по теме урока

Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня будем заниматься на уроке? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Изучим свойства прямоугольных треугольников, будем решать задачи и т. д.)

Да, сегодня мы должны изучить свойства прямоугольных треугольников.

(Свойства прямоугольного треугольника можно сформулировать в виде задач на доказательство и предложить учащимся решить их самостоятельно.)

Задача 1

Докажите, что в прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.

Задача 2

Докажите, что катет в прямоугольном треугольнике, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы. (*Подсказка:* Достройте свой треугольник до равностороннего со стороной, равной его гипотенузе.)

Задача 3

Докажите, что, если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°. (*Подсказка:* Достройте свой треугольник до равностороннего со стороной, равной его гипотенузе.)

Различные способы решения данных задач необходимо заслушать, выбрать наиболее рациональный способ и отметить, что эти три утверждения являются **свойствами прямоугольных треугольников**.

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить устно задачи по готовым чертежам.

1) *Найти:* $\angle B$ (рис. 4.118).

2) *Дано:* $AC = CB$ (рис. 4.119).

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle DCB$.

Доказать: ΔADC и ΔBDC – равнобедренные.

3) *Найти:* $\angle CAB$ (рис. 4.120).

4) *Найти:* BC (рис. 4.121).

5) *Найти:* AC (рис. 4.122).

6) *Найти:* $\angle A$, $\angle C$ (рис. 4.123).

2. Решить задачу № 257.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях).

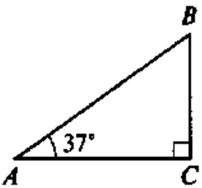


Рис. 4.118

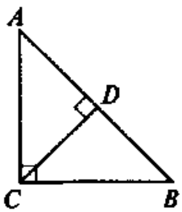


Рис. 4.119

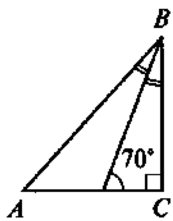


Рис. 4.120

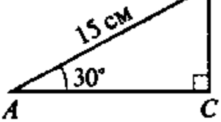


Рис. 4.121

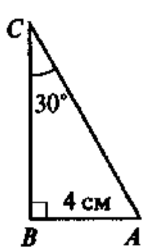


Рис. 4.122

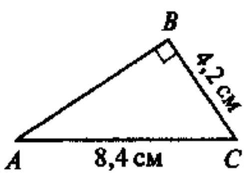


Рис. 4.123

Задача № 257

Дано: ΔABC, $\angle C = 90°$, $\angle BAD = 120°$, $AC + AB = 18$ см (рис. 4.124).

Найти: AC, AB.

Решение: $\angle CAB + \angle BAD = 180°$, $\angle BAD = 120°$, тогда $\angle CAB = 180° - \angle BAD = 60°$.

ΔABC – прямоугольный ($\angle C = 90°$), значит, $\angle BAC + \angle B = 90°$, а так как $\angle BAC = 60°$, то $\angle B = 30°$.

Катет AC лежит против угла в 30° и он равен половине гипотенузы, т. е. $AC = \frac{1}{2}AB$. Так как $AC + AB = 18$ см, то $\frac{1}{2}AB + AB = 18$ см, отсюда $AB = 12$ см, $AC = 6$ см. (*Ответ:* $AB = 12$ см, $AC = 6$ см.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Чему равны углы данного треугольника? О чем это говорит?

– Чему равны стороны AC и AB, если их сумма равна 18 см?

3. Решить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой по готовым решениям.

I уровень сложности: № 138, 139, 140, 141 (рабочая тетрадь);

II уровень сложности: № 259, 260 (учебник), дополнительные задачи.

Задача № 259

Решение: ΔABC – равнобедренный, т. е. $\angle A = \angle BCA = (180° - 120°) : 2 = 30°$. ΔACH – прямоугольный, в нем $\angle A = 30°$, а HC – катет, лежащий против угла в 30°, значит, $AC = 2HC = 18$ см (рис. 4.125).

(*Ответ:* 18 см.)

Задача № 260

Решение: ΔABD – прямоугольный, $BD = \frac{1}{2}AB$, тогда $\angle A = 30°$ (рис. 4.126).

ΔABC – равнобедренный, тогда $\angle C = \angle A = 30°$, $\angle ABC = 120°$.

(*Ответ:* 30°, 30°, 120°.)

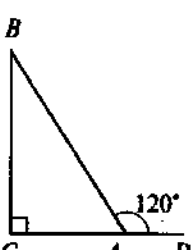


Рис. 4.124

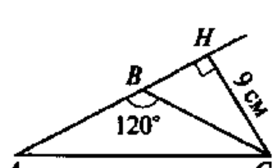


Рис. 4.125

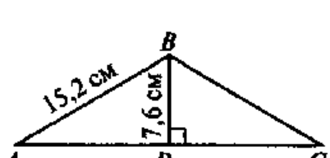


Рис. 4.126

Дополнительные задачи

Задача 1

Найдите углы прямоугольного треугольника, если угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины прямого угла, равен 15°.

Решение: CD – биссектриса, CH – высота, $\angle DCH = 15°$, $\angle DCA = 45°$, тогда $\angle HCA = 30°$ (рис. 4.127).

ΔHCA – прямоугольный, в нем $\angle HCA = 30°$, тогда $\angle CAH = 60°$. ΔABC – прямоугольный, в нем $\angle A = 60°$, тогда $\angle B = 30°$.

(*Ответ:* 30°, 60°, 90°.)

Задача 2

В равнобедренном треугольнике один из углов равен 120°, а основание равно 4 см. Найдите высоту, проведенную к боковой стороне.

Решение: 120° – угол при вершине равнобедренного треугольника, тогда $\angle A = \angle C = 30°$. AH – высота ΔABC, тогда ΔAHC – прямоугольный, в нем $\angle C = 30°$, значит, $AH = \frac{1}{2}AC = 2$ см (рис. 4.128).

(*Ответ:* 2 см.)

Задача 3

Высота, проведенная к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит пополам угол между основанием и биссектрисой. Найдите углы равнобедренного треугольника.

Решение: AD – биссектриса ΔBAC, AH – высота ΔABC, $\angle DAH = \angle CAH$ (рис. 4.129).

Так как AD – биссектриса $\angle BAC$, то $\angle BAD = \angle DAC$, но $\angle DAC = \angle DAH + \angle CAH$, причем $\angle DAH = \angle CAH$, тогда $\angle CAH = \frac{1}{4}\angle BAC$.

ΔABC – равнобедренный, поэтому $\angle BAC = \angle BCA$, значит, $\angle CAH = \frac{1}{4}\angle BCA$.

ΔACH – прямоугольный, значит, $\angle CAH + \angle HCA = 90°$, тогда $\frac{1}{4}\angle HCA + \angle HCA = 90°$, $\angle HCA = 72°$, следовательно, $\angle BCA = \angle BAC = 72°$, $\angle ABC = 36°$.

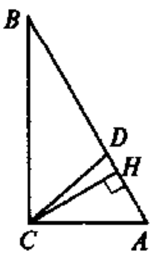


Рис. 4.127

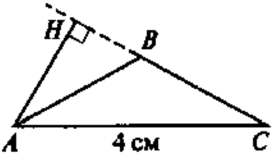


Рис. 4.128

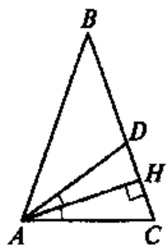


Рис. 4.129

(*Ответ:* 72°, 72°, 36°.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 4 задания;
- оценка «4» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания;
- оценка «2» – не ставится.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте свойства прямоугольных треугольников.
2. Один из углов прямоугольного треугольника равен 25°. Чему равны другие его углы?
3. В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30°, а его гипотенуза равна 8 см. Найдите меньший катет.
4. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 12 см, а один из его катетов 6 см. Найдите его углы.

Домашнее задание

1. § 35, вопросы 10, 11.
2. Решить задачи № 255, 256, 258.
3. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

Докажите, что, если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то треугольник прямоугольный.

Дано: $CM = BM = MA$ (рис. 4.130).

Доказать: ΔABC – прямоугольный.

Доказательство: ΔCBM – равнобедренный, значит, $\angle 1 = \angle 2$. ΔCMA – равнобедренный, значит, $\angle 3 = \angle 4$.

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$, так как $\angle B + \angle BCA + \angle A = 180°$. $2(\angle 2 + \angle 3) = 180°$, значит, $\angle 2 + \angle 3 = 90°$, т. е. $\angle BCA = 90°$.

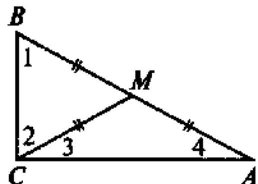


Рис. 4.130

Задача 2

Докажите, что, если треугольник прямоугольный, то медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

Доказательство: Пусть $CM \neq MA$ и $CM \neq MB$ (см. рис. 4.130).

Для определенности пусть $CM > MA$, тогда $CM > MB$, следовательно, $\angle 4 > \angle 3$, $\angle 1 > \angle 2$, но $\angle 1 + \angle 4 = 90°$, тогда $\angle 2 + \angle 3 > 90°$, что противоречит тому, что $\angle C = 90°$. Таким же образом можно получить противоречие для случая $CM < MA$, $CM < MB$. Значит, $CM = MA = MB$.

Урок 52. Решение задач на применение свойств прямоугольных треугольников

Основные дидактические цели урока: закрепить понятие основных свойств прямоугольных треугольников; рассмотреть признак прямоугольного треугольника и свойство медианы прямоугольного треугольника; совершенствовать навыки решения задач на применение свойств прямоугольного треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Провести теоретический опрос.

(Три ученика готовят у доски доказательства свойств прямоугольных треугольников с последующим обсуждением.)

1) Свойство острых углов прямоугольного треугольника.

2) Свойство катета прямоугольного треугольника, лежащего против угла в 30°.

3) Свойство катета прямоугольного треугольника, равного половине гипотенузы.

(Пока учащиеся готовятся у доски, класс решает задачи.)

2. Решить самостоятельно задачи с последующим обсуждением.

I уровень сложности

Заполнить пропуски в решении задачи.

В равнобедренном треугольнике один из внешних углов равен 60°, высота, проведенная к боковой стороне, равна 5 см. Найдите основание треугольника (рис. 4.131).

Решение: Так как внешний угол равен 60°, то смежный с ним внутренний угол равен...

Этот угол может быть только углом, противолежащим основанию, так как он...

Так как ΔABC – равнобедренный с основанием AC, то $\angle A = ...$

Так как AH – высота, то ΔAHC – ...

В ΔAHC $\angle C = 30°$, значит, $AH = ...$

Так как $AH = 5$ см, то $AC = ...$

(*Ответ:* $AC = ...$.)

II уровень сложности

Продолжить решение задачи.

Высота и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, разделили его угол на три равные части. Найдите углы треугольника (рис. 4.132).

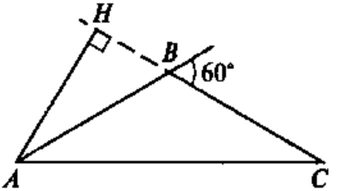


Рис. 4.131

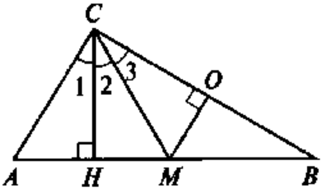


Рис. 4.132

Решение: Пусть CH – высота, CM – медиана ΔABC, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Проведем $OM \perp CB$, тогда $\Delta ACH = \Delta MCH$ по ...

$\Delta CMH = \Delta CMO$ по ...

Тогда $AH = HM = MO = \frac{1}{2}MA = \frac{1}{2}MB$.

(*Ответ:* $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$.)

3. Решить самостоятельно задачи № 142, 143 (рабочая тетрадь).

(Четыре ученика решают задачи у доски. В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

4. Обсуждение решения дополнительных домашних задач.

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

III. Работа по теме урока

Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня будем заниматься на уроке? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Продолжим изучать свойства прямоугольных треугольников, решать задачи и т. д.)

Да, сегодня мы продолжим изучать свойства прямоугольных треугольников. Существуют еще два свойства прямоугольных треугольников, они очень часто используются при решении задач.

1. Свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной из вершины прямого угла: В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.
2. Признак прямоугольного треугольника: Если медиана треугольника равна половине стороны, к которой она проведена, то этот треугольник прямоугольный.

(Доказательство данных свойств (см. дополнительные домашние задачи к уроку 51) не является обязательным.)

IV. Решение задач

1. Решить задачи № 144, 145 (рабочая тетрадь).

(Один ученик читает задачу и предлагает свое решение, остальные слушают его и исправляют ошибки).

2. Решить задачу с последующим обсуждением.

Гипотенуза прямоугольного треугольника в четыре раза больше проведенной к ней высоты. Найдите острые углы треугольника (рис. 4.133).

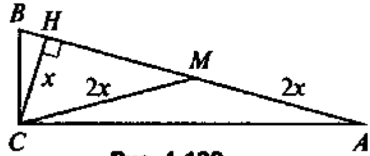


Рис. 4.133

Решение: CH – высота. Пусть $CH = x$, тогда $AB = 4x$. Проведем медиану CM, $CM = \frac{1}{2}AB = 2x$, $BM = AM = 2x$.

В ΔCHM $\angle H = 90°$, $CH = x$, $CM = 2x$, тогда $\angle HMC = 30°$, следовательно, $\angle AMC = 150°$.

ΔAMC – равнобедренный, тогда $\angle A = \angle MCA = 15°$.

ΔABC – прямоугольный, $\angle A = 15°$, тогда $\angle B = 75°$. (*Ответ:* 15°, 75°.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Пусть $CH = x$. Чему равно AB?

– Проведите медиану CM. Чему она равна?

– Чему равны углы треугольника CHM?

– Чему равен угол A треугольника ACM?

– Чему равен угол B треугольника ABC?

3. Решить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой по готовым указаниям и ответам.

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

1) *Найти: BC* (рис. 4.134).
2) *Найти: AB* (рис. 4.135).
3) *Найти: AE* (рис. 4.136).
4) *Найти:* $\angle B$, $\angle D$ (рис. 4.137).
5) *Найти:* CE, $\angle C$ (рис. 4.138).
6) *Найти:* CA_1 (рис. 4.139).
7) *Найти:* $\angle MCA$ (рис. 4.140).
8) *Найти:* $\angle A$, $\angle ABC$ (рис. 4.141).

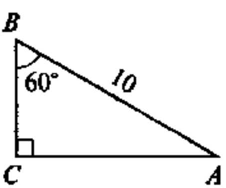


Рис. 4.134

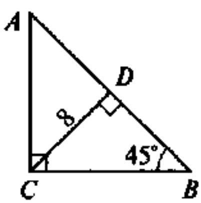


Рис. 4.135

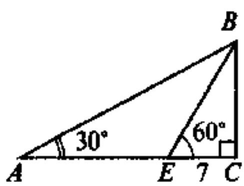


Рис. 4.136

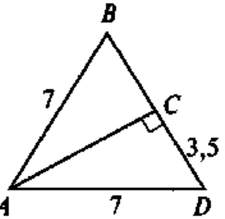


Рис. 4.137

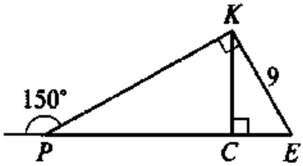


Рис. 4.138

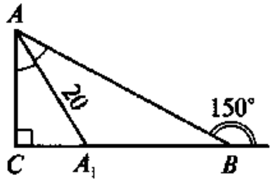


Рис. 4.139

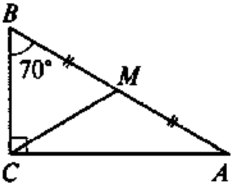


Рис. 4.140

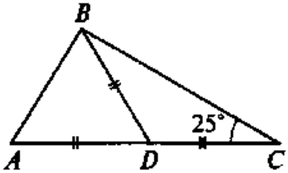


Рис. 4.141

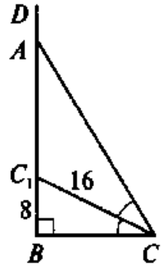


Рис. 4.142

II уровень сложности

1) *Найти:* $\angle CAD$ (рис. 4.142).

2) *Найти:* AD (рис. 4.143).

3) *Дано:* $AC = DC = 4$ (рис. 4.144).

Найти: AB.

4) *Найти:* MD (рис. 4.145).

5) В треугольнике ABC угол B – тупой. Продолжения высот AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в точке O, $\angle AOC = 60°$.

Найти: $\angle ABC$.

6) В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, BD – высота, $AB = 2BD$. Докажите, что $3AC = 4AD$.

7) В треугольнике ABC $\angle C = 90°$, $\angle B = 40°$. На сторонах AB и BC отмечены точки D и E соответственно, $\angle EAD = 5°$, $\angle ECD = 10°$.

Найти: $\angle EDC$.

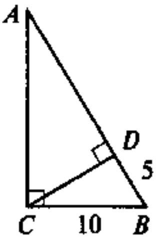


Рис. 4.143

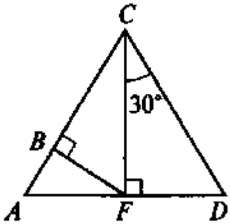


Рис. 4.144

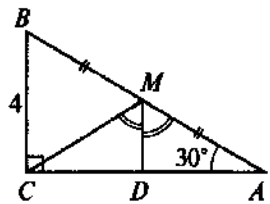


Рис. 4.145

8) На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC взята точка E, а внутри треугольника – точка D. $EM \perp AC$, $AM = CM$, $\angle B = 45°$, $\angle CDA = 90°$, $\angle DCA = 60°$. Докажите, что $EM = DC$.

Ответы и указания для самопроверки:

I уровень сложности

1) $BC = 5$.
2) $AB = 16$.
3) $AE = 14$.
4) $\angle B = \angle D = 60°$.
5) $CE = 4{,}5$; $PC = 13{,}5$.
6) $CA_1 = 10$.
7) $\angle MCA = 20°$.
8) $\angle A = 65°$, $\angle ABC = 90°$.

II уровень сложности

1) $\angle CAD = 150°$.
2) $AD = 15$.
3) $AB = 1$.
4) $MD = 2$.
5) $\angle OAC_1 = 30°$, тогда $\angle A_1BA = 60°$, $\angle ABC = 120°$ (рис. 4.146).

6) *Доказательство:* $AB = 2BD$, тогда $\angle A = 30°$, $\angle C = 60°$, значит, $\angle CBD = 30°$, тогда $CD = \frac{1}{2}CB$, т. е. $CB = 2CD$. $CB = \frac{1}{2}AC$, тогда $2CD = \frac{1}{2}AC$ (рис. 4.147).

$CD = AC - AD$, тогда $2(AC - AD) = \frac{1}{2}AC$, $\frac{3}{2}AC = 2AD$, т. е. $3AC = 4AD$.

7) *Решение:* ΔACE – равнобедренный, так как $\angle CAE = \angle CEA = 45°$, тогда $CA = CE$. ΔACD – равнобедренный, так как $\angle CAD = \angle CDA = 50°$, тогда $CA = CD$. $CA = CE = CD$, тогда ΔCDE – равнобедренный с основанием DE, значит, $\angle CED = \angle CDE = 85°$ (рис. 4.148). (*Ответ:* $\angle EDC = 85°$.)

8) *Доказательство:* В ΔABC $\angle B = \angle BAC = 45°$, тогда $\angle AEM = 45°$ и $AM = ME$. В ΔCDA $\angle CDA = 90°$, $\angle DCA = 60°$, тогда $\angle CAD = 30°$ и $CD = \frac{1}{2}AC = AM$, следовательно, $CD = EM$ (рис. 4.149).

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника?

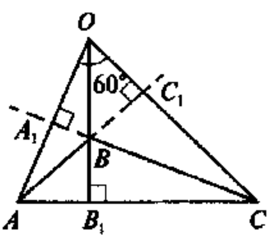


Рис. 4.146

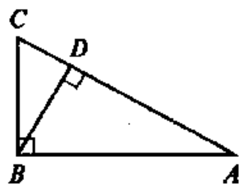


Рис. 4.147

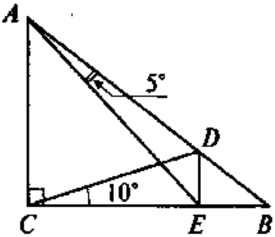


Рис. 4.148

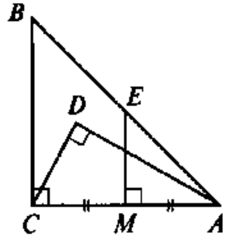


Рис. 4.149

2. Чему равен катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°?
3. Чему равен угол, лежащий против катета прямоугольного треугольника, равного половине гипотенузы?
4. Сформулируйте свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной из вершины прямого угла.
5. Сформулируйте признак прямоугольного треугольника.

Домашнее задание

§ 36, вопросы 12, 13.

(Признаки равенства прямоугольных треугольников по двум катетам и по катету и прилежащему к нему острому углу смогут самостоятельно доказать все учащиеся. Большинство учащихся с помощью учебника разберется с доказательством признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу. Более подготовленные учащиеся смогут подготовить доказательство признака равенства прямоугольных треугольников по гипотенузе и катету.)

Урок 53. Признаки равенства прямоугольных треугольников

Основные дидактические цели урока: рассмотреть признаки равенства прямоугольных треугольников; научить решать задачи на применение признаков равенства прямоугольных треугольников; совершенствовать навыки решения задач на применение свойств прямоугольного треугольника.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

(Четыре ученика готовят ответы на вопросы у доски, остальные учащиеся решают задачи по готовым чертежам.)

1. Сформулировать и доказать признаки равенства прямоугольных треугольников.

1) По двум катетам.

2) По катету и прилежащему к нему острому углу.

3) По гипотенузе и острому углу.

4) По гипотенузе и катету.

2. Решить задачи по готовым чертежам.

(Рисунки к задачам подготовить на планшетах или раздать на каждую парту.)

1) *Доказать:* $\Delta ABD = \Delta DCA$, $AB = CD$ (рис. 4.150).

2) *Доказать:* $\Delta ABC = \Delta CDA$ (рис. 4.151).

3) *Дано:* $AB \parallel CD$ (рис. 4.152).

Доказать: $BF = ED$.

4) *Доказать:* $BF = ED$, $AF = EC$ (рис. 4.153).

5) *Доказать:* $AE = MB$ (рис. 4.154).

6) *Доказать:* O – середина отрезка AB (рис. 4.155).

III. Решение задач

1. Решить задачу № 149 (рабочая тетрадь).

(Один ученик читает задачу и предлагает свое решение, остальные слушают его и исправляют ошибки).

2. Решить письменно задачу № 263 (у доски и в тетрадях).

Задача № 263

Решение: $\Delta BC_1C = \Delta CB_1B$ по гипотенузе и острому углу ($\angle C_1BC = \angle B_1CB$, BC – общая гипотенуза) (рис. 4.156).

Следовательно, $\angle C_1CB = \angle B_1BC$, но тогда ΔMBC – равнобедренный с основанием BC и $\angle MBC = \angle MCB = 20°$.

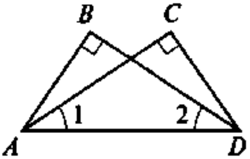


Рис. 4.150

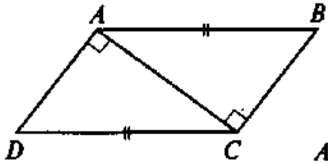


Рис. 4.151

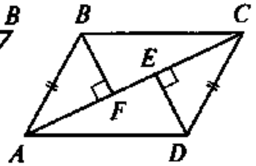


Рис. 4.152

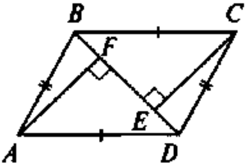


Рис. 4.153

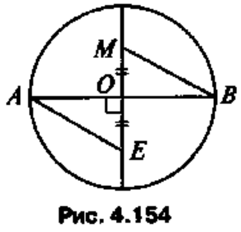


Рис. 4.154

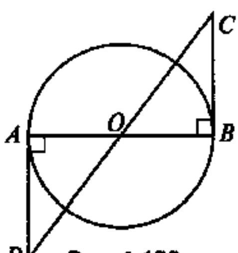


Рис. 4.155

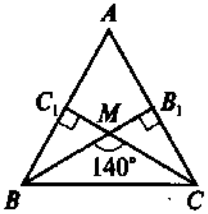


Рис. 4.156

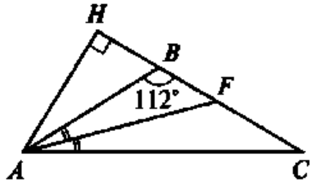


Рис. 4.157

В ΔBC_1C $\angle C_1 = 90°$, тогда $\angle C_1BC + \angle BCC_1 = 90°$, значит, $\angle C_1BC = 70°$.

Так как ΔABC – равнобедренный, то $\angle ABC = \angle ACB = 70°$, а $\angle BAC = 40°$.

(*Ответ:* 70°, 70°, 40°.)

Наводящие вопросы к задаче.

– Что вы можете сказать о треугольниках BC_1C и CB_1B? А о треугольнике BMC?
– Вычислите углы треугольника BMC.
– Знаем ли мы величину хотя бы одного из углов треугольника ABC? Вычислите остальные углы этого треугольника.

3. Решить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам и решениям.

I уровень сложности: № 146, 147, 148 (рабочая тетрадь);

II уровень сложности: № 261, 265, 267 (учебник).

Задача № 265

Решение: ΔABC – равнобедренный, тогда $\angle BAC = \angle BCA = (180° - 112°) : 2 = 34°$. AF – биссектриса $\angle BAC$, значит, $\angle BAF = 17°$ (рис. 4.157).

В ΔABF $\angle BFA = 180° - (\angle ABF + \angle BAF) = 51°$.

В ΔAHF $\angle HAF = 90° - \angle HFA = 90° - 51° = 39°$.

(*Ответ:* $\angle AHF = 90°$, $\angle HAF = 39°$, $\angle HFA = 51°$.)

Задача № 267

Доказательство: Пусть ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ – указанные остроугольные треугольники, в которых $AP = A_1P_1$, $CR = C_1R_1$; AP,

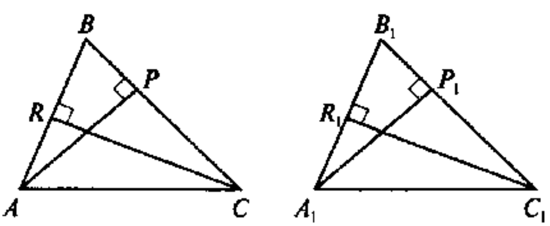


Рис. 4.158

A_1P_1, CR, C_1R_1 – высоты. $\Delta APC = \Delta A_1P_1C_1$ по гипотенузе и катету, следовательно $C = \angle C_1$ (рис. 4.158).

$\Delta ARC = \Delta A_1R_1C_1$ по гипотенузе и катету, отсюда $\angle A = \angle A_1$, следовательно, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам.

4. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки D и E соответственно. Из этих точек опущены перпендикуляры DK и EP к прямой AC, $DK = EP$, $\angle ADK = \angle PEC$. Докажите, что $AB = BC$.

Задача 2

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ высоты BD и B_1D_1 равны, причем $\angle C = \angle C_1$, $AD = A_1D_1$. Докажите, что $\angle A = \angle A_1$.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «4» – правильно выполнены 2 задания;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – не ставится.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Равны ли прямоугольные треугольники ABC и MPK с прямыми углами B и P, если $AB = MP$, $AC = MK$?
3. Прямоугольные треугольники ABC и EPK с прямыми углами B и P равны. Укажите равные стороны данных треугольников.
4. Равны ли прямоугольные треугольники ABC и OPE с прямыми углами B и P, если $AB = OP$, $AC = PE$?

Домашнее задание

1. § 36, вопросы 12, 13.
2. Решить задачи № 262, 264, 265.

Урок 54. Прямоугольный треугольник. Решение задач

Основные дидактические цели урока: обобщить знания по теме «Прямоугольный треугольник»; совершенствовать навыки решения задач на применение свойств прямоугольного треугольника, признаков равенства прямоугольных треугольников.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

Решить задачи по готовым чертежам (фронтальная работа). (Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1. *Доказать:* $BC \perp CD$ (рис. 4.159).
2. *Найти:* $\angle ACE$ (рис. 4.160).
3. *Дано:* $BH = 4$ см (рис. 4.161).
Найти: AH.
4. *Дано:* $AB \parallel CD$ (рис. 4.162).
Найти: углы ΔCDO.
5. *Дано:* O – общая середина AB и CD, $AB \perp CD$ (рис. 4.163).
Доказать: $AC = DB$.
6. *Доказать:* MC – медиана ΔKMN (рис. 4.164).

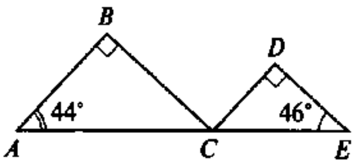


Рис. 4.159

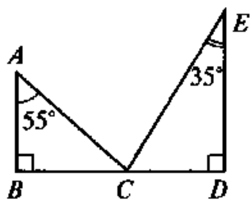


Рис. 4.160

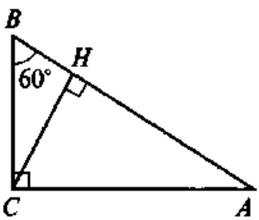


Рис. 4.161

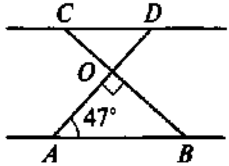


Рис. 4.162

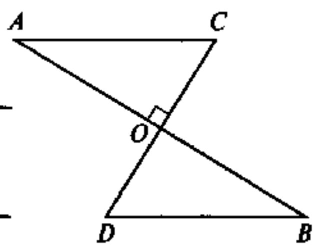


Рис. 4.163

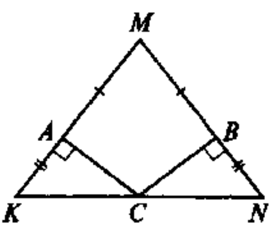


Рис. 4.164

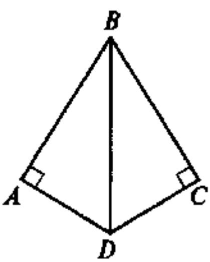


Рис. 4.165

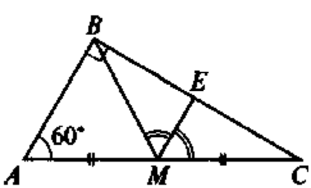


Рис. 4.166

7. *Дано:* BD – биссектриса $\angle ABC$ (рис. 4.165).
Доказать: DB – биссектриса $\angle ADC$.
8. *Дано:* $BM = 5$ см (рис. 4.166).
Найти: ME.

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. Найдите острые углы треугольника ABC (рис. 4.167).

2. Высота остроугольного треугольника ABC образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы 18° и 46°. Найдите углы треугольника ABC.

3. Докажите равенство прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

Вариант 2

1. Найдите острые углы треугольника ABC (рис. 4.168).

2. Высота остроугольного треугольника ABC образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы 24° и 38°. Найдите углы треугольника ABC.

3. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и противолежащему углу.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* AD – биссектриса $\angle A$ (рис. 4.169).
Найти: острые углы ΔADC.

2. Биссектриса прямого угла прямоугольного треугольника образует с гипотенузой углы, один из которых равен 70°. Найдите острые углы этого треугольника.

3. Докажите равенство прямоугольных треугольников по катету и высоте, опущенной на гипотенузу.

Вариант 2

1. *Дано:* AD – биссектриса $\angle A$ (рис. 4.170).
Найти: острые углы ΔABC.

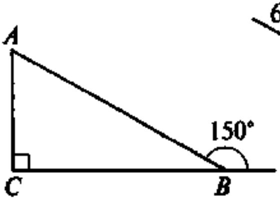


Рис. 4.167

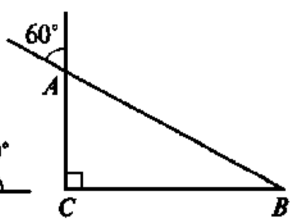


Рис. 4.168

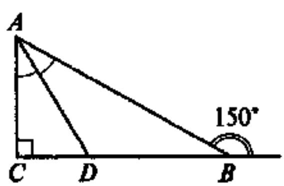


Рис. 4.169

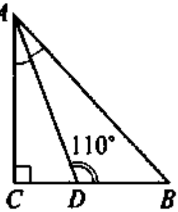


Рис. 4.170

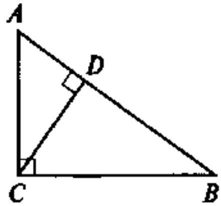


Рис. 4.171

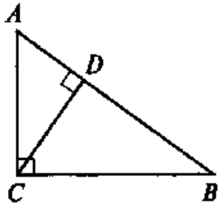


Рис. 4.172

2. Высота прямоугольного треугольника, опущенная на гипотенузу, образует с одним из катетов угол в 55°. Найдите острые углы этого треугольника.

3. Докажите равенство прямоугольных треугольников по острому углу и высоте, опущенной на гипотенузу.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle ACB = 90°$, $\angle DCB = 50°$, CD – высота (рис. 4.171).
Найти: острые углы ΔABC.

2. Угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины наибольшего угла прямоугольного треугольника, равен 14°. Найдите острые углы данного треугольника.

3. Докажите равенство остроугольных треугольников по двум углам и высоте, проведенной из вершины третьего угла.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle ACB = 90°$, $\angle B = 40°$, CD – высота (рис. 4.172).
Найти: острые углы ΔACD.

2. Угол между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины наибольшего угла прямоугольного треугольника, равен 22°. Найдите острые углы данного треугольника.

3. Докажите равенство остроугольных треугольников по стороне и проведенным к ней медиане и высоте.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Сформулируйте признаки равенства прямоугольных треугольников.
2. Чему равна сумма острых углов прямоугольного треугольника?
3. Чему равен катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°?
4. Чему равен угол, лежащий против катета прямоугольного треугольника, равного половине гипотенузы?
5. Сформулируйте свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной из вершины прямого угла.
6. Сформулируйте признак прямоугольного треугольника.

Домашнее задание

1. § 37.
2. Решить задачи № 268, 269, 270.
3. Подготовить сообщение на тему «Что такое рейсмус?» (один ученик по желанию).

Задача № 270

Анализ: Пусть B и C – искомые точки, т. е. $OB = OC$, тогда ΔOBC – равнобедренный, а точка A принадлежит его основанию BC. Биссектриса OK данного треугольника является его высотой, т. е. $OK \perp BC$ (рис. 4.173).

Построение:

1. Построим биссектрису OK угла O (рис. 4.174).

2. Построим перпендикуляр к прямой OK, проходящий через точку A.

3. Перпендикуляр пересекает стороны угла O в точках B и C. BC – искомая прямая.

Доказательство: Прямоугольные треугольники OBK и OCK равны по катету и острому углу ($\angle BOK = \angle COK$, так как OK – биссектриса $\angle BOC$, OK – общий катет), тогда $OB = OC$. ($\angle BKO = 90°$, $\angle CKO = 90°$, так как $AK \perp OK$).

4. Решить дополнительные задачи.

Задача 1

В ΔABC угол C тупой. Продолжения высот AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Докажите, что $\angle ABC = \angle AOC$ и $\angle OAC = \angle OBC$.

Решение:

1) В ΔBCC_1 $\angle C_1BC = 90° - \angle BCC_1 = \angle ABC$. В ΔOCA_1 $\angle A_1OC = 90° - \angle A_1CO = \angle AOC$. $\angle BCC_1 = \angle A_1CO$ как вертикальные, тогда $\angle ABC = \angle AOC$ (рис. 4.175).

2) В ΔA_1AC $\angle A_1AC = 90° - \angle A_1CA = \angle OAC$. В ΔB_1BC $\angle B_1BC = 90° - \angle B_1CB = \angle OBC$. $\angle A_1CA = \angle B_1CB$ как вертикальные, тогда $\angle OAC = \angle OBC$.

Задача 2

Через середину стороны AB треугольника ABC проведена прямая, перпендикулярная к AB, пересекающая BC в точке E. $BC = 24$ см, периметр треугольника AEC равен 30 см.

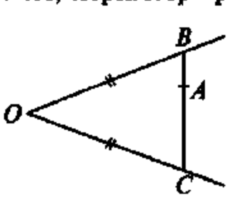


Рис. 4.173

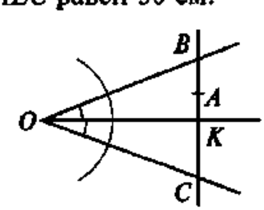


Рис. 4.174

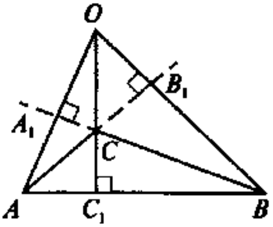


Рис. 4.175

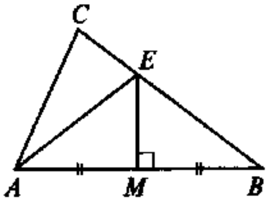


Рис. 4.176

Найти: AC.

Решение: $\Delta AEM = \Delta BEM$ по двум катетам, тогда $AE = BE$ (рис. 4.176).

$P_{AEC} = AC + AE + CE$, но так как $AE = BE$, то $P_{AEC} = AC + (BE + CE) = AC + CB = 24 + AC = 30$, откуда $AC = 6$ см.

(*Ответ:* $AC = 6$ см.)

Урок 55. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми

Основные дидактические цели урока: ввести понятие наклонной, проведенной из точки, не лежащей на данной прямой, к этой прямой; расстояние от точки до прямой; расстояние между параллельными прямыми; рассмотреть свойство параллельных прямых; научить решать задачи на нахождение расстояния от точки до прямой и расстояния между параллельными прямыми.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

1. Проверить решение дополнительных домашних задач и задачи № 270 (последнюю задачу рассмотреть подробно, так как данная задача является одной из первых задач на построение, при решении которой не обойтись без анализа).

(Справившиеся с решением дополнительных задач ученики заранее готовят краткую запись их решения на доске. К задаче № 270 заранее подготовить рисунок, соответствующий условиям задачи, и предложить одному из учащихся показать ход построения.)

2. Повторить понятие перпендикуляра, проведенного из данной точки к данной прямой (фронтальная работа).

– Какие прямые называются перпендикулярными?
– Что называют перпендикуляром, проведенным из данной точки к данной прямой?
– Сколько перпендикуляров можно провести из точки, не лежащей на данной прямой, к данной прямой?
– Используя рис. 4.177, укажите:

а) отрезок, который является перпендикуляром, проведенным из точки A к прямой a;
б) отрезки, не являющиеся перпендикулярами, проведенными из точки A к прямой a;
в) основание перпендикуляра, проведенного из точки A к прямой a;
г) отрезок наименьшей длины, проведенный из точки A к прямой a.

III. Работа по теме урока

1. Ввести понятие наклонной (рис. 4.178).

В тетрадях и на доске записи:

AC – перпендикуляр; AB, AD – наклонные.

– Сравните перпендикуляр и наклонные, проведенные из одной точки к одной прямой. Обоснуйте свой ответ и сделайте вывод.

(*Ответ:* $AC < AB$, $AC < AD$, так как AC – катет в прямоугольных треугольниках ABC и ADC, AB и AD – их гипотенузы.

Вывод: Перпендикуляр, проведенный из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведенной из той же точки к этой прямой.)

2. Ввести понятие расстояния от точки до прямой.

Определение: Длина перпендикуляра, проведенного из точки к прямой, называется расстоянием от этой точки до прямой.

3. Доказать свойство параллельных прямых.

Теорема: Все точки каждой из двух параллельных прямых равноудалены от другой прямой.

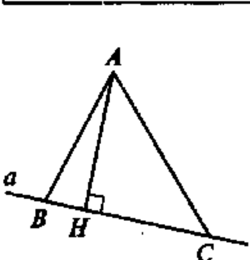


Рис. 4.177

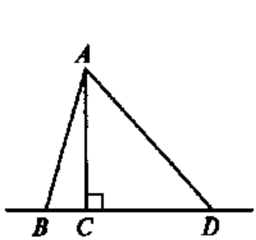


Рис. 4.178

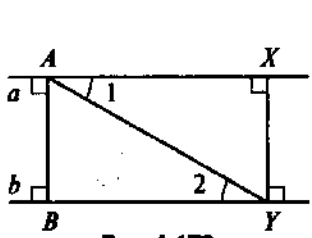


Рис. 4.179

Доказательство: Пусть $a \parallel b$, A – произвольная точка прямой a, $AB \perp b$, $B \in b$.

Нужно доказать, что расстояние от любой точки X прямой a до прямой b равно AB (рис. 4.179).

(Дальнейшее доказательство теоремы провести совместно с учащимися.)

1) Чему равно расстояние от точки X прямой a до прямой b?

(*Ответ:* Длине перпендикуляра, опущенного из точки X на прямую b.)

2) Отметим основание перпендикуляра буквой Y. Каково взаимное расположение XY и прямой b? Почему? (*Ответ:* $XY \perp b$, так как $XY \perp a$, $a \parallel b$.)

3) Что вы можете сказать о треугольниках ABY и YXA? (*Ответ:* $\Delta ABY = \Delta YXA$ по гипотенузе и острому углу (AY – общая гипотенуза, $\angle 1 = \angle 2$ как накрест лежащие при параллельных прямых a и b и секцией AY).

4) Сравните AB и XY. (*Ответ:* $XY = AB$.)

Вывод: Любая точка X прямой a находится на расстоянии AB от прямой b.

4. Ввести понятие расстояния между параллельными прямыми.

– Как найти расстояние между двумя параллельными прямыми? (Ответы учащихся.)

Определение: Расстояние от произвольной точки одной из параллельных прямых до другой прямой называется расстоянием между этими прямыми.

5. Рассмотреть и доказать теорему, обратную свойству параллельных прямых.

– Отметьте точки A, B, C, удаленные от прямой a на расстоянии 5 см. Постройте прямую AB. Принадлежит ли точка C прямой AB? Что вы можете сказать о прямой AB? (Заслушать мнение учащихся, сделать вывод и отметить, что данное утверждение является теоремой, обратной свойству параллельных прямых).

Теорема: Все точки плоскости, расположенные по одну сторону от данной прямой и равноудаленные от нее, лежат на прямой, параллельной данной.

Пусть произвольные точки A и B расположены по одну сторону от прямой a и расстояние от точки A до прямой a равно расстоянию от точки B до прямой a, т. е. $AC = BD$, где $AC \perp a$, $BD \perp a$.

Докажем, что $AB \parallel a$.

Доказательство: Так как $AC \perp a$ и $BD \perp a$, то $AC \parallel BD$, значит, накрест лежащие углы ACB и CBD равны (рис. 4.180).

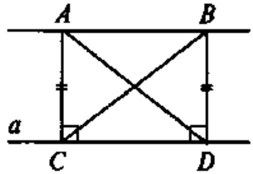


Рис. 4.180

$\Delta ACB = \Delta DBC$ по двум сторонам и углу между ними ($AC = BD$ по условию теоремы, BC – общая сторона, $\angle ACB = \angle CBD$ как накрест лежащие при параллельных прямых AC и BD и секущей BC), следовательно, $\angle ABC = \angle BCD$.

$\angle ABC$ и $\angle BCD$ – накрест лежащие углы при прямых AB и CD и секущей BC и они равны, следовательно, $AB \parallel CD$, т. е. $AB \parallel a$, что и требовалось доказать.

6. Ввести понятие геометрического места точек, удовлетворяющих какому-либо условию.

> *Определение:* Множество всех точек, удовлетворяющих какому-либо условию, называют геометрическим местом точек, удовлетворяющих этому условию.

7. Заслушать сообщение «Знакомство с рейсмусом».

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачи № 150, 151 (рабочая тетрадь).

(Один из учащихся читает задачу, а затем решает ее, остальные внимательно слушают его и исправляют ошибки.)

2. Решить задачи № 273, 276 (работа в парах).

(Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся и по мере необходимости оказывает индивидуальную помощь.)

Задача № 273

Решение: $CE + CD = 31$ см, $CE - CD = 3$ см, тогда $CE = CD + 3$ см, значит, $CE + CD = (CD + 3$ см$) + CD = 31$ см, откуда $CD = 14$ см (рис. 4.181).

Расстояние от вершины C до прямой DE равно CD, т. е. 14 см.

(*Ответ:* 14 см.)

Задача № 276

Решение: O – середина AB, тогда $AO = BO$. AD и BC – расстояние от концов отрезка AB до прямой a ($AD \perp a$, $BC \perp a$). $AOD = \Delta BOC$ по гипотенузе и острому углу ($AO = OB$, $\angle AOD = \angle BOC$ как вертикальные), тогда $AD = CB$, т. е. концы отрезка AB равноудалены от прямой a (рис. 4.182).

3. Рещить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам и решениям.

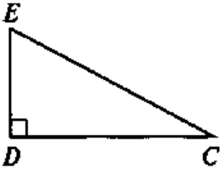


Рис. 4.181

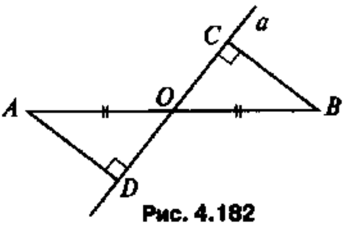


Рис. 4.182

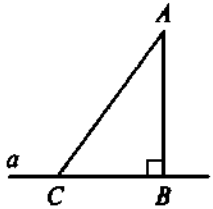


Рис. 4.183

I уровень сложности: № 152–155 (рабочая тетрадь);

II уровень сложности: № 271, 275, 278 (учебник).

Задача № 271

Решение: AB – перпендикуляр, AC – наклонная. $AC - AB = 1$ см, тогда $AC = AB + 1$ см, $AC + AB = AB + 1$ см $+ AB = 17$ см, отсюда $AB = 8$ см, т. е. расстояние от точки A до прямой a равно 8 см (рис. 4.183).

(*Ответ:* 8 см.)

Задача № 275

Решение: $ME \perp AC$, $MK \perp BC$, $ME = MK$. ΔABC – равнобедренный, тогда $\angle A = \angle B$. $\Delta EMA = \Delta KMB$ по катету и прилежащему к нему острому углу ($ME = MK$, $\angle EMA = \angle KMB$, так как $\angle EMA = 90° - \angle A = 90° - \angle B = \angle KMB$), тогда $AM = MB$ и CM – медиана, проведенная из вершины равнобедренного треугольника к его основанию, а значит, и его высота (рис. 4.184).

Задача № 278

Решение: Расстояние между прямыми AB и CD равно AC. ΔACD – прямоугольный, $\angle D = 30°$, тогда $AC = \frac{1}{2}AB = 3$ см (рис. 4.185).

(*Ответ:* 3 см.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания;
- оценка «4» – правильно выполнены 2 задания;

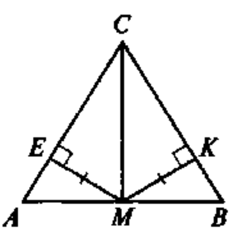


Рис. 4.184

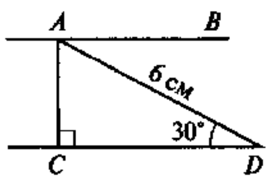


Рис. 4.185

- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – не ставится.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Назовите перпендикуляр и наклонную, проведенные из точки A к прямой BC (см. рис. 4.178). Сравните длины перпендикуляра и наклонных.
2. Что называют расстоянием от точки до прямой? между двумя параллельными прямыми?
3. Сформулируйте свойство параллельных прямых.
4. Сформулируйте теорему, обратную свойству параллельных прямых.
5. Что такое геометрическое место точек, удовлетворяющих какому-либо условию?

Домашнее задание

1. § 38, вопросы 14–19.
2. Решить задачи № 272, 277.
3. Выполнить работу над ошибками самостоятельной работы предыдущего урока, используя готовые указания и ответы к задачам.

Ответы и указания к задачам самостоятельной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle B = 30°$, $\angle A = 60°$.
2. 72°, 44°, 64°.
3. $\angle B = 90° - \angle A$, $\angle B_1 = 90° - \angle A_1$. Так как $\angle A = \angle A_1$, то $\angle B = \angle B_1$ (рис. 4.186).

Тогда $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$).

Вариант 2

1. $\angle A = 60°$, $\angle B = 30°$.
2. 66°, 52°, 62°.
3. $\angle B = 90° - \angle A$, $\angle B_1 = 90° - \angle A_1$. Так как $\angle A = \angle A_1$, то $\angle B = \angle B_1$, тогда $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам ($BC = B_1C_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90°$) (рис. 4.186).

II уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle CAD = 30°$, $\angle ADC = 60°$.
2. 65°, 25°.
3. $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ по гипотенузе и катету, тогда $\angle B = \angle B_1$. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по катету и прилежащему к нему острому углу (рис. 4.187).

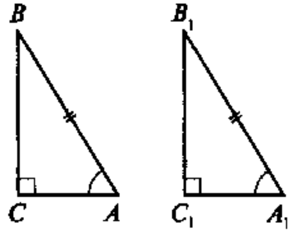


Рис. 4.186

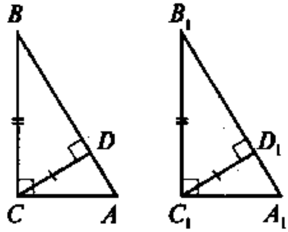


Рис. 4.187

Вариант 2

1. $\angle BAC = 40°$, $\angle ABC = 50°$.

2. 35°, 55°.

3. $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$ по катету и прилежащему к нему острому углу ($\angle BCD = 90° - \angle B$, $\angle B_1C_1D_1 = 90° - \angle B_1$, $\angle B = \angle B_1$), тогда $BC = B_1C_1$. $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по катету и прилежащему к нему острому углу (рис. 4.187).

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle B = 40°$, $\angle A = 50°$.

2. 31°, 59°.

3. $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$, тогда $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$ (рис. 4.188).

$\Delta CBD = \Delta C_1B_1D_1$, тогда $DC = D_1C_1$, следовательно, $AD + DC = A_1D_1 + D_1C_1$, т. е. $AC = A_1C_1$.

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ ($AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$).

Вариант 2

1. $\angle A = 50°$, $\angle ACD = 40°$.

2. 23°, 67°.

3. $BC = B_1C_1$, $AM = A_1M_1$, $AH = A_1H_1$, $BM = MC$, $B_1M_1 = M_1C_1$.

$\Delta AMH = \Delta A_1M_1H_1$, тогда $MH = M_1H_1$. $\Delta ABH = \Delta A_1B_1H_1 1$, тогда $AB = A_1B_1$. $\Delta ACH = \Delta A_1C_1H_1$, тогда $AC = A_1C_1$ (рис. 4.189).

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по трем сторонам.

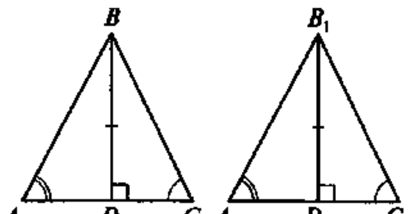


Рис. 4.188

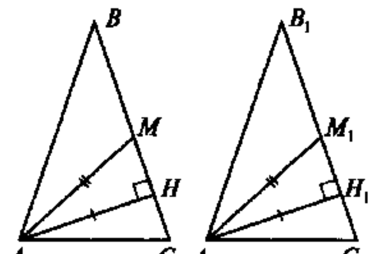


Рис. 4.189

Урок 56. Построение треугольника по трем элементам

Основные дидактические цели урока: рассмотреть задачи на построение треугольника по трем элементам; совершенствовать навыки решения задач на построение.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1. Провести теоретический опрос по вопросам 14–18 (фронтальная работа).

2. Решить задачи по готовым чертежам (фронтальная работа).

1) *Найти:* расстояние от точки A до прямой a (рис. 4.190).

2) *Найти:* расстояние от точки A до прямой a (рис. 4.191).

3) *Найти:* расстояние от точки A до прямой a (рис. 4.192).

4) *Дано:* $KA = 7$ см (рис. 4.193).

Найти: расстояние от точки A до прямой a.

3. Решить задачи (работа в группах).

(Учитель делит класс на три группы, каждая группа выполняет свое задание, затем весь класс заслушивает решение задач.)

Задание для первой группы

1) С помощью циркуля, линейки и транспортира постройте $\triangle ABC$, в котором $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $\angle B = 70°$.

2) С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный данному (примерный угол задать на листе бумаги).

Задание для второй группы

1) С помощью циркуля, линейки и транспортира постройте $\triangle ABC$, в котором $AB = 6$ см, $\angle A = 50°$, $\angle B = 80°$.

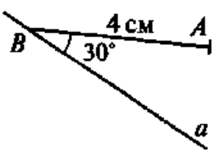


Рис. 4.190

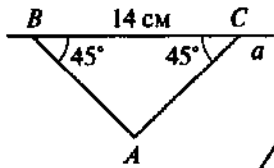


Рис. 4.191

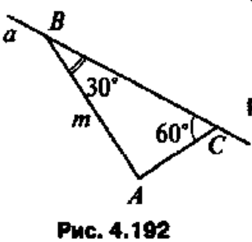


Рис. 4.192

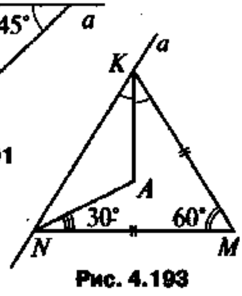


Рис. 4.193

2) С помощью циркуля и линейки без делений на сторонах данного угла отложите отрезки, равные данному.

Задание для третьей группы

1) С помощью циркуля и линейки с делениями постройте ΔABC такой, что $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см.

2) С помощью циркуля и линейки без делений на данном луче отложите отрезок, равный данному.

III. Работа по теме урока

1. Формулировка темы урока.

– Как вы думаете, чем мы сегодня будем заниматься на уроке? Какая тема нашего урока? (*Примерный ответ.* Будем решать задачи на построение и т. д.)

Да, сегодня мы будем решать задачи на построение. Будем строить треугольники по трем элементам.

2. Решить задачи (работа в группах) с последующим обсуждением.

(Учитель делит класс на группы, каждая группа выполняет свое задание, при выполнении задания учащиеся могут общаться друг с другом, обсуждать решение задачи.)

Задание для первой группы

Дано: рис. 4.194.

Построить: ΔABC такой, что $AB = PQ$, $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle N$, с помощью циркуля и линейки без делений.

Задание для второй группы

Дано: рис. 4.195.

Построить: ΔABC такой, что $AB = MN$, $AC = RS$, $\angle A = \angle Q$, с помощью циркуля и линейки без делений.

Задание для третьей группы

Дано: рис. 4.196.

Построить: ΔABC такой, что $AB = MN$, $BC = PQ$, $AC = RS$, с помощью циркуля и линейки без делений.

Общий вопрос для всех групп:

– Всегда ли можно построить такой ΔABC, который удовлетворял бы всем условиям задачи?

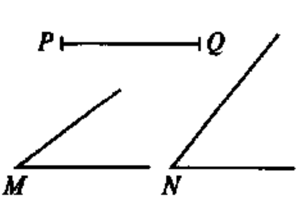


Рис. 4.194

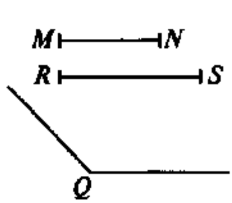


Рис. 4.195

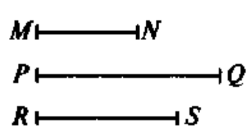


Рис. 4.196

3. Записать самостоятельно в тетради решение каждой задачи и ее название.

1) Первая задача – «Построение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам».

2) Вторая задача – «Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними».

3) Третья задача – «Построение треугольника по трем сторонам».

IV. Закрепление изученного материала

1. Решить задачу № 286.

(Дать на обдумывание 2–3 мин, а затем заслушать варианты ответов.)

Задача № 286

Дано: сторона треугольника PQ; биссектриса PM, выходящая из вершины P; угол P, прилежащий к стороне PQ (рис. 4.197).

Построить: ΔABC, где $AB = PQ$, $\angle A = \angle P$, биссектриса $AL = PM$.

Построение:

1) Возьмем произвольную точку A, отложим от нее угол MAN, равный углу P (рис. 4.198).

2) На стороне AM отложим отрезок AB, равный PQ.

3) Построим биссектрису угла MAN и отложим на ней от точки A отрезок AL, равный PM.

4) Построим прямую через точки B и L.

$AN \cap BL = C$. ΔABC – искомый.

2. Решить самостоятельно задачу № 288 (учебник).

3. Решить самостоятельно задачу № 157 (рабочая тетрадь).

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Как построить треугольник по двум сторонам и углу между ними?
2. Как построить треугольник по стороне и прилежащим к ней углам?
3. Как построить треугольник по трем сторонам?

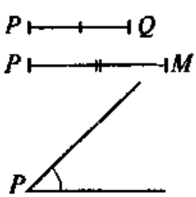


Рис. 4.197

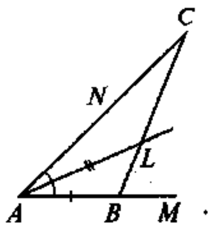


Рис. 4.198

Домашнее задание

1. § 39, вопросы 21, 22.
2. Решить задачи № 287, 289, 274.

Задача № 287

Построение:

1) Построить угол A, равный углу между данной стороной и данной медианой (рис. 4.199).

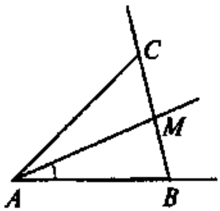


Рис. 4.199

2) На одной стороне угла отложить отрезок AB, равный стороне треугольника, а на другой – отрезок AM, равный медиане треугольника.

3) Построить прямую BM и на луче BM от точки M отложить отрезок MC, равный отрезку BM.

4) Соединить точки A и C отрезком. ΔABC – искомый, в нем AM – медиана ($BM = MC$), $\angle MAB$ – угол между медианой и стороной AB.

3. Прочитать задачу № 284.

Урок 57. Построение треугольника по трем элементам

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки построения треугольников по трем элементам; решать задачи на построение.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

III. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Провести теоретический опрос по вопросам 21 (а), 21 (б), 22.

(Три ученика готовятся у доски. Заслушать их после проверки решения домашних задач № 287, № 284.)

2. Проверить домашнюю задачу № 287.

3. Обсудить решение задачи № 284 по рисунку 142 учебника.

Составить план решения задачи и ответить на вопросы.

– Почему прямая p параллельна прямой a?

– Почему расстояние между прямыми a и p равно AB?

– Сколько решений имеет задача? Почему?

IV. Решение задач

1. Решить задачи № 285, 291 (д) с последующим обсуждением (работа в парах).

(Дать на обдумывание 2–3 мин на каждую задачу, решение записать в тетрадях и на доске.)

Задача № 285

Построение:

1) Построим прямую l, перпендикулярную прямой b и проходящую через произвольную точку X прямой b (рис. 4.200).

2) Отложим от точки X на прямой l отрезок XY, равный PQ.

3) Построим прямую c, перпендикулярную прямой l и проходящую через точку Y.

4) Точку пересечения a и c обозначим A. Точка A прямой a удалена от прямой b на расстояние PQ, т. е. A – искомая точка.

Задача имеет два решения: Отрезок XY на прямой l можно отложить в разные стороны от прямой b.

Задача № 291 (д)

Дано: медиана PQ, проведенная к основанию; основание равнобедренного треугольника ST.

Построение: Так как медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является его высотой, то ход построения будет следующим (рис. 4.201).

1) На прямой a отложим отрезок AB, равный ST.

2) Постоим середину отрезка AB – точку M.

3) Через точку M построим прямую b, перпендикулярную прямой a, и отложим на этой прямой b от точки M отрезок MC, равный PQ.

4) Соединим точки A и C, B и C отрезками. ΔABC – искомый.

Задача имеет два решения: На прямой b от точки M можно отложить два отрезка, равных PQ.

2. Решить самостоятельно задачи № 291 (а, в), 292 (б) с последующей самопроверкой по готовым ответам и решениям.

3. Решить дополнительные задачи.

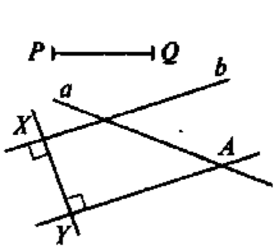


Рис. 4.200

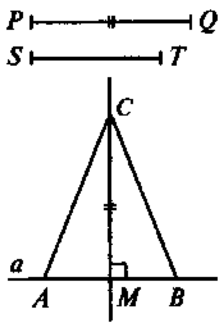


Рис. 4.201

Задача 1

Постройте равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведенной из вершины при основании.

Построение: Высота, проведенная из вершины при основании равнобедренного треугольника, перпендикулярна боковой стороне, поэтому ход построения будет следующим (рис. 4.202).

1) Начертим прямую a и отметим на ней произвольную точку H.

2) Построим прямую, проходящую через точку H и перпендикулярную прямой a.

3) На прямой b от точки H отложим отрезок HA, равный высоте, проведенной из вершины при основании.

4) Построим окружность с центром в точке A и радиусом, равным основанию. Прямая a пересекается с окружностью в точке B.

5) Соединим точки A и B отрезком – это и будет основанием треугольника.

6) Построим прямую c, проходящую через середину основания AB перпендикулярно AB. На прямой c будут лежать биссектриса, медиана, высота и вершина искомого треугольника, а на прямой a – боковая сторона. Следовательно, точка пересечения прямых a и b – это и есть точка C – вершина треугольника. ΔABC – искомый.

Задача имеет два решения.

Задача 2

Постройте равнобедренный треугольник по боковой стороне и высоте, проведенной из верщины при основании.

Построение:

а) На прямой a отложим отрезок AB, равный боковой стороне треугольника (рис. 4.203).

б) Построим окружность с центром в точке A и радиусом, равным AB.

в) Построим прямую b, параллельную прямой a и удаленную от нее на расстояние, равное высоте, проведенной из вершины при основании.

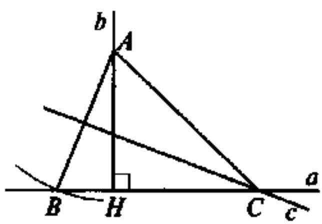


Рис. 4.202

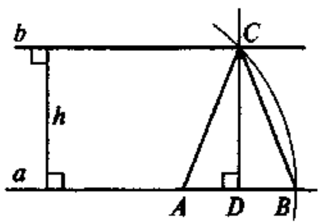


Рис. 4.203

г) Прямая b пересекается с окружностью в точке C.

д) ΔABC – искомый, в нем $AB = BC$, а высота CD, проведенная из вершины при основании, равна расстоянию между прямыми a и b.

Задача имеет два решения.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 3 задания (№ 291 (а, в), 292 (б));
- оценка «4» – правильно выполнены 2 задания;
- оценка «3» – правильно выполнены 1–2 задания, но в решении заданий есть ошибки;
- оценка «2» – не ставится.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Как построить треугольник по двум сторонам и углу между ними?
2. Как построить треугольник по стороне и прилежащим к ней углам?
3. Как построить треугольник по трем сторонам?

Домашнее задание

1. Решить задачи № 290, 291 (б, г), 292 (а), 280.

Задача № 280

Луч MN такой, что $M \in BA$, $MN \parallel BC$, $KN \perp BC$, $NK = PQ$ (рис. 4.204).

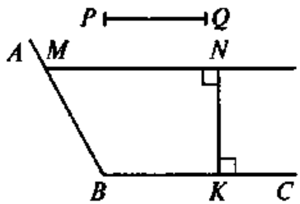


Рис. 4.204

Урок 58. Построение треугольника по трем элементам. Решение задач

Основная дидактическая цель урока: совершенствовать навыки решения задач на построение, нахождение расстояния от точки до прямой и расстояния между параллельными прямыми.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Проверить решение домашней задачи № 280.

(Один ученик у доски демонстрирует ход построения).

2. Решить устно задачи на готовых чертежах (фронтальная работа).

(Рисунки к задачам подготовить на доске заранее.)

1) *Дано:* $BC = 5$ см (рис. 4.205).

Найти: расстояние от точки B до прямой AC.

2) *Найти:* расстояние от точки C до прямой AB (рис. 4.206).

3) *Дано:* $R = 12$ см (рис. 4.207).

Найти: расстояние от центра окружности до хорды BD.

4) *Дано:* $a \parallel b$, $CD = 6$ см (рис. 4.208).

Найти: расстояние между прямыми a и b.

3. Решить письменно задачу.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и внешнему углу при вершине острого угла.

Дано: внешний угол при вершине острого угла, гипотенуза PQ (рис. 4.209).

Построить: прямоугольный треугольник.

Построение:

1) Проведем прямую, отметим на ней точку B и отложим отрезок BC, равный PQ (рис. 4.210).

2) Отложим от луча BD, являющегося продолжением луча BC, угол DBM, равный углу hk.

3) Построим прямую, проходящую через точку C и перпендикулярную к прямой BM, и обозначим буквой A точку пересечения этой прямой с лучом BM. ΔABC – искомый.

Доказательство: По построению ΔABC – прямоугольный, гипотенуза BC равна данному отрезку PQ, а внешний угол ABD

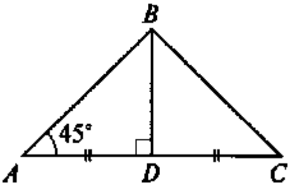


Рис. 4.205

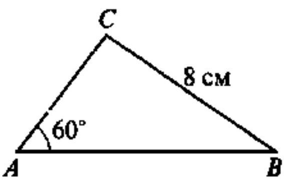


Рис. 4.206

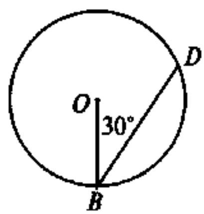


Рис. 4.207

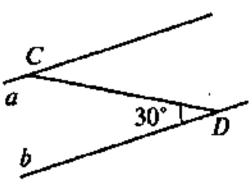


Рис. 4.208

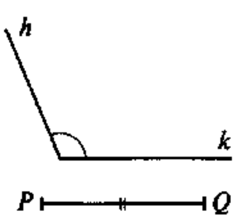


Рис. 4.209

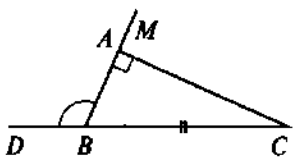


Рис. 4.210

построенного треугольника равен углу hk, т. е. ΔABC удовлетворяет всем условиям задачи.

III. Самостоятельная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике ABC $\angle C = 30°$, $AC = 10$ см, $BC = 8$ см. Через вершину A проведена прямая a, параллельная BC.

Найти:

а) расстояние от точки B до прямой AC;

б) расстояние между прямыми a и BC.

2. Построить равносторонний треугольник, у которого сторона в два раза меньше данного отрезка.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC $\angle A = 30°$, $AC = 12$ см, $AB = 10$ см. Через вершину C проведена прямая a, параллельная AB.

Найти:

а) расстояние от точки B до прямой AC;

б) расстояние между прямыми a и AB.

2. Построить равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна данному отрезку, а основание в два раза меньше боковой стороны.

II уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике MKP сторона MP равна 20 см. Расстояние от точки K до прямой MP равно $\frac{1}{2}KP$. Через точку M проведена прямая a, параллельная KP.

Найти:

а) $\angle MPK$;

б) расстояние между прямыми a и KP.

2. Даны неразвернутый угол и отрезок. Построить треугольник, у которого одна сторона в два раза больше другой и равна данному отрезку, а угол, заключенный между этими сторонами, равен данному углу.

Вариант 2

1. В треугольнике MKP сторона $MP = 16$ см. Сторона KP вдвое больше расстояния от точки K до прямой MP. Через точку M проведена прямая b, параллельная KP.

Найти:

а) $\angle KPM$;

б) расстояние между прямыми b и KP.

2. Даны два острых угла и отрезок. Построить треугольник, у которого сторона равна половине данного отрезка, а прилежащие к ней углы – двум данным углам.

III уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике ABC $\angle A = 70°$, $\angle B = 80°$, BE – биссектриса. Через точку E проведена прямая a, параллельная BC, $EC = x$.

Найти:

а) расстояние между прямыми a и BC;

б) расстояние от точки E до прямой AB.

2. Построить остроугольный равнобедренный треугольник по основанию и разности двух неравных сторон.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC $\angle A = 50°$, $\angle B = 100°$, BE – биссектриса. Через точку E проведена прямая a, параллельная BC, $EC = y$.

Найти:

а) расстояние между прямыми a и BC;

б) расстояние от точки E до прямой AB.

2. Построить равнобедренный треугольник по периметру и боковой стороне.

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какая задача вам показалась наиболее сложной?
2. Кто справился с решением этой задачи?
3. Каков принцип решения данной задачи?

Домашнее задание

1. Прочитать задачу № 293.
2. Решить задачи № 294, 295, 281.

Урок 59. Решение задач на построение

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения и навыки решения задач на построение; подготовить учащихся к контрольной работе.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Анализ самостоятельной работы

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

1. Провести общий анализ самостоятельной работы.

2. Обсудить принципы решения задач на построение.

(На доске подготовить условия шести задач на построение и заслушать анализ решения без выполнения построения.)

3. Провести самостоятельно работу над ошибками.

а) Найти свои ошибки в решении задачи 1, используя готовые ответы, рисунки к задачам и указания.

б) Решить правильно задачу 2, если она решена неверно; в случае верного решения по своему усмотрению перейти к решению задачи № 2 следующего уровня или дополнительной задачи.

Ответы и указания к первой задаче самостоятельной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

Рис. 4.211.

а) $BD = 4$ см;

б) $CK = 5$ см.

Доказать: $\angle CAK = 30°$.

Вариант 2

Рис. 4.212.

а) $BD = 5$ см;

б) $AK = 6$ см.

Доказать: $\angle ACK = 30°$.

II уровень сложности

Вариант 1

Рис. 4.213.

а) $\angle MPK = 30°$,

так как $KD = \frac{1}{2}KP$;

б) $PE = 10$ см.

Доказать: $\angle PME = 30°$.

Вариант 2

Рис. 4.214.

а) $\angle KPM = 30°$,

так как $KP = 2\ KD$;

б) $PE = 8$ см.

Доказать: $\angle PME = 30°$.

III уровень сложности

Вариант 1

Рис. 4.215.

а) $EK = \frac{x}{2}$, так как $\angle C = 30°$;

б) $EM = \frac{x}{2}$.

Доказать: $\angle BEK = \angle BEM$.

Вариант 2

Рис. 4.216.

а) $EK = \frac{y}{2}$, так как $\angle = 30°$;

б) $EM = \frac{y}{2}$.

Доказать: $\angle BEK = \angle BEM$.

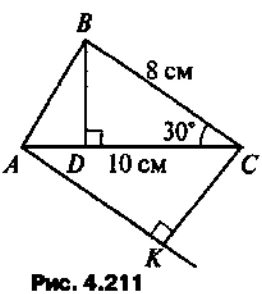


Рис. 4.211

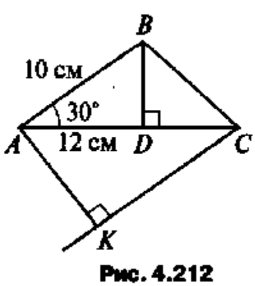


Рис. 4.212

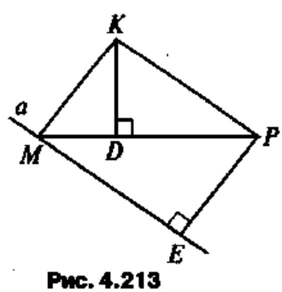


Рис. 4.213

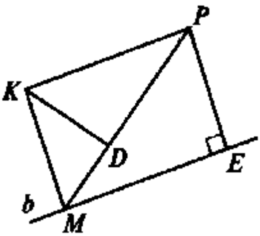


Рис. 4.214

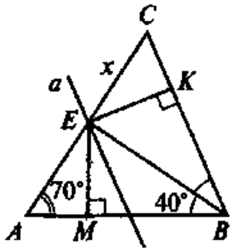


Рис. 4.215

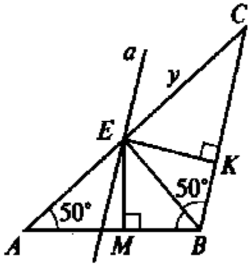


Рис. 4.216

Дополнительные задачи

Задача 1

Дан треугольник ABC (рис. 4.217). Постройте треугольник MPK, в котором $MP = 2\ AB$, $\angle M = \angle A$, а высота KE равна высоте CD треугольника ABC.

Построение:

1) На произвольной прямой a отложим отрезок MP, равный $2AB$ (рис. 4.218).

2) От луча MP отложим угол PMB, равный $\angle A$.

3) Построим прямую b, удаленную от прямой a на расстояние, равное CD. Прямая b пересекается с лучом MB в точке K.

4) Соединим точки K и P отрезком. ΔMPK – искомый.

Доказательство: В ΔMPK $MP = 2AB$, $\angle M = \angle A$, $CD = KE$.

Задача 2

Постройте равнобедренный треугольник по биссектрисе, проведенной к основанию, и углу, противолежащему основанию (рис. 4.219).

Построение:

1) Построим $\angle PAK = \angle(hk)$ и проведем его биссектрису AL (рис. 4.220).

2) На луче AL от точки A отложим отрезок AD, равный PQ.

3) Построим прямую b, перпендикулярную прямой AL и проходящую через точку D (так как биссектриса, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, является его высотой).

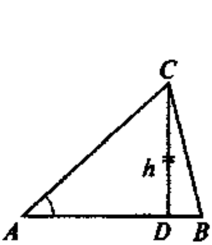


Рис. 4.217

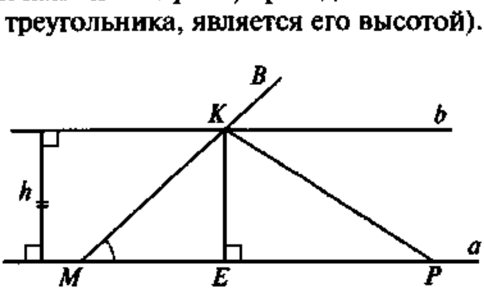


Рис. 4.218

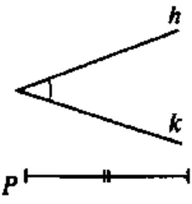


Рис. 4.219

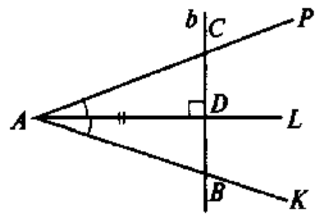


Рис. 4.220

4) $b \cap AP = C$, $b \cap AK = B$. ΔABC – искомый.

Доказательство: ΔABC – равнобедренный, так как $AB = AC$ из равенства прямоугольных треугольников ABD и ACD по катету и прилежащему к нему острому углу.

Биссектриса, проведенная к основанию, равна PQ, а угол, противолежащий основанию, равен $\angle(hk)$.

Задача 3

Постройте прямоугольный треугольник по катету и медиане, проведенной к другому катету.

Дано: катет PQ; медиана ST, проведенная к другому катету (рис. 4.221).

Построение:

1) Построим прямую a и прямую b, перпендикулярную ей и проходящую через произвольную точку C прямой a ($\angle C = 90°$) (рис. 4.222).

2) На прямой a от точки C отложим отрезок CB, равный PQ.

3) Построим окружность с центром в точке B и радиусом, равным ST. Окружность пересекается с прямой b в точке M. BM – медиана искомого треугольника.

4) На прямой b отложим отрезок CA, равный $2CM$.

5) Соединим точки A и B отрезком. ΔABC – искомый.

Доказательство: ΔABC – прямоугольный, в нем $\angle C = 90°$ по построению, катет BC равен PQ, медиана BM равна ST (M – середина AC, так как $AM = MC$).

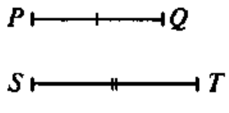


Рис. 4.221

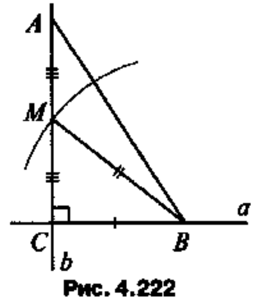


Рис. 4.222

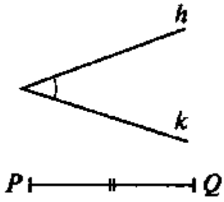


Рис. 4.223

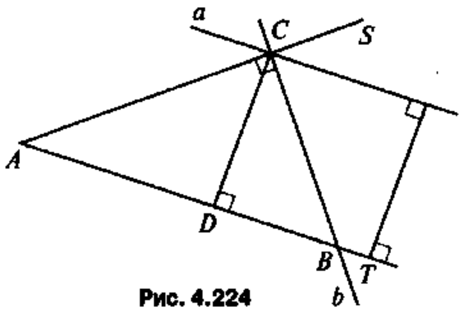


Рис. 4.224

Задача 4

Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и высоте, проведенной из вершины прямого угла.

Дано: $\angle(hk)$ – острый угол, PQ – высота, проведенная из вершины прямого угла (рис. 4.223).

Построение:

1) Построим $\angle SAT = \angle(hk)$ (рис. 4.224).

2) Построим прямую a, удаленную от прямой AT на расстояние, равное PQ, $a \cap AS = C$.

3) Построим прямую b, перпендикулярную прямой AS и проходящую через точку C. $B \cap AT = B$. ΔABC – искомый.

Доказательство: ΔABC – прямоугольный ($\angle C = 90°$ по построению), в нем $\angle A = \angle(hk)$, а высота $CD = PQ$.

Задача 5

Постройте остроугольный треугольник по высоте и двум острым углам, которые эта высота образует со сторонами треугольника.

Дано: $\angle(hk)$ и $\angle(lp)$ – острые углы, которые образует высота со сторонами треугольника, PQ – высота треугольника (рис. 4.225).

Построение:

1) На прямой a отложим отрезок AH, равный PQ (рис. 4.226).

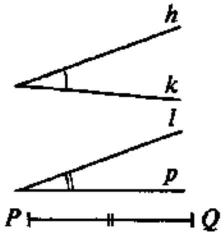


Рис. 4.225

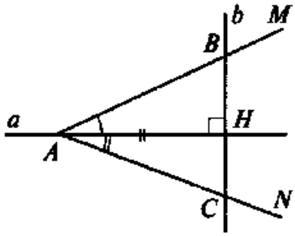


Рис. 4.226

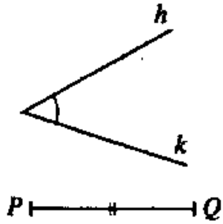


Рис. 4.227

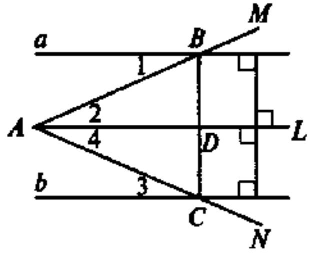


Рис. 4.228

2) От луча AH по разные стороны от него построим $\angle HAM = \angle(hk)$ и $\angle HAN = \angle(lp)$.

3) Проведем прямую b, перпендикулярную прямой a и проходящую через точку H.

4) $b \cap AM = B$, $b \cap AN = C$. ΔABC – искомый.

Доказательство: В ΔABC AH – высота по построению ($a \perp b$) и $AH = PQ$. Острые углы, которые образует высота AH со сторонами AB и AC треугольника ABC, равны $\angle(hk)$ и $\angle(pl)$ соответственно.

Задача 6

Постройте равнобедренный треугольник по основанию и углу, противолежащему этому основанию.

Дано: $\angle(hk)$ – угол, противолежащий основанию; PQ – основание (рис. 4.227).

Построение:

1) Построим $\angle MAN = \angle(hk)$ (рис. 4.228).

2) Построим биссектрису AL угла $\angle MAN$.

3) Построим прямые a и b, удаленные от прямой AL на расстояние, равное $\frac{1}{2}PQ$, и расположенные по разные стороны от нее.

4) $AM \cap a = B$, $AN \cap b = C$. Соединим точки B и C отрезком. ΔABC – искомый.

Доказательство: $a \parallel AL$, тогда $\angle 1 = \angle 2$; $b \parallel AL$, тогда $\angle 3 = \angle 4$. Так как $\angle 2 = \angle 4$, то $\angle 1 = \angle 3$, а $\angle ABC = \angle ACB$, отсюда ΔABC – равнобедренный.

$\angle BAC = \angle(hk)$ по построению, $BC = PQ$, так как $a \parallel b$, а прямые a и b удалены на расстояние, равное PQ.

Домашнее задание

Решить задачи. I уровень сложности: задачи № 315 (а, б, в), 314; II уровень сложности: задачи № 315 (а, г, е), 317.

Урок 60. Решение задач. Подготовка к контрольной работе

Основные дидактические цели урока: закрепить знания, умения, навыки по темам «Прямоугольные треугольники», «Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми»; подготовить учащихся к предстоящей контрольной работе.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка домашнего задания

Проверить решение домашних задач № 315, 317.

(Два ученика заранее записывают решение на доске.)

Задача № 315

Решить задачу полуустно (объяснить принцип построения с помощью схематических рисунков).

Построение:

а) Построить прямоугольный треугольник, в котором один из катетов в два раза меньше гипотенузы.

б) То же, что и в пункте а).

в) Построить угол в 30° и провести его биссектрису.

г) Построить угол в 60° и угол, смежный с ним.

е) Построить угол в 90° и его биссектрису. Далее построить угол, равный сумме углов в 90° и в 45°.

Задача № 317

Построение:

1) Построить биссектрисы углов BAC и BCA. K – точка пересечения биссектрис (рис. 4.229).

2) Через точку K провести прямую, параллельную прямой AC, которая пересекает AB и BC в двух точках, D и E.

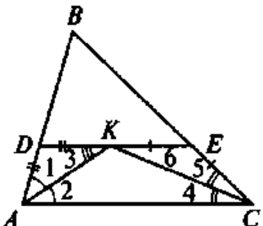


Рис. 4.229

Отрезок DE – искомый.

Доказательство: ΔADK– равнобедренный, так как $\angle 1 = \angle 2$ (AK – биссектриса), $\angle 2 = \angle 3$ ($AC \parallel DK$), тогда $\angle 1 = \angle 3$, значит $AD = DK$.

$\angle 4 = \angle 5$ (CK – биссектриса), $\angle 4 = \angle 6$ ($AC \parallel DK$), тогда $\angle 5 = \angle 6$, ΔKEC – равнобедренный, $KE = EC$.

$DE = DK + KE = AD + EC.$

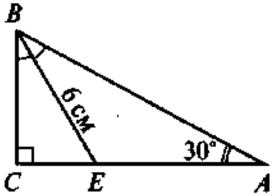


Рис. 4.230

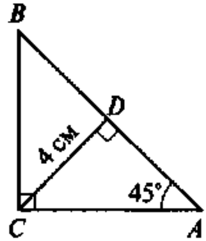


Рис. 4.231

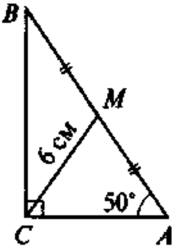


Рис. 4.232

III. Решение задач

1. Решить самостоятельно задачи по готовым чертежам с последующей самопроверкой.

(Рисунки и условия к задачам подготовить на доске заранее. Ученики в тетрадях записывают только ответы.)

1) *Найти:* $\angle BEA$, CE, AC (рис. 4.230).

(*Ответ:* $\angle BEA = 120°$, $CE = 3$ см, $AC = 9$ см.)

2) *Найти:* AD, AB (рис. 4.231).

(*Ответ:* $AD = 4$ см, $AB = 8$ см.)

3) *Найти:* AB, $\angle BCM$, $\angle AMC$ (рис. 4.232).

(*Ответ:* $AB = 12$ см, $\angle BCM = 40°$, $\angle AMC = 80°$.)

4) *Найти:* $\angle A$, AB (рис. 4.233).

(*Ответ:* $\angle A = 60°$, $AB = 6$ см.)

5) *Найти:* AC (рис. 4.234).

(*Ответ:* $AC = 8{,}5$ см.)

6) *Найти:* DC, AC (рис. 4.235).

(*Ответ:* $DC = 4$ см, $AC = 12$ см.)

7) *Дано:* $a \parallel b$ (рис. 4.236).

Найти: расстояние между прямыми a и b.

(*Ответ:* 10 см.)

8) *Найти:* расстояние от точки A до прямой a (рис. 4.237).

(*Ответ:* 9 см.)

9) *Найти:* расстояние от точки K до прямой a (рис. 4.238).

(*Ответ:* 2 см.)

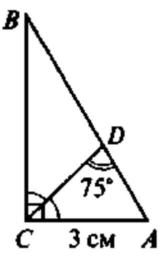


Рис. 4.233

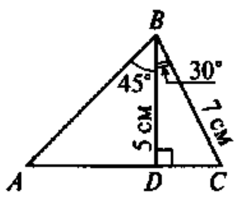


Рис. 4.234

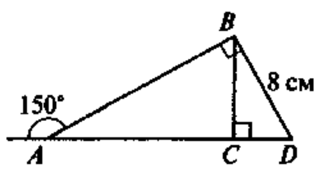


Рис. 4.235

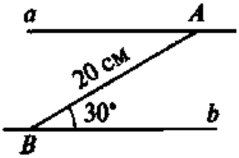


Рис. 4.236

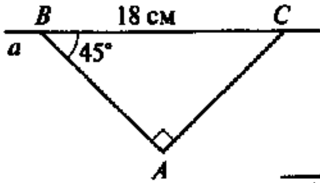


Рис. 4.237

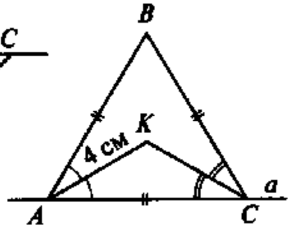


Рис. 4.238

10) Укажите равные треугольники (рис. 4.239).
Найти: $\angle BCD$.
(*Ответ:* $\Delta ABC = \Delta ADC$, $\angle BCD = 130°$.)
11) Укажите равные треугольники (рис. 4.240).
Найти: $\angle EAD$, $\angle AED$.
(*Ответ:* $\Delta ABD = \Delta DCA$, $\angle AED = 110°$, $\angle EAD = 35°$.)
12) Укажите равные треугольники (рис. 4.241).
Найти: AB.
(*Ответ:* $\Delta ABM = \Delta CBM$, $AB = 6$ см.)
13) *Дано:* $\angle C$ – прямой, CL – биссектриса (рис. 4.242).
Найти: $\angle A$, $\angle B$.
(*Ответ:* $\angle A = 25°$, $\angle B = 65°$.)
14) *Дано:* CM – медиана (рис. 4.243).
Найти: $\angle A$, $\angle B$.
(*Ответ:* $\angle A = 35°$, $\angle B = 55°$.)
15) *Дано:* $\angle 1 : \angle 2 = \angle 2 : \angle 3$ (рис. 4.244).
Найти: $\angle A$, $\angle C$.
(*Ответ:* $\angle A = 72°$, $\angle C = 18°$.)

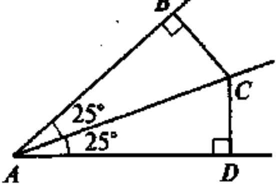


Рис. 4.239

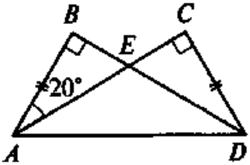


Рис. 4.240

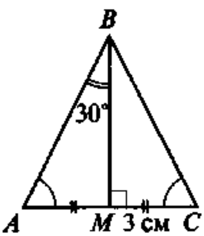


Рис. 4.241

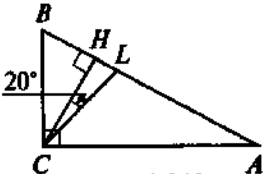


Рис. 4.242

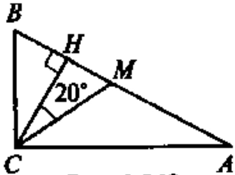


Рис. 4.243

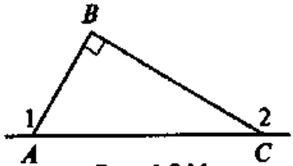


Рис. 4.244

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены 14–15 заданий;
- оценка «4» – правильно выполнены 11–13 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены 7–10;
- оценка «2» – правильно выполнены менее 6 заданий.

2. Работа над ошибками и решение дополнительных задач.

(Учащиеся, справившиеся с решением всех задач, переходят к решению дополнительных задач. Учащиеся, допустившие ошибки при решении задач, выполняют работу над ошибками.)

Вопросы к задачам для менее подготовленных учеников:

Задача 1

Объясните, почему $\angle BEA = 120°$, $CE = 3$ см, $AC = 9$ см. Определите вид треугольников BCE и BAE. Почему, если $AC = 9$ см, $CE = 3$ см, то $AE = 6$ см?

Задача 2

Почему $AD = 4$ см? Что вы можете сказать о ΔCDA? Докажите, что $AD = BD$.

(Для большинства учащихся этих задач хватит на всю оставшуюся часть урока, а тем, кто успешно их решит, можно предложить дополнительные задачи.)

Дополнительные задачи

Задача 1

На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC взята точка E, а внутри треугольника – точка D. Перпендикуляр EM к прямой AC делит катет AC пополам, $\angle B = 45°$, $\angle CDA = 90°$, $\angle DCA = 60°$. Докажите, что $EM = DC$.

Задача 2

В треугольнике ABC высоты AA_1 и CC_1 равны, $AC_1 = BA_1$. Найдите угол B.

Задача 3

Из точки A к некоторой прямой проведены наклонные AB и AC и перпендикуляр AD так, что точка C является серединой отрезка BD. Может ли выполняться неравенство $AB > 2AC$?

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какая задача вам показалась наиболее сложной?
2. Кто справился с решением этой задачи?
3. Каков принцип решения данной задачи?

Домашнее задание

Решить задачи № 308, 309, 315 (ж, з, и).

Урок 61. Контрольная работа № 5 по теме «Прямоугольный треугольник. Построение треугольника по трем элементам»

Основная дидактическая цель урока: проверка уровня усвоения учебного материала по теме «Прямоугольный треугольник. Построение треугольника по трем элементам».

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle BAD = \angle BCD = 90°$, $\angle ADB = 15°$, $\angle BDC = 75°$ (рис. 4.245).

Доказать: $AD \parallel BC$.

2. В треугольнике ABC $\angle C = 60°$, $\angle B = 90°$. Высота BB_1 равна 2 см.

Найти: AB.

3. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведенной к нему из вершины треугольника.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 150°.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle AOD = 90°$, $\angle OAD = 70°$, $\angle OCB = 20°$ (рис. 4.246).

Доказать: $AD \parallel BC$.

2. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$, CC_1 – высота, $CC_1 = 5$ см, $BC = 10$ см.

Найти: $\angle CAB$.

3. Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к нему из вершины треугольника.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 120°.

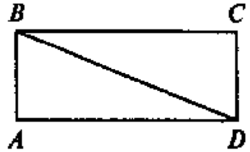


Рис. 4.245

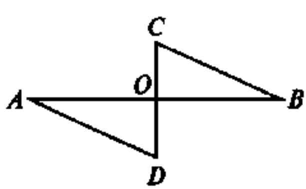


Рис. 4.246

II уровень сложности

Вариант 1

1. В остроугольном треугольнике MNP биссектриса угла M пересекает высоту NK в точке O, причем $OK = 9$ см. Найдите расстояние от точки O до прямой MN.

2. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60°, а сумма гипотенузы и меньшего катета равна 42 см. Найдите гипотенузу.

3. Постройте прямоугольный треугольник по гипотенузе и острому углу.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 105°.

Вариант 2

1. В прямоугольном треугольнике DCE с прямым углом C проведена биссектриса EF, причем $FC = 13$ см. Найдите расстояние от точки F до прямой DE.

2. Один из углов прямоугольного треугольника равен 60°, а разность гипотенузы и меньшего катета равна 15 см. Найдите гипотенузу.

3. Постройте прямоугольный треугольник по катету и прилежащему к нему острому углу.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 165°.

III уровень сложности

Вариант 1

1. В треугольнике ABC $\angle B = 90°$, а биссектрисы углов A и C пересекаются в точке O. Найдите угол AOC.

2. В треугольнике ABC $\angle A = 90°$, $\angle B = 60°$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle DBC = 30°$, $DA = 4$ см. Найдите AC и расстояние от точки D до стороны BC.

3. Постройте прямоугольный треугольник по катету и высоте, проведенной к гипотенузе.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 67°30′.

Вариант 2

1. В треугольнике ABC $\angle C = 90°$, а биссектрисы углов A и B пересекаются в точке E. Найдите угол AEB.

2. В треугольнике ABC $\angle C = 60°$. На стороне AC отмечена точка D так, что $\angle BDC = 60°$, $\angle ABD = 30°$, $CD = 5$ см. Найдите AC и расстояние от точки D до стороны AB.

3. Постройте прямоугольный треугольник по катету и биссектрисе прямого угла.

4*. С помощью циркуля и линейки постройте угол, равный 112°30′.

III. Рефлексия учебной деятельности

Подготовить проект по одной из предложенных тем или выбрать другую тему.

Темы проектных работ.

1. Как построить угол заданной градусной меры без транспортира?
2. Все о прямоугольных треугольниках.
3. Геометрия танграма.
4. Задачи на построение в практической деятельности человека.

Домашнее задание

По желанию каждый обучающийся выбирает себе домашнее задание: готовит проект или решает контрольную работу следующего уровня.

Урок 62. Работа над ошибками, допущенными в контрольной работе

Основные дидактические цели урока: совершенствовать навыки решения задач; устранить пробелы в знаниях учащихся; развивать навыки самопроверки выполненных работ, умения находить свои ошибки.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Общий анализ контрольной работы

III. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

1. Провести общий анализ контрольной работы.

2. Решить (или обсудить) задачи, с которыми не справилось большинство учащихся.

3. Продемонстрировать лучшие работы.

IV. Работа над ошибками

1. Найти свои ошибки в решениях задач и устранить их, используя готовые ответы и указания.

2. Решить задачи одного из вариантов следующего уровня. Если ученик выполнял контрольную работу III уровня сложности, решить дополнительные задачи.

Ответы и указания к задачам контрольной работы:

I уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle ADB = \angle CBD = 15°$, значит, $AD \parallel BC$.

2. $AB = 4$ см (рис. 4.247).

3. AB – основание, MC – высота и медиана, $AM = MB$, $MC \perp AB$ (рис. 4.248).

Постройте ΔABC.

4*. Постройте прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB = 2AC$, тогда $\angle B = 30°$, а $\angle ABD = 150°$ (рис. 4.249).

Вариант 2

1. $\angle OAD = \angle OBC = 70°$, значит, $AD \parallel BC$.

2. $\angle CAB = 60°$ (рис. 4.250).

3. AB – основание, MC – медиана и высота, $MC \perp AB$, $AM = MB$ (рис. 4.251).

Постройте ΔABC.

4*. Постройте прямоугольный треугольник ABC, в котором $AB = 2AC$, тогда $\angle B = 30°$. $BD \perp AB$, тогда $\angle CBD = 120°$ (рис. 4.252).

II уровень сложности

Вариант 1

1. Докажите, что $\angle MOF = \angle MOK$, тогда $OF = 9$ см (рис. 4.253).

2. $x + 2x = 42$ см, $AB = 28$ см (рис. 4.254).

3. AB – гипотенуза, $\angle A$ – данный острый угол (рис. 4.255).

Постройте прямую, перпендикулярную прямой a, и проходящую через точку B.

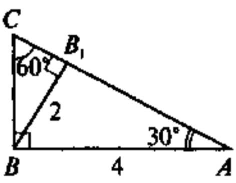


Рис. 4.247

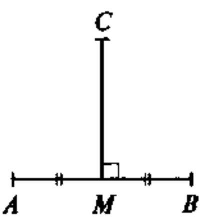


Рис. 4.248

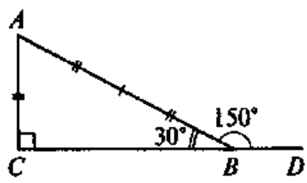


Рис. 4.249

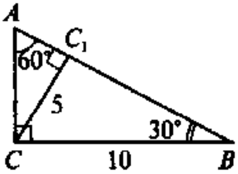


Рис. 4.250

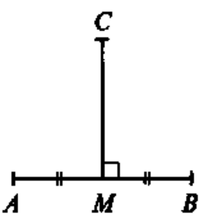


Рис. 4.251

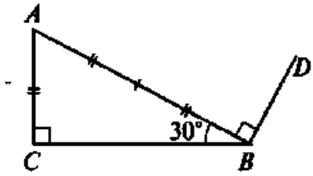


Рис. 4.252

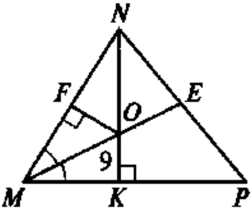


Рис. 4.253

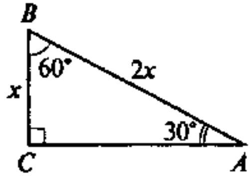


Рис. 4.254

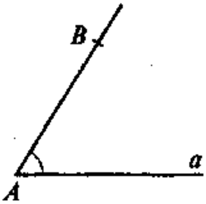


Рис. 4.255

4*. $AC = 2CB$, тогда $\angle CAB = 30°$, $\angle EAD = 15° + 90° = 105°$ (рис. 4.256).

Вариант 2

1. Докажите, что $\angle CEF = \angle KEF$, тогда $FK = 13$ см (рис. 4.257).

2. $2x - x = 15$ см, $AB = 30$ см (рис. 4.258).

3. AB – катет, $\angle A$ – прилежащий к нему острый угол (рис. 4.259).

Постройте прямую, перпендикулярную AB и проходящую через точку B.

4*. $AC = 2CB$, тогда $\angle CAB = 30°$, $\angle EAD = 180° - 15° = 165°$ (рис. 4.260).

III уровень сложности

Вариант 1

1. $\angle A + \angle C = 90°$. $\angle A + \frac{1}{2}\angle C = 45°$. $\angle AOC = 180° - 45° = 135°$ (рис. 4.261).

2. $BD = DC = 8$ см, $AC = 12$ см, $DK = 4$ см (рис. 4.262).

3. BH – высота, BC – катет, a – прямая, на которой лежит гипотенуза. Постройте второй катет перпендикулярно BC через

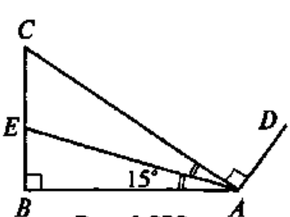


Рис. 4.256

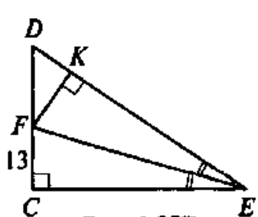


Рис. 4.257

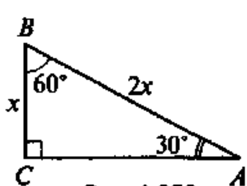


Рис. 4.258

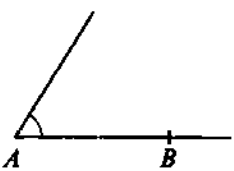


Рис. 4.259

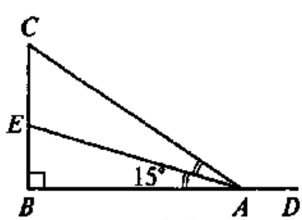


Рис. 4.260

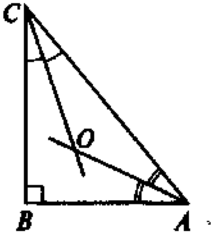


Рис. 4.261

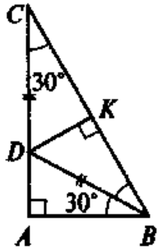


Рис. 4.262

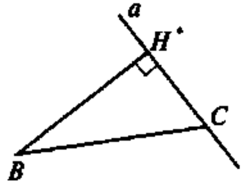


Рис. 4.263

точку B, тогда гипотенуза – отрезок CA, где A точка пересечения прямой а и второго катета (рис. 4.263).

4*. $67°30' = \frac{3}{4}$ прямого угла. $90° : 4 \cdot 3 = 67°30'$.

Вариант 2

1. $\angle A + \angle B = 90°$. $\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B = 45°$ (рис. 4.264).

$\angle AEB = 180° - 45° = 135°$.

2. ΔBDC – равносторонний, тогда ΔABD – равнобедренный, $BD = AD = 5$ см, $AC = 10$ см, $DK = 2{,}5$ см (рис. 4.265).

3. BC – катет, BL – биссектриса прямого угла, a – прямая, на которой лежит второй катет ($a \perp BC$). Постройте прямую b через точки C и L. Тогда прямые a и b пересекутся в точке A. Треугольник ABC – искомый (рис. 4.266).

4*. $112°30' = 90° + 22°30'$, $22°30' = \frac{1}{4}$ прямого угла.

Дополнительные задачи

Задача 1

Через точку K, взятую на стороне AB треугольника ABC, проведена прямая, перпендикулярная AB и пересекающая сторону AC в точке D. Известно, что $\angle KDB = \angle KDA$, $AC = 30$ см, $BC = 15$ см. Найдите периметр треугольника BDC.

Решение: $\Delta ADK = \Delta BDK$ по катету и прилежащему к нему острому углу, тогда $AD = BD$ (рис. 4.267).

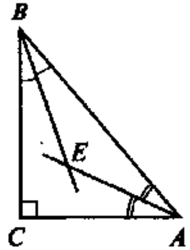


Рис. 4.264

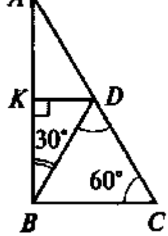


Рис. 4.265

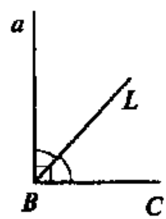


Рис. 4.266

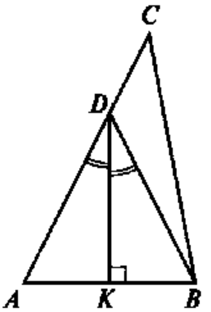


Рис. 4.267

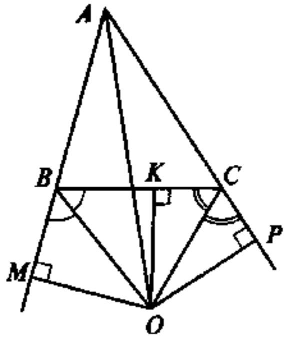


Рис. 4.268

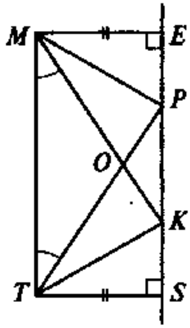


Рис. 4.269

$P_{BDC} = BD + DC + CB = (AD + DC) + CB = AC + CB = 30$ см + + 15 см = 45 см.

(*Ответ:* $P_{BDC} = 45$ см.)

Задача 2

Докажите, что биссектриса угла *A* треугольника *ABC* проходит через точку пересечения прямых, содержащих биссектрисы внешних углов при вершинах *B* и *C*.

Доказательство: BO и CO – биссектрисы $\angle MBC$ и $\angle PCB$ соответственно (рис. 4.268).

Докажем, что AO – биссектриса $\angle BAC$. Проведем $OM \perp AB$, $OK \perp BC$, $OP \perp AC$, тогда $\Delta BOM = \Delta BOK$, $\Delta COK = \Delta COP$ по гипотенузе и острому углу. Следовательно, $OM = OK = OP$.

$\Delta AOM = \Delta AOP$ по катету и гипотенузе, отсюда $\angle MAO = \angle PAO$, т. е. AO – биссектриса $\angle BAC$.

Задача 3

Дано: точки *M* и *T* равноудалены от прямой *PK*, $\angle KMT = \angle PTM$ (рис. 4.269).

Доказать: $\Delta PMK = \Delta PKT$.

Доказательство: $\angle KMT = \angle PTM$, тогда $\angle EMK = \angle STP$, значит, $\Delta EMK = \Delta STP$ по катету и прилежащему к нему острому углу, следовательно, $\angle MKP = \angle TPK$, а $MK = TP$ (рис. 4.270).

$\Delta PMK = \Delta KTP$ по двум сторонам и углу между ними.

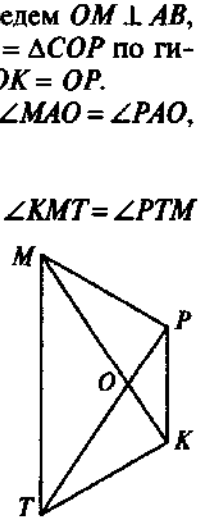


Рис. 4.270

Домашнее задание

Повторить главу I, вопросы 1–21.

Глава V
ПОВТОРЕНИЕ

Формируемые УУД: *предметные:* повторить основные определения, теоремы, совершенствовать навыки решения задач по темам курса геометрии 7 класса; *метапредметные:* анализировать и осмысливать изучаемый теоретический материал, уметь извлекать из услышанного на уроке и прочитанного в учебнике основную информацию; уметь доказывать и опровергать утверждения, используя очевидные или изученные ранее геометрические определения, теоремы и свойства геометрических фигур; моделировать с помощью схематических рисунков, строить логические цепочки; оценивать полученный результат, осуществлять самоконтроль; *личностные:* овладение системой знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования; формирование представлений об идеях и методах геометрии как универсального языка науки и техники, средства моделирования явлений и процессов; интеллектуальное развитие, формирование качеств личности, необходимых человеку для полноценной жизни в современном обществе: ясность и точность мысли, критичность мышления, интуиция, логическое мышление, элементы алгоритмической культуры, способность к преодолению трудностей; воспитание культуры личности, отношения к геометрии как к части общечеловеческой культуры, понимание значимости геометрии для научно-технического прогресса.

Урок 63. Повторение темы «Начальные геометрические сведения»

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения, навыки учащихся по теме «Начальные геометрические сведения»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Проверка теоретических знаний (игра)

Оборудование: доска; мел; карточки с вопросами для повторения к первой главе (с. 25, 26) – всего 21 вопрос по одному на карточку.

Условия игры:

1. Класс делится на три команды (I, II, III ряд), выбирается капитан команды и ее учетчики.

2. Перед тем как вытянуть одну из приготовленных карточек, капитан команды называет фамилию и имя члена команды, который будет отвечать. При этом отвечающие должны меняться.

3. Если выбранный ученик дал верный ответ на вопрос – команда получает 2 балла, если нет – на помощь приходит команда, но в этом случае команде начисляется только 1 балл. Если команда не смогла ответить, отвечает та команда, которая первая изъявила желание, и получает 1 балл.

4. Карточки капитаны команд вытягивают по очереди, учетчики ведут учет общего количества баллов, заработанных каждым членом команды.

5. Количество баллов, заработанных каждой командой, записывается на доске и подсчитывается учителем.

6. Команде-победителю дается право поставить членам своей команды две «пятерки» и две «четверки» в зависимости от количества баллов, набранных учащимися; команде, занявшей второе место – одну «пятерку» и одну «четверку»; команде, занявшей третье место – две «четверки».

III. Самостоятельная работа

Решить задачи по готовым чертежам.

(Ученики записывают в тетради только ответы, рассуждения ведут устно или на черновике.)

Задача 1

Дано: $AB : BC = 4 : 3$, $AC = 21$ см (рис. 5.1).

Найти: AB, BC.

Задача 2

Дано: CB на 3 см меньше, чем AC; $AB = 15$ см (рис. 5.2).

Найти: AC, CB.

Задача 3

Дано: $AB = 12$ см, $AM = 8$ см, $BN = 10$ см (рис. 5.3).

Найти: MN.

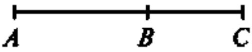


Рис. 5.1

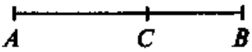


Рис. 5.2

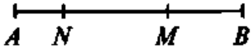


Рис. 5.3

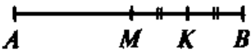


Рис. 5.4

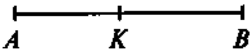


Рис. 5.5

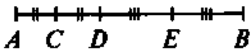


Рис. 5.6

Задача 4
Дано: M – середина AB, $AB = 20$ см (рис. 5.4).
Найти: AK.
Задача 5
Дано: $\frac{1}{3}AK = \frac{1}{4}BK$, $AB = 14$ см (рис. 5.5).
Найти: AK, BK.
Задача 6
Дано: $AB = 30$ см (рис. 5.6).
Найти: CE.
Задача 7
Дано: $\angle AOB = 125°$, $\angle AOD = 31°$, $\angle COB = 42°$ (рис. 5.7).
Найти: $\angle DOC$.
Задача 8
Дано: $\angle AOC$ в два раза больше $\angle BOC$, $\angle AOB = 120°$ (рис. 5.8).
Найти: $\angle AOC$, $\angle BOC$.
Задача 9
Дано: $\angle BOC = 63°$, $\angle AOD = 57°$, $\angle AOB = 85°$ (рис. 5.9).
Найти: $\angle DOC$.
Задача 10
Дано: $\angle BOC - \angle AOC = 18°$, $\angle AOB = 70°$ (рис. 5.10).
Найти: $\angle AOC$, $\angle BOC$.
Задача 11
Дано: $\angle AOE = 116°$ (рис. 5.11).
Найти: $\angle BOD$.
Задача 12
Дано: $\angle 1 : \angle 2 = 4 : 5$ (рис. 5.12).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

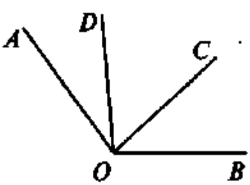


Рис. 5.7

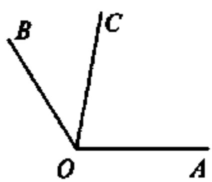


Рис. 5.8

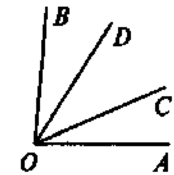


Рис. 5.9

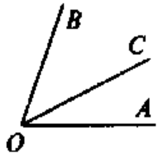


Рис. 5.10

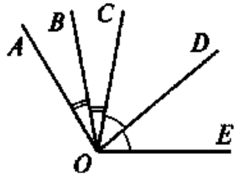


Рис. 5.11

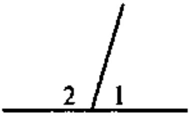


Рис. 5.12

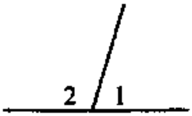


Рис. 5.13

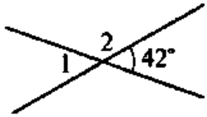


Рис. 5.14

Задача 13
Дано: $\angle 1 = 0{,}8\angle 2$ (рис. 5.13).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.
Задача 14
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$ (рис. 5.14).
Задача 15
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ (рис. 5.15).
Задача 16
Дано: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 230°$ (рис. 5.16).
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.
Задача 17
Дано: $\angle 1 + \angle 2$ на 60° меньше, чем $\angle 3$ (рис. 5.17).
Найти: $\angle 1$, $\angle 3$.
Задача 18
Дано: A, B, C лежат на одной прямой, $AB = 10{,}8$ см, $BC = 2{,}4$ см.
Найти: AC.
Задача 19
Дано: $\angle AOB = 46°$, $\angle BOC = 85°$.
Найти: $\angle AOC$.
Задача 20
Дано: $\angle 2 - \angle 1 = 38°$ (рис. 5.18).
Найти: $\angle 3$, $\angle 4$.

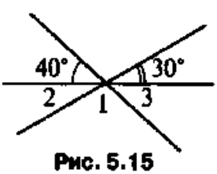


Рис. 5.15

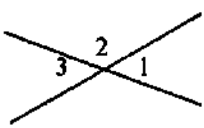


Рис. 5.16

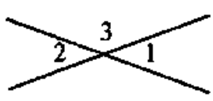


Рис. 5.17

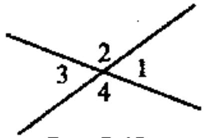


Рис. 5.18

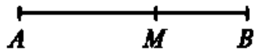


Рис. 5.19

Задача 21
Дано: $AB = 5$ см, $AM^2 - MB^2 = 5$ см (рис. 5.19).
Найти: AM, BM.

IV. Самопроверка решений задач по готовым ответам

Ответы для самопроверки:

1. $AB = 12$ см, $BC = 9$ см.
2. $AC = 9$ см, $BC = 6$ см.
3. $MN = 6$ см.
4. $AK = 15$ см.
5. $AK = 6$ см, $BK = 8$ см.
6. $CE = 15$ см.
7. $\angle DOC = 52°$.
8. $\angle AOC = 80°$, $\angle BOC = 40°$.
9. $\angle DOC = 35°$.
10. $\angle AOC = 26°$, $\angle BOC = 44°$.
11. $\angle BOD = 58°$.
12. $\angle 1 = 80°$, $\angle 2 = 100°$.
13. $\angle 1 = 80°$, $\angle 2 = 100°$.
14. $\angle 1 = 42°$, $\angle 2 = 138°$.
15. $\angle 1 = 110°$, $\angle 2 = 30°$, $\angle 3 = 40°$.
16. $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 50°$.
17. $\angle 1 = 40°$, $\angle 3 = 140°$.
18. $AC = 13{,}2$ см или $AC = 8{,}4$ см.
19. $\angle AOC = 131°$ или $\angle AOC = 39°$.
20. $\angle 3 = 71°$, $\angle 4 = 109°$.
21. $AM = 3$ см, $BM = 2$ см.

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены не менее 18 заданий;
- оценка «4» – правильно выполнены 14–17 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены 8–13 заданий;
- оценка «2» – правильно выполнены менее 8 заданий.

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие задачи вам показались наиболее сложными?
2. Кто верно решил данную задачу?
3. Каков план решения данной задачи?

(Обсуждение задач, при решении которых обучающиеся допустили ошибки.)

Домашнее задание

Повторить главу II (§ 1, 2, 3 (без доказательств), вопросы 1–15).

Решить задачи. I уровень сложности: написать подробное решение к задачам № 3, 10, 16, 20; II уровень сложности: решить задачи № 324, 325, 327.

Урок 64. Повторение темы «Признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник»

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения, навыки учащихся по теме «Признаки равенства треугольников. Равнобедренный треугольник»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Выполнить самостоятельно теоретический тест с последующим обсуждением ответов.

(Учитель может раздать на каждую парту обобщающие таблицы № 1.)

1. Для доказательства равенства треугольников ABC и DEF (рис. 5.20) достаточно доказать, что:

а) $AB = DF$; б) $AC = DE$; в) $AB = DE$.

2. Для доказательства равенства треугольников ABC и EDF (рис. 5.21) достаточно доказать, что:

а) $\angle A = \angle D$; б) $\angle B = \angle D$; в) $\angle A = \angle E$.

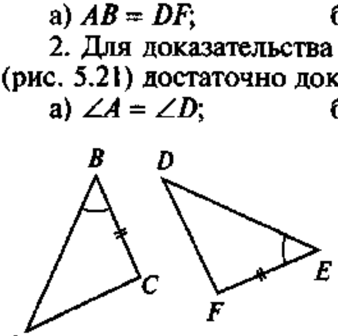


Рис. 5.20

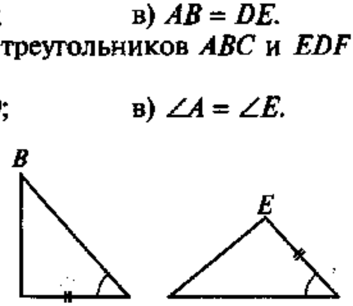


Рис. 5.21

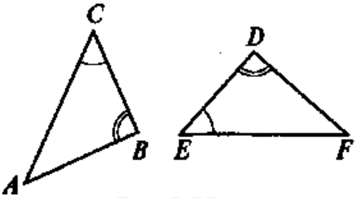


Рис. 5.22

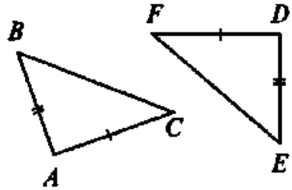


Рис. 5.23

3. Из равенства треугольников ABC и FDE (рис. 5.22) следует, что:

а) $AB = FD$; б) $AC = DF$; в) $AB = EF$.

4. Из равенства треугольников ABC и DEF (рис. 5.23) следует, что:

а) $\angle B = \angle D$; б) $\angle A = \angle E$; в) $\angle C = \angle F$.

5. В ΔABC все стороны равны, и в ΔDEF все стороны равны. Чтобы доказать равенство ΔABC и ΔDEF, достаточно доказать, что:

а) $\angle B = \angle D$; б) $AB = DE$; в) $P_{ABC} = P_{DEF}$.

6. «Медиана в равнобедренном треугольнике является биссектрисой и высотой». Это утверждение:

а) всегда верно;

б) всегда неверно;

в) может быть верно.

7. В каком треугольнике только одна его высота делит треугольник на два равных треугольника?

а) в любом;

б) в равнобедренном;

в) в равностороннем.

8. Если в треугольнике два угла равны, то этот треугольник:

а) равнобедренный;

б) равносторонний;

в) прямоугольный.

9. Если треугольник равносторонний, то:

а) он равнобедренный;

б) все его углы равны;

в) любая его биссектриса является его медианой и высотой.

II уровень сложности

Обсудить решение домашних задач № 324, 325, 327.

Задача № 324

Решение: Прибавим $\angle hk$ к обеим частям равенства $\angle hk + \angle hl = 180°$, тогда $2\angle hk + \angle hl = 180° + \angle hk$, $2\angle hk = 180° - \angle hl + \angle hk$, $\angle hk = 90° - \frac{1}{2}(\angle hl - \angle hk)$.

Если прибавить к обеим частям равенства $\angle hk + \angle hl = 180°$ еще $\angle hl$, то получим $\angle hl = 90° + \frac{1}{2}(\angle hl - \angle hk)$.

Задача № 325

Решение: Сумма пяти данных углов равна сумме пяти равных им вертикальных углов. Сумма всех десяти углов равна 360°, поэтому сумма пяти углов равна 180°.

Задача № 327

Доказательство: Предположим, что не все точки лежат на одной прямой. Пусть какие-то три данные точки A_1, A_2, A_3 не лежат на одной прямой; пусть $A_1A_2 = a$, $A_1A_3 = b$, $A_2A_3 = c$ (рис. 5.24).

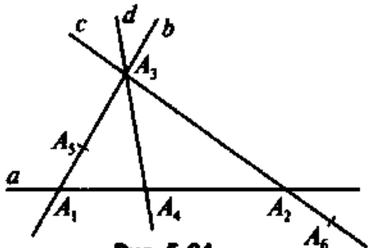


Рис. 5.24

По условию задачи на прямых a, b, c лежит еще по одной данной точке, пусть это соответственно точки A_4, A_5, A_6. Все эти шесть точек различны, поэтому никакая другая точка данной уже не является.

На прямой $d = A_3A_4$ лежат только две точки, что противоречит условию. Следовательно, A_1, A_2, A_3 лежат на одной прямой, аналогично на ней лежит и каждая из остальных точек.

(Проводится проверка ответов теста с их обсуждением всем классом.)

Ответы к тесту: 1 – в; 2 – в; 3 – а; 4– в; 5 – б, в; 6 – в; 7 – б; 8 – а; 9 – а, б, в.

III. Решение задач

1. Записать кратко решение задач 1–6.

1) *Доказать:* DB – биссектриса $\angle ADC$ (рис. 5.25).

2) *Доказать:* O – середина AB (рис. 5.26).

3) *Дано:* C – середина AE, $BC + CD = 10$ см (рис. 5.27).
Найти: BC.

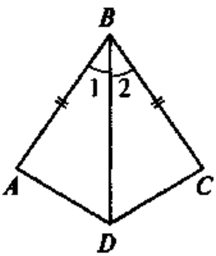


Рис. 5.25

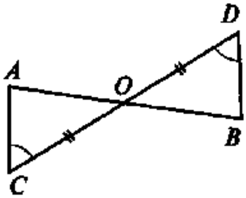


Рис. 5.26

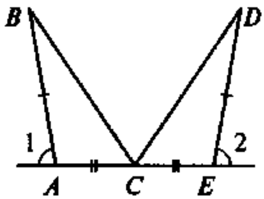


Рис. 5.27

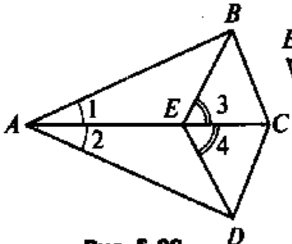


Рис. 5.28

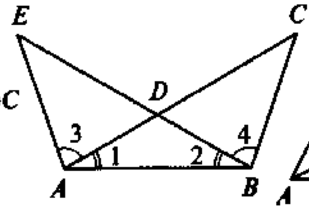


Рис. 5.29

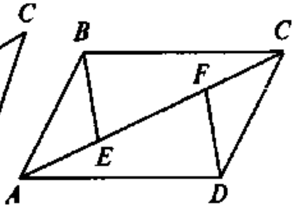


Рис. 5.30

4) *Доказать:* $BC = DC$ (рис. 5.28).

5) *Доказать:* $BE = AC$, $ED = DC$ (рис. 5.29).

6) *Дано:* $\Delta ABE = \Delta CDF$ (рис. 5.30).

Доказать: $\Delta ABC = \Delta CDA$, $\Delta BEC = \Delta DFA$.

2. Записать только ответы в задачах 7–12.

7) *Дано:* ΔABC – равнобедренный, $AB + BC = 26$ см, $P_{ABC} = 36$ см.

Найти: AB, BC, AC.

8) *Найти:* $\angle BFC$ (рис. 5.31).

9) *Найти:* $\angle AFD$ (рис. 5.32).

10) *Найти:* $\angle BAC$ (рис. 5.33).

11) *Найти:* AB (рис. 5.34).

12) *Найти:* $\angle ABC$, $\angle AA_1B$ (рис. 5.35).

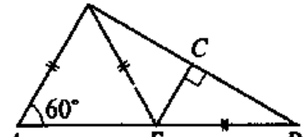


Рис. 5.31

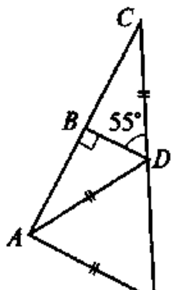


Рис. 5.32

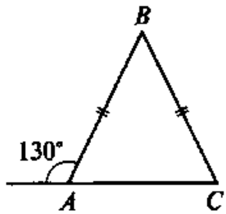


Рис. 5.33

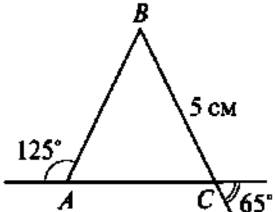


Рис. 5.34

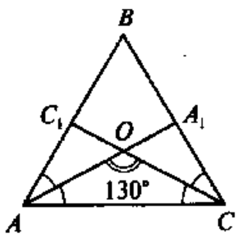


Рис. 5.35

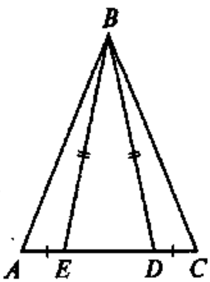


Рис. 5.36

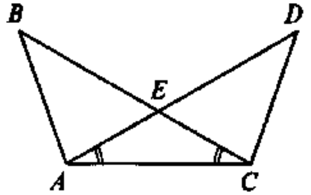


Рис. 5.37

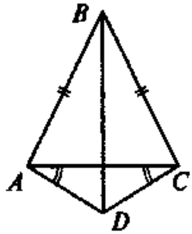


Рис. 5.38

3. Записать подробно решение задач 13–15.

13) *Доказать:* ΔABC – равнобедренный (рис. 5.36).

14) *Дано:* $BC = AD$ (рис. 5.37).

Доказать: $AB = CD$.

15) *Доказать:* $BD \perp AC$ (рис. 5.38).

(В конце урока учащиеся сдают тетради на проверку.)

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие задачи вам показались наиболее сложными?
2. Кто верно решил данную задачу?
3. Каков план решения данной задачи?

(Обсуждение задач, при решении которых обучающиеся допустили ошибки.)

Домашнее задание

1. Повторить главу III, вопросы 1–15.
2. Закончить решение задач, которые учащиеся не успели решить на уроке.
3. Решить дополнительные задачи № 328–332 (на выбор учащихся).

Урок 65. Повторение темы «Параллельные прямые»

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения, навыки учащихся по теме «Параллельные прямые»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Актуализация знаний учащихся

Выполнить самостоятельно теоретический тест с последующей самопроверкой и обсуждением ответов.

(Пока учащиеся выполняют тест, учитель может индивидуально или в малых группах обсудить решение задач № 328–332, в зависимости от того, какие задания вызвали затруднения. Учитель по своему усмотрению может раздать менее подготовленным учащимся обобщающие таблицы № 2.)

1. Если $a \perp c$, $b \perp c$, то:

а) $a \parallel b$;

б) $a \perp b$;

в) ответы а и б неверны.

2. Если $a \parallel c$, $b \parallel c$, то:

а) $a \perp b$;

б) $a \parallel b$;

в) ответы а и б неверны.

3. Если $a \parallel b$, c – секущая (рис. 5.39), то:

а) $\angle 2 + \angle 3 = 180°$; б) $\angle 5 = \angle 2$; в) $\angle 1 + \angle 3 = 180°$.

4. Для того чтобы прямые a и b (рис. 5.40) были параллельными, нужно, чтобы:

а) $\angle 1 + \angle 4 = 180°$; б) $\angle 1 = \angle 2$; в) $\angle 3 = \angle 2$.

5. $PR \parallel QD$ (рис. 5.41), так как:

а) $\angle 3 = \angle 7$; б) $\angle 8 = \angle 4$; в) $\angle 2 = \angle 6$.

6. Один из углов при пересечении двух параллельных прямых третьей равен 52°. Остальные углы равны:

а) 52° и 132°; б) 52° и 128°; в) 52°.

7. Известно, что $M, N, P \notin x$, $MN \parallel x$, $NP \parallel x$. Тогда:

а) $MN \parallel NP$;

б) MN совпадает с NP;

в) $MN \cap NP$.

8. Прямая AB пересекает параллельные прямые PK и MN ($A \in PK$, $B \in MN$). Сумма углов PAB и MBA равна 116°. Какие из следующих высказываний верны?

а) точки K и M лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB;

б) точки P и N лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AB;

в) сумма углов PAB и NBA равна 180°.

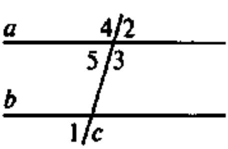


Рис. 5.39

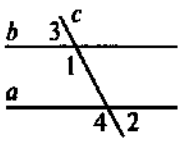


Рис. 5.40

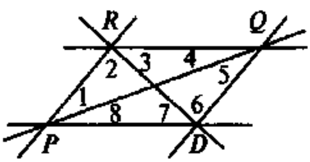


Рис. 5.41

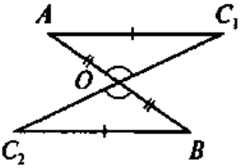


Рис. 5.42

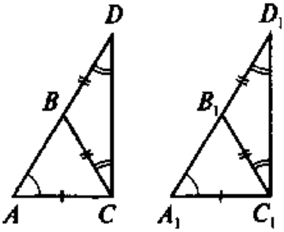


Рис. 5.43

9. Прямая MN является секущей для прямых AB и CD ($M \in AB$, $N \in CD$). Угол AMN равен 78°. При каком значении угла CNM прямые AB и CD могут быть параллельны?

а) 102°;

б) 12°;

в) 78°;

г) 78° или 102°.

Ответы к тесту: 1 – а; 2 – б; 3 – в; 4 – в; 5 – в; 6 – б; 7 – б; 8 – а, в; 9 – г.

Решение задач № 328–332:

Задача № 328

Доказательство: Пусть O – середина отрезка AB (рис. 5.42).

Тогда $\Delta AOC_1 = \Delta BOC_2$, откуда $\angle AOC_2 = \angle BOC_2$. Следовательно, $\angle C_1OC_2 = \angle AOC_1 + \angle AOC_2 = \angle AOC_1 + (180° - \angle BOC_2) = 180°$, т. е. OC_1 и OC_2 лежат на одной прямой.

Задача № 329

Доказательство: Пусть в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $A = A_1$, $AC = A_1C_1$, $AB + BC = A_1B_1 + B_1C_1$. На продолжениях сторон AB и A_1B_1 отложим отрезки $BD = BC$ и $B_1D_1 = B_1C_1$ (рис. 5.43).

Тогда $\Delta ACD = \Delta A_1C_1D_1$, откуда $\angle D = \angle D_1$, $\angle ACD = \angle A_1C_1D_1$.

В треугольниках BCD и $B_1C_1D_1$ $\angle BCD = \angle D$ и $\angle B_1C_1D_1 = \angle D_1$, тогда $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$, а $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$.

Следовательно, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$ по стороне и прилежащим к ней углам.

Задача № 330

Решение: В ΔABC $AC = CB > AB$, тогда между B и C существует точка D такая, что $AD = AB$ (рис. 5.44). Тогда $\Delta ABC \neq \Delta ABD$, хотя они и удовлетворяют всем условиям задачи.

(*Ответ:* могут.)

Задача № 331

Решение: Если в ΔABC $AC = BC$, а D – точка на продолжении стороны AB, то $\Delta ADC \neq \Delta BDC$, хотя они и удовлетворяют всем условиям задачи (рис. 5.45).

(*Ответ:* могут.)

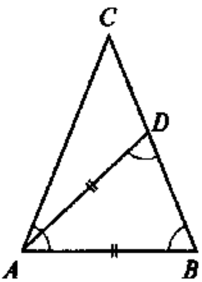


Рис. 5.44

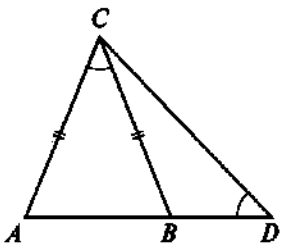


Рис. 5.45

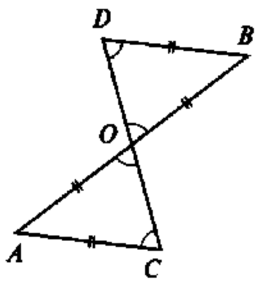


Рис. 5.46

Задача № 332

Доказательство: $\Delta DBO = \Delta CAO$, так как они равнобедренные с равными боковыми сторонами и равными углами при основании (углы при вершине $\angle B = \angle A = 180° - 2\angle BOD = 180° - 2\angle AOC$), значит, $DO = OC$ (рис. 5.46).

III. Решение задач

Задача 1

Найти: параллельные прямые (рис. 5.47).

(*Ответ:* $a \parallel c$.)

Задача 2

Найти: параллельны ли прямые a и b (рис. 5.48).

(*Ответ:* да.)

Задача 3

Найти: параллельны ли прямые a и b (рис. 5.49).

(*Ответ:* нет.)

Задача 4

Дано: $a \parallel b$ (рис. 5.50).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

(*Ответ:* $\angle 1 = 100°$, $\angle 2 = 80°$.)

Задача 5

Дано: $a \parallel b$ (рис. 5.51).

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.

(*Ответ:* $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 130°$.)

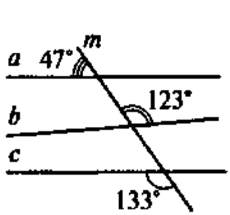


Рис. 5.47

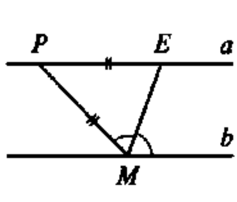


Рис. 5.48

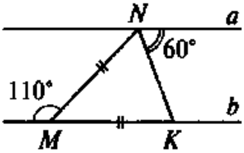


Рис. 5.49

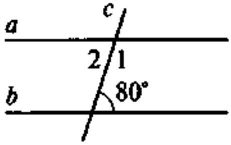


Рис. 5.50

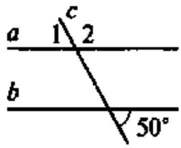


Рис. 5.51

Задача 6
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$ (рис. 5.52).
(*Ответ:* $\angle 1 = 130°$, $\angle 2 = 50°$.)
Задача 7
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$ (рис. 5.53).
(*Ответ:* $\angle 1 = 70°$, $\angle 2 = 70°$.)
Задача 8
Найти: $\angle 1$ (рис. 5.54).
(*Ответ:* $\angle 1 = 76°$.)
Задача 9
Найти: $\angle 1$ (рис. 5.55).
(*Ответ:* $\angle 1 = 34°$.)
Задача 10
Найти: $\angle 3$ (рис. 5.56).
(*Ответ:* $\angle 3 = 90°$.)
Задача 11
Найти: $\angle MOE$ (рис. 5.57).
(*Ответ:* $\angle MOE = 90°$.)
Задача 12
Найти: параллельны ли AB и CD (рис. 5.58)?
(*Ответ:* да.)
Задача 13
Дано: $a \parallel b$, DE – секущая, $DE = 3{,}9$ см (рис. 5.59).
Найти: MN.
(*Ответ:* $MN = 7{,}8$ см.)
Задача 14
Дано: $\angle 2 - \angle 1 = 44°$ (рис. 5.60).

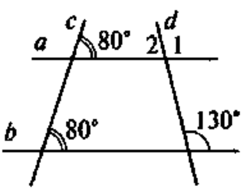


Рис. 5.52

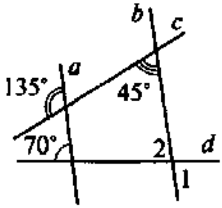


Рис. 5.53

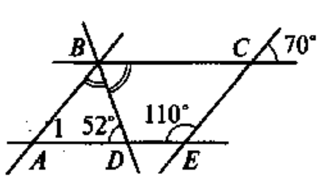


Рис. 5.54

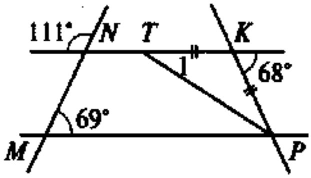


Рис. 5.55

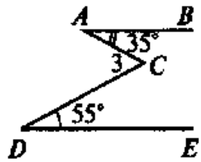


Рис. 5.56

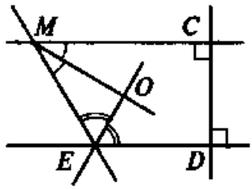


Рис. 5.57

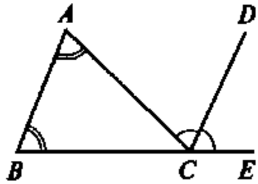


Рис. 5.58

Найти: $\angle 1$, $\angle 2$.
(*Ответ:* $\angle 1 = 68°$, $\angle 2 = 112°$.)
Задача 15
Найти: $\angle ABC$ (рис. 5.61).
(*Ответ:* $\angle ABC = 58°$.)
Задача 16
Найти: $\angle EMN$ (рис. 5.62).
(*Ответ:* $\angle EMN = 106°$.)
Задача 17
Дано: $\angle ABD : \angle DBK = 1 : 2$, $DB \parallel EC$ (рис. 5.63).
Найти: $\angle ECP$.
(*Ответ:* $\angle ECP = 150°$.)
Задача 18
Найти: $\angle ACK$ (рис. 5.64).
(*Ответ:* $\angle ACK = 84°$.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены не менее 15 заданий;

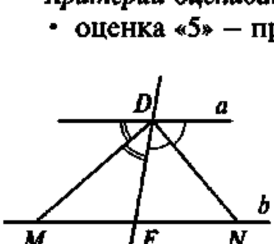


Рис. 5.59

Рис. 5.60

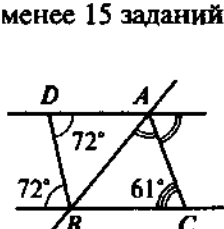


Рис. 5.61

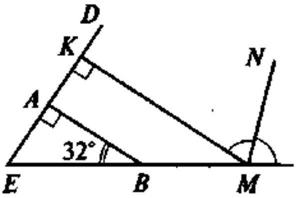


Рис. 5.62

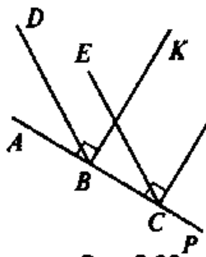


Рис. 5.63

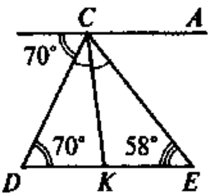


Рис. 5.64

- оценка «4» – правильно выполнены 11–14 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены 7–10 заданий;
- оценка «2» – правильно выполнены менее 7 заданий.

IV. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие задачи вам показались наиболее сложными?
2. Кто верно решил данную задачу?
3. Каков план решения данной задачи?

(Обсуждение задач, при решении которых обучающиеся допустили ошибки.)

Домашнее задание

1. Повторить главу IV (§ 1, 2, 3), вопросы 1–18 (без доказательства).
2. Записать полное решение задач. I уровень сложности: № 7, 12, 15; II уровень сложности: № 16, 17, 18.
3. Решить дополнительные задачи № 333, 335, 337.

Урок 66. Повторение темы «Соотношения между сторонами и углами треугольника»

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения, навыки учащихся по теме «Соотношения между сторонами и углами треугольника»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Устный математический диктант

(Учитель раздает текст, учащиеся по очереди его читают. Учитель до начала математического диктанта может дать 2–3 мин на повторение теории, используя обобщающие таблицы № 3.)

Закончите предложения.

Сумма углов треугольника равна ... . Треугольник, у которого есть прямой угол, называется ... . Гипотенузой прямоугольного треугольника называется ... , другие стороны называются ... . Треугольник, в котором все три угла острые, называется ... . Треугольник, в котором один угол тупой, называется ... .

Угол, смежный с внутренним углом треугольника, называется ... . Внешний угол треугольника равен ... .

В треугольнике против большего угла лежит ... сторона, а против большей стороны лежит ... угол. В прямоугольном треугольнике ... больше катета. Если два угла треугольника равны, то треугольник ... . Каждая сторона треугольника меньше ... .

Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна ... . Катет прямоугольного треугольника, ... , равен половине гипотенузы. Если катет прямоугольного треугольника ... , то угол ... равен 30°.

Признак равенства прямоугольных треугольников по двум катетам гласит: ... . По признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к нему острому углу ... . Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника ... . Это утверждение называют ... , а утверждение «Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника ...» называют ... .

III. Решение задач по готовым чертежам

Решить самостоятельно задачи с последующей самопроверкой по готовым ответам.

(Рисунки начертить в тетрадях и записать промежуточные результаты, затем записать ответы.)

Задача 1

Дано: $\angle C = 50°$, $\angle A$ на 20° больше $\angle B$ (рис. 5.65).

Найти: $\angle A$, $\angle B$.

(*Ответ:* $\angle A = 75°$, $\angle B = 55°$.)

Задача 2

Дано: $\angle A : \angle B : \angle C = 11 : 4 : 3$ (рис. 5.66).

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.

(*Ответ:* $\angle A = 110°$, $\angle B = 40°$, $\angle C = 30°$.)

Задача 3

Дано: $\angle A$ в 1,5 раза меньше $\angle B$ (рис. 5.67).

Найти: $\angle A$, $\angle B$.

(*Ответ:* $\angle A = 36°$, $\angle B = 54°$.)

Задача 4

Найти: $\angle A$, $\angle C$ (рис. 5.68).

(*Ответ:* $\angle A = 65°$, $\angle C = 65°$.)

Задача 5

Найти: $\angle ACD$ (рис. 5.69).

(*Ответ:* $\angle ACD = 140°$.)

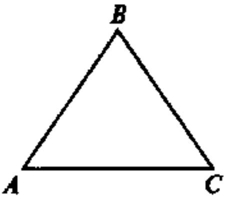


Рис. 5.65

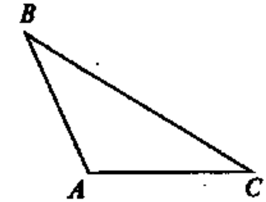


Рис. 5.66

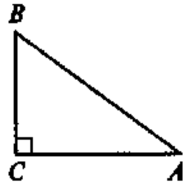


Рис. 5.67

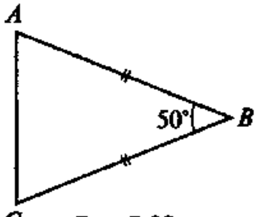


Рис. 5.68

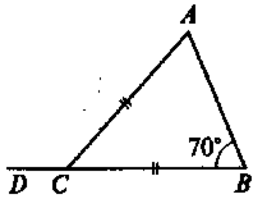


Рис. 5.69

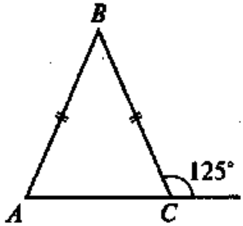


Рис. 5.70

Задача 6
Найти: $\angle B$ (рис. 5.70).
(*Ответ:* $\angle B = 70°$.)
Задача 7
Найти: AC (рис. 5.71).
(*Ответ:* $AC = 15$.)
Задача 8
Найти: AB (рис. 5.72).
(*Ответ:* $AB = 16$.)
Задача 9
Дано: CD – высота, CE – биссектриса (рис. 5.73).
Найти: $\angle A$, $\angle B$.
(*Ответ:* $\angle A = 65°$, $\angle B = 25°$.)
Задача 10
Дано: $AB = BC$ (рис. 5.74).
Найти: $\angle B$.
(*Ответ:* $\angle B = 40°$.)

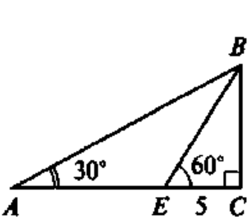


Рис. 5.71

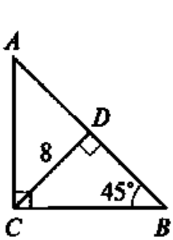


Рис. 5.72

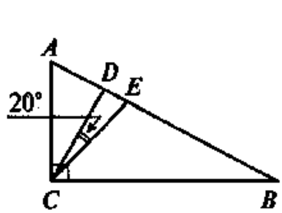


Рис. 5.73

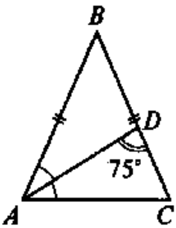


Рис. 5.74

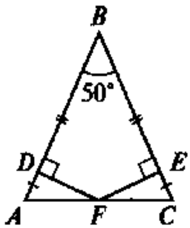


Рис. 5.75

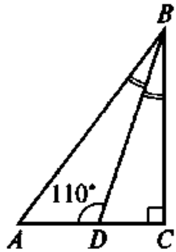


Рис. 5.76

Задача 11
Найти: $\angle DFE$ (рис. 5.75).
(*Ответ:* $\angle DFE = 130°$)
Задача 12
Найти: $\angle BAD$ (рис. 5.76).
(*Ответ:* $\angle BAD = 50°$)
Задача 13
Дано: CE – медиана (рис. 5.77).
Найти: $\angle A$, $\angle B$.
(*Ответ:* $\angle A = 53°$, $\angle B = 37°$.)
Задача 14
Найти: $\angle B$ (рис. 5.78).
(*Ответ:* $\angle B = 80°$.)
Задача 15
Найти: $\angle A$ (рис. 5.79).
(*Ответ:* $\angle A = 40°$.)
Задача 16
Найти: $\angle ABC$ (рис. 5.80).
(*Ответ:* $\angle ABC = 105°$.)
Задача 17
Сравнить: $\angle 1$ и $\angle 2$ (рис. 5.81).
(*Ответ:* $\angle 1 > \angle 2$.)
Задача 18
Сравнить: $\angle ABC$ и $\angle ADC$ (рис. 5.82).

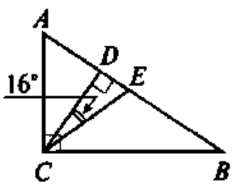


Рис. 5.77

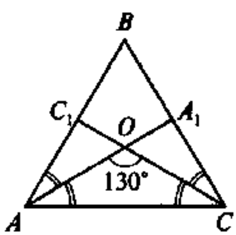


Рис. 5.78

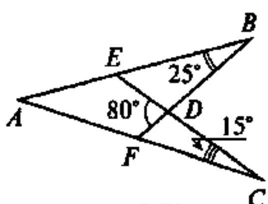


Рис. 5.79

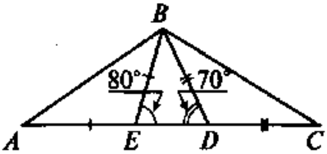


Рис. 5.80

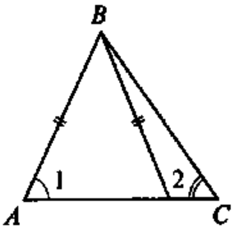


Рис. 5.81

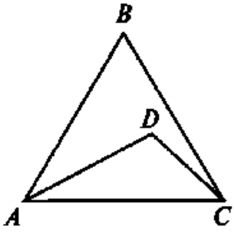


Рис. 5.82

(*Ответ:* $\angle ABC < \angle ADC$.)

(После окончания самостоятельного решения задач и самопроверки по готовым ответам выполняется самооценка.)

Критерии оценивания:

- оценка «5» – правильно выполнены не менее 15 заданий;
- оценка «4» – правильно выполнены 11–14 заданий;
- оценка «3» – правильно выполнены 7–10 заданий;
- оценка «2» – правильно выполнены менее 7 заданий.

IV. Проверка домашнего задания

(Пока класс решает задачи, учитель индивидуально проверяет домашнее задание у отдельных учащихся.)

Задача № 333

Решение: $\angle BOC = 180° - \angle OBC - \angle OCB$ (рис. 5.83).

Пусть $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$, тогда $\angle OBC = \angle 1$, а $\angle 1 = \frac{1}{2}(180° - \beta)$, $\angle OCB = \angle 2 = \frac{1}{2}(180° - \gamma)$.

Тогда $\angle BOC = 180° - \frac{1}{2}(180° - \beta) - \frac{1}{2}(180° - \gamma) = 180° - 90° + \frac{\beta}{2} - 90° + \frac{\gamma}{2} = \frac{1}{2}(\beta + \gamma) = \frac{1}{2}(180° - \alpha) = 90° - \frac{\alpha}{2}$, так как $\alpha + \beta + \gamma = 180°$.

Задача № 335

Решение:

а) В ΔABC по условию $\angle A + \angle B > 90°$, а так как $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$, то $\angle C < 90°$. Так же можно получить, что $\angle A < 90°$, $\angle B < 90°$, т. е. ΔABC – остроугольный.

б) В ΔABC по условию $\angle A < \angle B + \angle C$, а так как $\angle B + \angle C = 180° - \angle A$, то $\angle A < 180° - \angle A$, $\angle A < 90°$, тогда ΔABC – остроугольный.

Задача № 337

Решение: Пусть O – точка пересечения биссектрисы угла A и прямой BM (рис. 5.84).

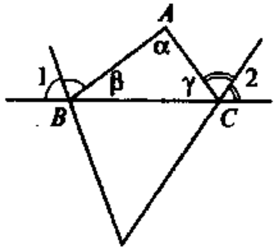


Рис. 5.83

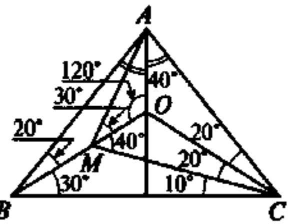


Рис. 5.84

Тогда $\angle OAB = \angle OAC = 40°$, $\angle ABC = \angle ACB = (180° - 80°) : 2 = 50°$.

$\Delta BAO = \Delta CAO$, тогда $\angle ACO = 20°$, а $\angle OCM = 20°$, $\angle AOB = 120°$.

$\angle OMC$ – внешний угол треугольника BMC, $\angle OMC = 40°$.

$\Delta AOC = \Delta MOC$ по стороне и прилежащим к ней углам, значит, $OA = OM$, тогда ΔAOM – равнобедренный, и $\angle OAM = \angle OMA = 30°$, тогда $\angle AMC = 70°$.

(*Ответ:* $\angle AMC = 70°$.)

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие задачи вам показались наиболее сложными?
2. Кто верно решил данную задачу?
3. Каков план решения данной задачи?

(Обсуждение задач, при решении которых обучающиеся допустили ошибки.)

Домашнее задание

1. Повторить § 4 (глава II, IV); прочитать тему «Задачи на построение» на с. 94 учебника.
2. Записать полное решение задач. I уровень сложности – № 5, 7, 9, 17; II уровень сложности:– № 11, 13, 15, 18.

Урок 67. Повторение темы «Задачи на построение»

Основные дидактические цели урока: систематизировать знания, умения, навыки учащихся по теме «Задачи на построение»; совершенствовать навыки решения задач по данной теме.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Повторение основных задач на построение

(Шесть учеников выполняют задания.)

1. На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.
2. Отложить от данного луча угол, равный данному.
3. Построить биссектрису данного неразвернутого угла.
4. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, на которой лежит данная точка.
5. Построить середину данного отрезка.
6. Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к прямой, не проходящей через данную точку.

(Пока учащиеся готовятся у доски, класс выполняет дифференцированные задания.)

I уровень сложности

Построить треугольник:

1) по двум сторонам и углу между ними;

2) по стороне и прилежашим к ней углам;

3) по трем сторонам.

II уровень сложности

Построить треугольник по углу и двум высотам, проведенным к сторонам этого угла.

III. Обсуждение темы «Задачи на построение»

(Учебник, с. 94.)

– По какой схеме решаются более сложные задачи на построение?
– Что вы понимаете под анализом задачи на построение? Для чего он нужен?
– Для чего нужно доказательство? А исследование?

IV. Решение задач

1. Решить задачу № 353.

(Один ученик работает у доски, остальные – в тетрадях.)

Задача № 353

Анализ: Пусть X – искомая точка, т. е. $AX = XB$, тогда ΔAXB – равнобедренный, и XY – медиана, высота и биссектриса (рис. 5.85). Отсюда получаем план построения.

План построения:

1) Построить точку Y – середину AB.

2) Построить прямую, проходящую через Y и перпендикулярную AB.

3) Прямая b пересекается с окружностью в точках X и Z. X и Z – искомые точки.

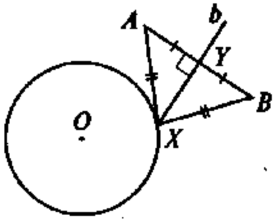


Рис. 5.85

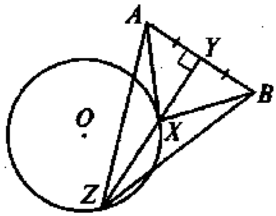


Рис. 5.86

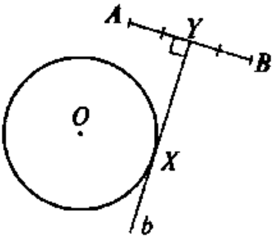


Рис. 5.87

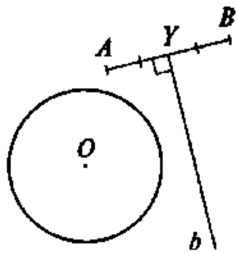


Рис. 5.88

Построение.

Доказательство: $\Delta AYX = \Delta BYX$ по двум катетам (они прямоугольные, так как $YX \perp AB$, $AY = YB$, так как Y – середина AB), тогда $AX = BX$, т. е. точка X лежит на данной окружности и равноудалена от концов отрезка AB (рис. 5.86). Таким же образом можно доказать, что точка Z удовлетворяет всем условиям задачи.

Исследование: Задача может иметь:

а) два решения (см. план построения и построение);

б) одно решение, если прямая b имеет одну общую точку (касается) с окружностью (рис. 5.87);

в) ни одного решения, если прямая b не имеет общих точек с окружностью (рис. 5.88).

2. Решить самостоятельно задачи № 354, 360, 362 (одну задачу решить по полной схеме).

V. Рефлексия учебной деятельности

1. Какие задачи вам показались наиболее сложными?
2. Кто верно решил данную задачу?
3. Каков план решения данной задачи?

(Обсуждение задач, при решении которых обучающиеся допустили ошибки.)

Домашнее задание

Решить задачи № 352, 356, 361 (одну задачу решить по полной схеме).

Урок 68. Итоговая контрольная работа

Основная дидактическая цель урока: проверить уровень усвоения учебного материала по геометрии за курс 7 класса.

Ход урока

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности

II. Контрольная работа

(Рекомендуется дифференцированная работа.)

I уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $BO = DO$, $\angle ABC = 45°$, $\angle BCD = 55°$, $\angle AOC = 100°$ (рис. 5.89).

Найти: $\angle D$.

Доказать: $\Delta ABO = \Delta CDO$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC угол B равен 42°.

Найти: Два других угла треугольника ABC.

3. Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC. Треугольники ABC и ADC – равносторонние.

Доказать: $AB \parallel CD$.

4*. *Дано:* $\angle EPM = 90°$, $\angle MEP = 30°$, $ME = 10$ см (рис. 5.90).

а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка EP?

б) Найдите длину медианы PD.

Вариант 2

1. *Дано:* $AB = CD$, $\angle ABC = 65°$, $\angle ADC = 45°$, $\angle AOC = 110°$ (рис. 5.91).

Найти: $\angle C$.

Доказать: $\Delta ABO = \Delta DCO$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC сумма углов A и C равна 156°.

Найти: углы треугольника ABC.

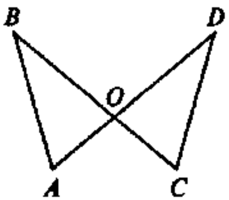


Рис. 5.89

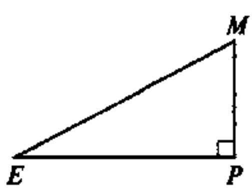


Рис. 5.90

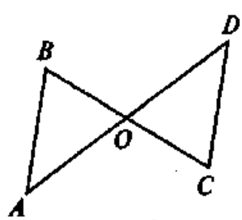


Рис. 5.91

3. Точки B и D лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AC. Треугольники ABC и ADC – равнобедренные прямоугольные ($\angle B = \angle D = 90°$).

Доказать: $AB \parallel CD$.

4*. *Дано:* $\angle DBC = 90°$, $\angle BDC = 60°$, $BD = 4$ см (рис. 5.92).

а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка BC?

б) Найдите длину медианы PD.

II уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle B = \angle C = 90°$, $\angle ADC = 50°$, $\angle ADB = 40°$ (рис. 5.93).

Доказать: $\Delta ABD = \Delta DCA$.

2. В равнобедренном треугольнике угол между боковыми сторонами в три раза больше угла при основании. Найдите углы треугольника.

3. Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD, причем точки A и C лежат на прямой a, а точки B и D – на прямой b.

Доказать: $AC = BD$.

4*. *Дано:* $AB = BC$, $BT = 4$ см (рис. 5.94).

а) Между какими целыми числами заключена длина отрезка AC?

б) Найдите сумму длин отрезков, соединяющих точку T с серединами сторон AB и BC.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle B = \angle C = 90°$, $\angle ADB = 40°$, $\angle BDC = 10°$ (рис. 5.95).

Доказать: $\Delta ABD = \Delta DCA$.

2. В равнобедренном треугольнике угол при основании в четыре раза больше угла между боковыми сторонами. Найдите углы треугольника.

3. Параллельные прямые a и b пересечены двумя параллельными секущими AB и CD, причем точки A и C принадлежат прямой a, а точки B и D – прямой b.

Доказать: $AB = CD$.

4*. *Дано:* $AB = BC$, $AC = 10$ см (рис. 5.96).

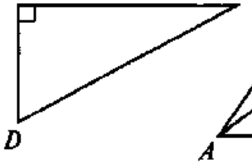


Рис. 5.92

Рис. 5.93

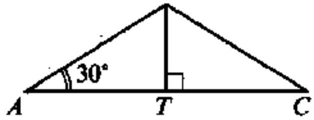


Рис. 5.94

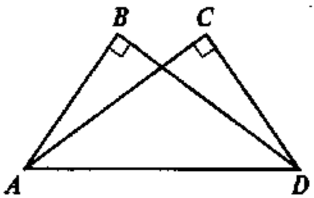


Рис. 5.95

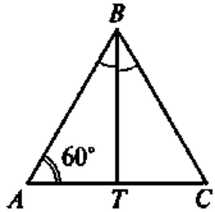


Рис. 5.96

а) Между какими целыми числами заключена длина высоты *ABC*?

б) Найдите сумму длин отрезков, соединяющих точку *T* с серединами сторон *AB* и *BC*.

III уровень сложности

Вариант 1

1. *Дано:* $\angle B = \angle C = 90°$, $AB = DC$, $\angle BAO = 40°$. Найдите углы треугольника *AOD* (рис. 5.97).

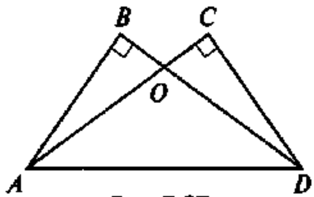


Рис. 5.97

2. В равнобедренном треугольнике один из внешних углов равен 130°. Найдите углы треугольника.

3. Докажите, что основание равнобедренного треугольника параллельно биссектрисе одного из внешних углов.

4*. В треугольнике *ABC* $\angle B = 90°$, $\angle A = 45°$, $AC = 12$ см, *BD* – биссектриса.

а) Между какими целыми числами заключено расстояние от точки *D* до стороны *AB*?

б) Найдите длину отрезка *MN*, где $DM \perp AB$, $DN \perp BC$.

Вариант 2

1. *Дано:* $\angle B = \angle C = 90°$, $AB = DC$, $\angle CDO = 40°$. Найдите углы треугольника *AOD* (рис. 5.97).

2. В равнобедренном треугольнике один из внещних углов равен 130°. Найдите углы треугольника.

3. Докажите, что если биссектриса внешнего угла параллельна одной из его сторон, то этот треугольник – равнобедренный.

4*. В треугольнике *ABC* $\angle B = 90°$, $\angle C = 45°$, $AC = 16$ см, *BD* – биссектриса.

а) Между какими целыми числами заключено расстояние от точки *D* до стороны *BC*?

б) Найдите длину отрезка *MN*, где $DM \perp AB$, $DN \perp BC$.

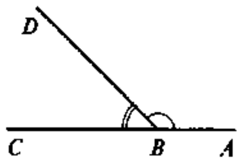
ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

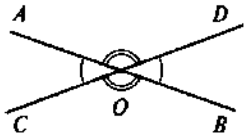
Обобщающие сведения

Параллельные прямые и углы

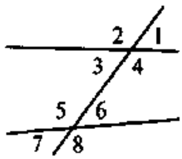
Углы, образованные при пересечении прямых



$\angle ABD$ и $\angle CBD$ – смежные;
$\angle ABD + \angle CBD = 180°$

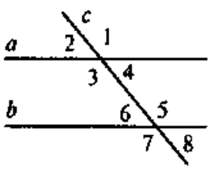


$\angle AOC$ и $\angle DOB$ – вертикальные;
$\angle AOD$ и $\angle BOC$ – вертикальные;
$\angle AOC = \angle DOB$;
$\angle AOD = \angle BOC$



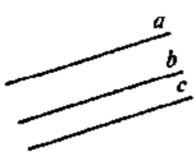
$\angle 1$ и $\angle 6$, $\angle 2$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 7$, $\angle 4$ и $\angle 8$ – соответственные;
$\angle 3$ и $\angle 5$, $\angle 4$ и $\angle 6$ – односторонние;
$\angle 4$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 6$ – накрест лежащие

Свойства параллельных прямых

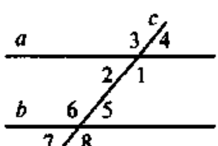


Если $a \parallel b$, c – их секущая, то:
1) $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 2 = \angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 7$ (соответственные углы равны);
2) $\angle 4 = \angle 6$, $\angle 3 = \angle 5$ (накрест лежащие углы равны);
3) $\angle 4 + \angle 5 = 180°$, $\angle 3 + \angle 6 = 180°$ (сумма односторонних углов равна 180°)

Признаки параллельности прямых



Если $a \parallel b$ и $c \parallel b$, то $a \parallel c$

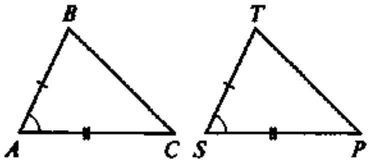
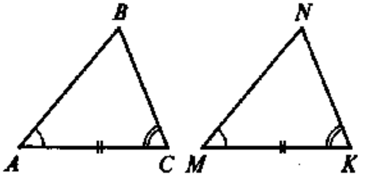
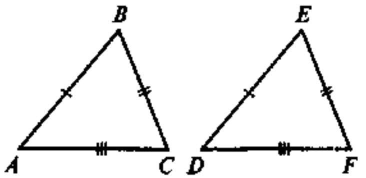


Если $a \cap c$, $b \cap c$ и
1) $\angle 1 = \angle 6$ ($\angle 2 = \angle 5$), то $a \parallel b$;
2) $\angle 4 = \angle 5$ ($\angle 3 = \angle 6$, $\angle 2 = \angle 7$, $\angle 1 = \angle 8$), то $a \parallel b$;
3) $\angle 1 + \angle 5 = 180°$ ($\angle 2 + \angle 6 = 180°$), то $a \parallel b$

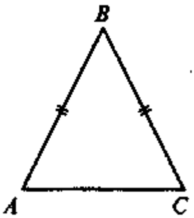
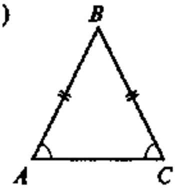
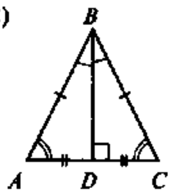
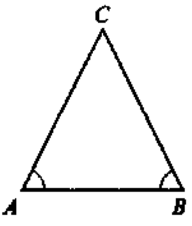
Аксиома параллельности прямых

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

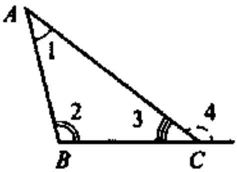
Признаки равенства треугольника

По двум сторонам и углу между ними		$\Delta ABC = \Delta STP$, если 1) $AB = ST$; 2) $AC = SP$; 3) $\angle A = \angle S$
По стороне и двум прилежащим к ней углам		$\Delta ABC = \Delta MNK$, если 1) $AC = MK$; 2) $\angle A = \angle M$; 3) $\angle C = \angle K$
По трем сторонам		$\Delta ABC = \Delta DEF$, если 1) $AB = DE$; 2) $BC = EF$; 3) $AC = DF$

Равнобедренный треугольник

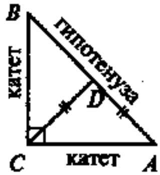
Определение	*Свойства равнобедренного треугольника*
 AB, BC – боковые стороны; AC – основание; ΔABC – равнобедренный, если $AB = BC$	1)  В равнобедренном треугольнике углы при основании равны
Признак равнобедренного треугольника	2)  BD – медиана, высота, биссектриса
 Если в ΔABC $\angle A = \angle B$, то ΔABC – равнобедренный с основанием AB	3) В равнобедренном треугольнике медианы (высоты, биссектрисы), проведенные к боковым сторонам, равны

Соотношение между сторонами и углами треугольника



1) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$;
2) Если $\angle 1 < \angle 3 < \angle 2$, то $BC < AB < AC$;
3) $AB < BC + AC$, $BC < AB + AC$, $AC < AB + BC$;
4) $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$

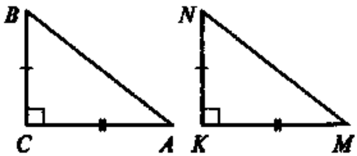
Прямоугольный треугольник и его свойства



1) $\angle A + \angle B = 90°$;
2) Если $\angle B = 30°$, то $AC = \frac{1}{2}AB$ (если $\angle A = 30°$, то $BC = \frac{1}{2}AB$);
3) Если CD – медиана, то $CD = BD = AD$;
4) Если CD – медиана и $CD = BD = AD$, то ΔABC – прямоугольный

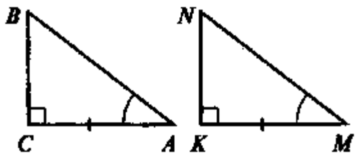
Признаки равенства прямоугольных треугольников

По двум катетам



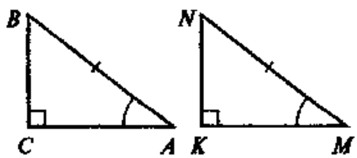
$\Delta ABC = \Delta MNK$, если
1) $BC = NK$;
2) $AC = MK$

По катету и прилежащему к нему острому углу



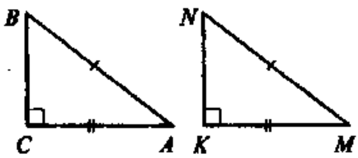
$\Delta ABC = \Delta MNK$, если
1) $AC = MK$;
2) $\angle A = \angle M$

По гипотенузе и острому углу



$\Delta ABC = \Delta MNK$, если
1) $AB = MN$;
2) $\angle A = \angle M$

По гипотенузе и катету

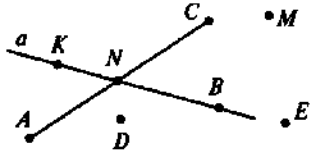


$\Delta ABC = \Delta MNK$, если
1) $AB = MN$;
2) $AC = MK$

Приложение 2

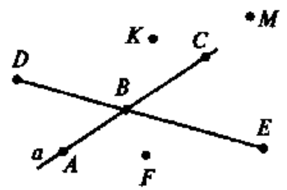
Карточки для индивидуальной работы с учащимися

1 **Начальные геометрические сведения** **I**



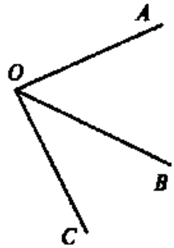
1. Назовите точки, принадлежащие прямой *a* и не принадлежащие ей.
2. Сколько прямых можно провести через точки *K* и *B*?
3. Пересекаются ли:
   а) прямая *a* и отрезок *AD*;
   б) прямая *a* и отрезок *CM*?
4. Верно ли, что:
   а) $AN + NC = AC$;
   б) $DB + BM = DM$?
5. Укажите точки, принадлежащие лучу *NB*.

1 **Начальные геометрические сведения** **II**



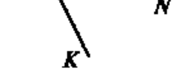
1. Назовите точки, принадлежащие отрезку *AC* и не принадлежащие ему.
2. Сколько прямых можно провести через точки *A* и *B*?
3. Пересекаются ли:
   а) прямые *a* и *DK*;
   б) прямая *AC* и отрезок *DK*?
4. Верно ли, что:
   а) $AB + BC = AC$;
   б) $KB + BF = KF$?
5. Принадлежат ли лучу *BC* точки *A*, *M*, *K*?

2 Начальные геометрические сведения **I**



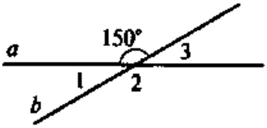
1. Перечислите все углы, изображенные на рисунке.
2. Найдите градусную меру угла AOC, если $\angle AOB = 50°$, $\angle BOC = 30°$.
3. Найдите градусную меру угла AOB, если $\angle AOC = 100°$, а $\angle COB$ на 25° меньше, чем $\angle AOB$.

2 Начальные геометрические сведения **II**

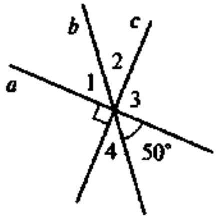


1. Перечислите все углы, изображенные на рисунке.
2. Найдите градусную меру угла NEK, если $\angle MEK = 70°$, $\angle MEN = 45°$.
3. Найдите градусную меру угла MEN, если $\angle MEK = 80°$, а $\angle NEK$ в три раза меньше, чем $\angle MEN$.

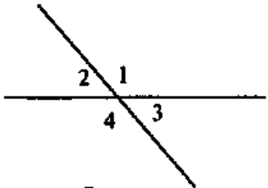
3 ## Смежные и вертикальные углы **I**



а



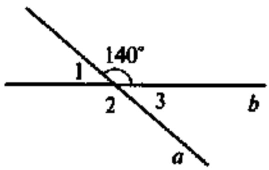
б



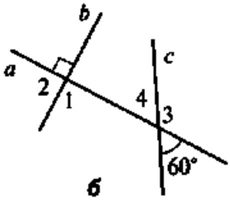
в

$\angle 1 : \angle 2 = 3 : 2$
Найдите углы 1, 2, 3, 4.

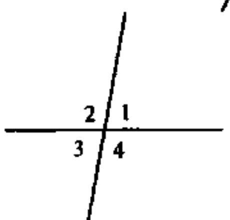
3 ## Смежные и вертикальные углы **II**



а



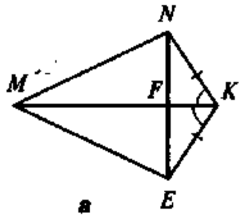
б



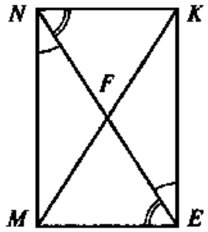
в

$\angle 1$ на 80° меньше $\angle 2$.
Найдите углы 1, 2, 3, 4.

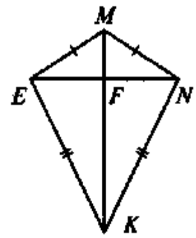
4 **Признаки равенства треугольников** **I**



а



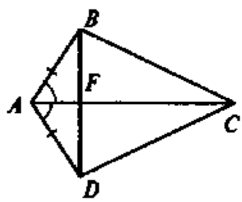
б



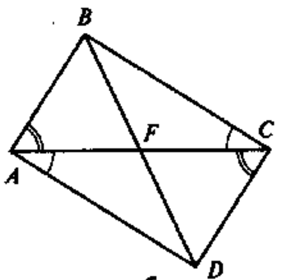
в

1. Докажите, что $\Delta MNK = \Delta MEK$.
2. Является ли биссектрисой угла *NME* луч *MK*?
3. Равны ли треугольники *MNF* и *MEF*?
4. Перпендикулярны ли *MK* и *NE*?

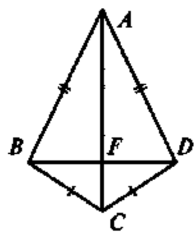
4 **Признаки равенства треугольников** **II**



а



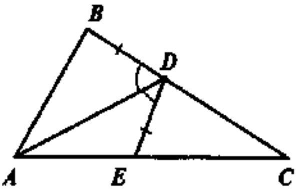
б



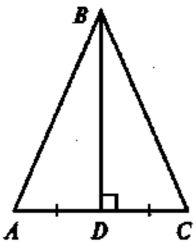
в

1. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta ADC$.
2. Является ли биссектрисой угла *BCD* луч *CA*?
3. Равны ли треугольники *ABF* и *ADF*?
4. Перпендикулярны ли *AC* и *BD*?

5 **Медиана, высота и биссектриса треугольника** **I**

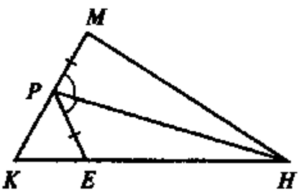


Дано: ΔABC, $BD = DE$, DA – биссектриса $\angle BDE$.
Доказать: AD – биссектриса ΔABC.

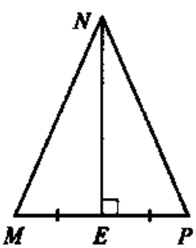


Дано: ΔABC, BD – медиана и высота $\angle ABC$.
Доказать:
а) $AB = BC$;
б) BD – биссектриса ΔABC.

5 **Медиана, высота и биссектриса треугольника** **II**



Дано: ΔKMN, $PM = PE$, PH – биссектриса $\angle MPE$.
Доказать: HP – биссектриса ΔKMN.

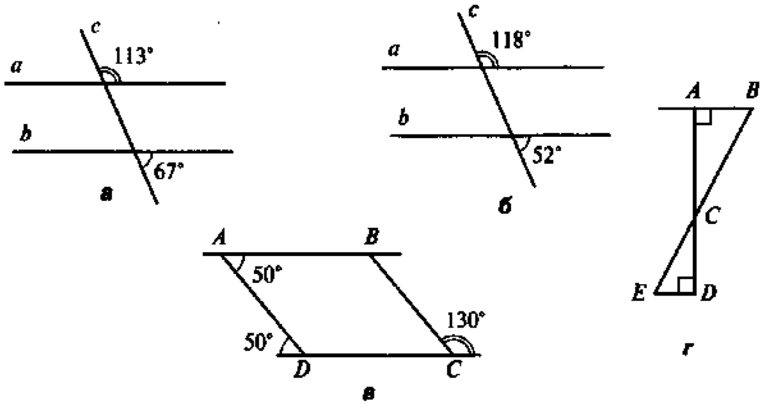


Дано: ΔMNP, NE – медиана и высота $\angle MNP$.
Доказать:
а) $MN = NP$;
б) NE – биссектриса ΔMNP.

6

Признаки параллельности прямых

I

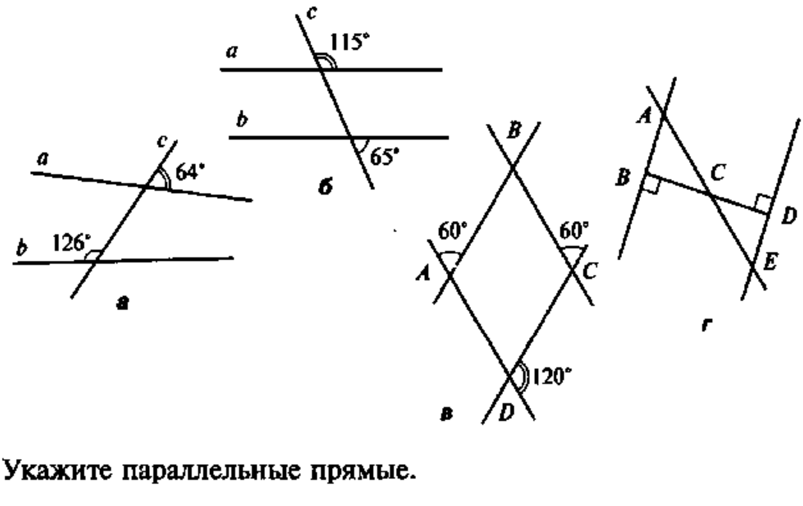


Укажите параллельные прямые.

6

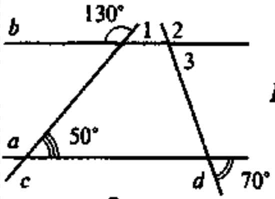
Признаки параллельности прямых

II

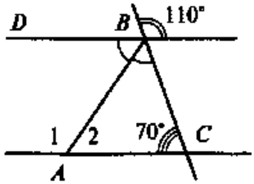


Укажите параллельные прямые.

7 Свойства параллельных прямых I

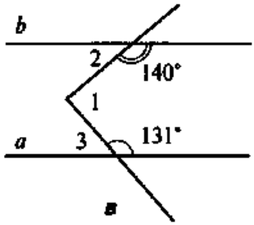


а



BA – биссектриса $\angle DBC$

б

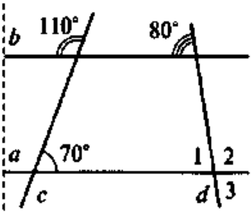


в

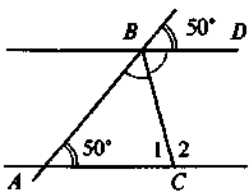
Дано: $a \parallel b$.

Найдите градусные меры углов 1, 2, 3.

7 Свойства параллельных прямых II

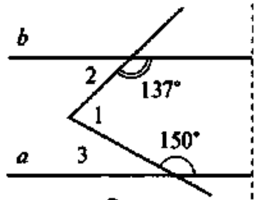


а



BC – биссектриса $\angle ABD$

б



в

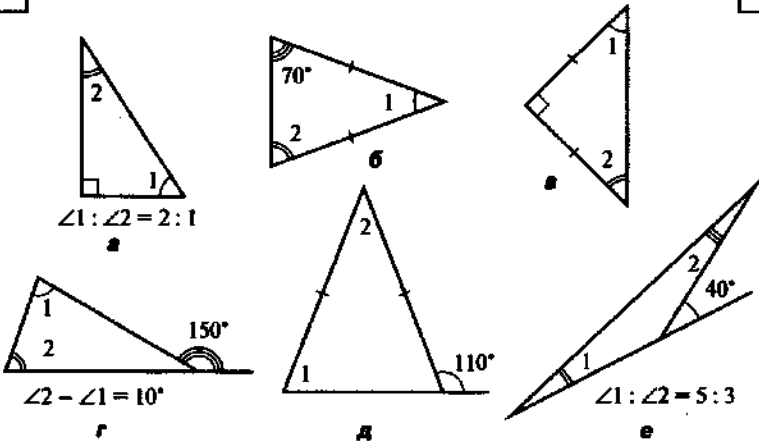
Дано: $a \parallel b$.

Найдите градусные меры углов 1, 2, 3.

8

Сумма углов треугольника

I

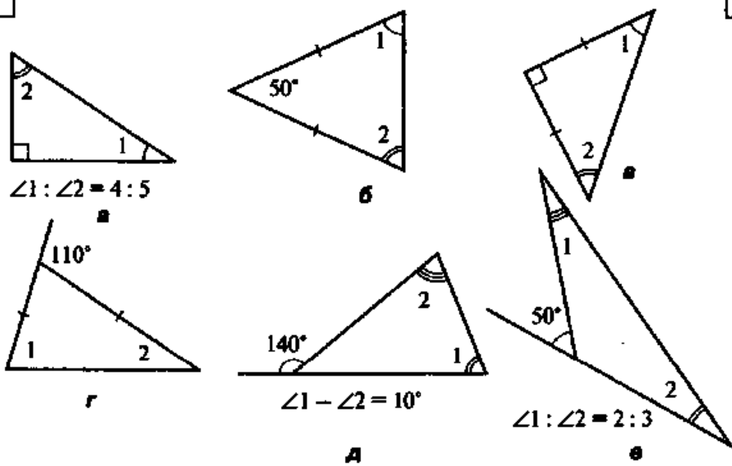


Найдите градусные меры углов 1 и 2.

8

Сумма углов треугольника

II



Найдите градусные меры углов 1 и 2.

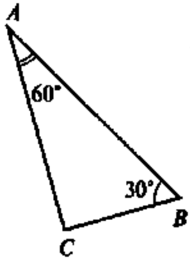
9 **Соотношения между сторонами и углами треугольника** **I**

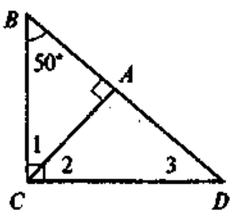
1) В ΔABC биссектриса угла C пересекает сторону AB в точке D, $AD = DC$, $\angle A = 40°$. Докажите, что $AB > BC$.
2) Могут ли стороны треугольника относиться как 2 : 3 : 6?
3) Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 10 см. Какой длины может быть основание этого треугольника?

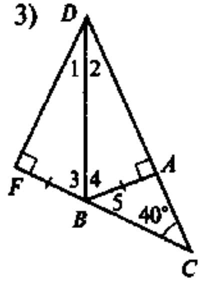
9 **Соотношения между сторонами и углами треугольника** **II**

1) В ΔABC угол ABC равен 70°. Биссектриса этого угла пересекает сторону AC в точке D, $BD = DC$. Докажите, что $AB < AC$.
2) Могут ли стороны треугольника относиться как 3 : 5 : 8?
3) Основание равнобедренного треугольника равно 30 см. Какой длины может быть боковая сторона этого треугольника?

10 **Прямоугольный треугольник** **I**

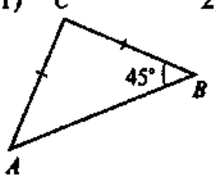
1) 

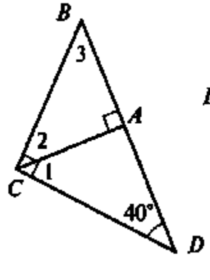
2) 

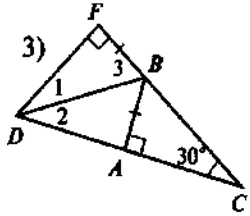
3) 

1) Является ли ΔABC прямоугольным?
2) Найдите градусные меры углов 1, 2, 3, 4, 5.
3) Укажите равные прямоугольные треугольники.

10 **Прямоугольный треугольник** **II**

1) 

2) 

3) 

1) Является ли ΔABC прямоугольным?
2) Найдите градусные меры углов 1, 2, 3, 4, 5.
3) Укажите равные прямоугольные треугольники.

Содержание

Учебно-методическое издание

В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Гаврилова Нина Федоровна

ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ ПО ГЕОМЕТРИИ

к УМК Л.С. Атанасяна и др.
(*М.: Просвещение*)

7 класс

Выпускающий редактор *Юлия Антонова*
Дизайн обложки *Екатерины Бедриной*
Верстка *Дмитрия Сахарова*

Налоговая льгота –
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»

Подписано в печать 04.07.2017.
Формат 84×108/32. Печать офсетная. Гарнитура Newton.
Усл. печ. листов 19,32. Тираж 5000 экз. Заказ №0605.

ООО «ВАКО». 129085, РФ, Москва, пр-т Мира, д. 101.

Отпечатано в полном соответствии с предоставленными материалами
в типографии ООО «Чеховский печатник».
142300, РФ, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1.
Тел.: +7-915-222-15-42, +7-926-063-81-80.